

层状地基空沟被动隔振分析

高广运¹, 彭争光^{1,2}, 张梦芳³, 杨成斌⁴

(1. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;

2. 同济大学经济与管理学院, 上海 200092; 3. 浙江工业大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310032;

4. 合肥工业大学建筑设计研究院, 安徽 合肥 230009)

摘要:基于薄层法在研究层状介质中波的传播问题的高效性, 边界单元法处理无限域问题的精确性, 结合两者提出层状地基二次形函数薄层法基本解答, 建立了基于层状半空间薄层法位移基本解答的半解析动力边界元法, 可以有效的分析多层场地的动力问题, 解决土—结构动力相互作用问题。同时对上软下硬的典型层状地基中的空沟被动隔振效果进行了详细的分析。研究表明: 对于上软下硬地基中空沟被动隔振, 为取得与匀质弹性半空间中连续屏障隔振同样的效果, 需要更深的深度, 同时振幅衰减曲线会出现明显的振荡现象; 为使隔振效果满足 Richart 要求, 当表层土归一化深度 $H < 1.0$ 时, 空沟归一化深度 T 应大于 1.3, 而 $1.0 \leq H \leq 2.0$ 时, T 应当大于 1.8。

关键词: 层状地基; 空沟; 被动隔振; 边界元; 薄层法

中图分类号: P315.966

文献标识码: A

文章编号: 1000-0844(2009)02-0115-06

Analysis of Passive Vibration Isolation Using Open Trench in Layered Ground

GAO Guang-yun¹, PENG Zheng-guang^{1,2}, ZHANG Meng-fang³, YANG Cheng-bin⁴

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China;

3. College of Architecture & Civil Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China;

4. Institute of Architectural Design, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Thin layered method (TLM) is very efficient to study the wave propagation in layered media, and boundary element method (BEM) is very precise to solve infinite domain problems. After combining the advantages of two methods, the semi-analytical BEM model is erected by TLM based on the second shape function, on which the Green function is as fundamental solution of stratified half-space. This model can be effectively used to analyze the dynamic soil-structure interactions in layered ground. The effectiveness of passive vibration isolation by open trench in upper soft-layer and lower stiff-layer visco-elastic foundations is analyzed in detail. The results show that (1) in layered soils the deeper trenches are required to obtain the same effectiveness with screening isolation in homogeneous soils (soft-layer and lower stiff-layer in half-plane), and the amplitude reduction curve is obviously vibrated, (2) if the normalized depth of topsoil is less than 1.0, the normalized depth of open trenches should be greater than 1.3 in order to provide satisfactory screening effectiveness, (3) if normalized depth of topsoil is greater than or equal to 1.0 and less than or equal to 2.0, the normalized depth of open trenches should be greater than 1.8.

Key words: Layered ground; Open trench; Passive vibration isolation; Boundary element method; Thin layered method

收稿日期: 2008-09-16

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (No. 50538010); 国家自然科学基金项目 (50678128, 50878155)

作者简介: 高广运 (1961—), 男 (汉族), 安徽阜阳人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土动力学和环境土工方面的研究。

0 引言

屏障隔振是一种有效的地基隔振方式。根据距离振源的远近可以分为近场主动隔振和远场被动隔振;按照屏障形式又可以分为连续屏障隔振和非连续屏障隔振。

由于问题的复杂性,目前对屏障隔振的分析主要限于各种数值方法(如边界元^[1-6]、有限元^[7])和试验研究^[8-10]。其中大多数是针对均质弹性半空间的研究,只有少量文献分析了层状地基屏障隔振效果。实际上天然地基多为层状介质,土的参数随着深度增加而改变。普通的边界元方法在处理层状地基时需要在每层交界面上进行离散,大大增加了系统的自由度和计算工作量,这就限制了该方法只能应用于较少土层的情况。使用层状半空间的半解析格林函数则可以较好的解决这一问题,如 Banerjee 等^[3]和 Leung 等^[5]已成功的使用层状半空间格林函数分析了二维和三维层状半空间屏障隔振问题。文献[11]和文献[12]采用二维和三维薄层法层状半空间基本解答作为格林函数的边界元法对粘弹性层状地基二维和三维空沟主动隔振进行了详细的分析,本文将在在此基础上建立基于二次形函数薄层法位移基本解答的半解析动力边界元法,对二维粘弹性层状半空间空沟远场被动隔振效果进行分析。

1 二次形函数薄层法基本解答

边界元法是利用基本解函数,即格林函数,将微分控制方程的定解问题转化为边界积分方程求解,因此寻求恰当的基本解函数是边界元法求解的关键。而通常采用的均质全空间或均质半空间解析格林函数在应用到层状半空间时会使计算变得非常复杂。由于薄层法(TLM)在研究层状半空间土与结构动力相互作用问题中具有通用性和高效性,因此得到了广泛的应用^[5-7,11-12]。相对于一次形函数薄层法,二次形函数由于插值函数的高阶性,每一个子层可以划分较厚,不用遵循子层厚度必须小于四分之一波长的限制^[13],这在一定程度上减少了计算量,也提高了计算精度。

薄层法是一种半解析半数值方法,即将土层划分为有限个薄层(如图1示)对波动微分方程在竖向进行离散,而在其余坐标方向进行解析求解。

下面分析二维地基薄层法基本解答。对竖向坐标 z 进行有限元离散,将半平面地基离散为 n_z 个水平薄层。假定沿薄层厚度方向的位移为二次分布,

即对层内位移均采用二次插值。第 i 层内土体位移 u_x, u_z 为

$$\begin{cases} u_x = Nu_{xi} \\ u_z = Nu_{zi} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $u_{xi} = \{u_{xi}, u_{x(i+1/2)}, u_{x(i+1)}\}^T$ 和 $u_{zi} = \{u_{zi}, u_{z(i+1/2)}, u_{z(i+1)}\}^T$ 分别为第 i 薄层土相应的结点位移矢量; $N = \left[\frac{2z^2}{H^2} - \frac{z}{H} \quad 1 - \frac{4z^2}{H^2} \quad \frac{2z^2}{H^2} + \frac{z}{H} \right]$ 为插值函数。

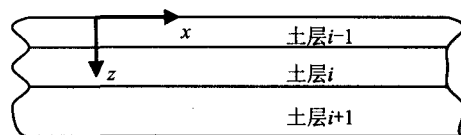


图1 土的分层示意图

Fig. 1 Sketch of layered ground.

按照加权余量法,对波动方程进行离散,可以得到一组由各层节点表示的偏微分方程组,然后再对水平坐标 x 和时间变量进行 Fourier 变换,可以得到以矩阵形式表示的式(2):

$$[\bar{K}]\{\Phi\} = [\bar{P}] \quad (2)$$

式中 $[\bar{K}] = [A]k^2 + [B]k + [C]$ 为总体刚度矩阵, $2N \times 2N$ 维; N 是节点总数; k 是水平波数; $[A]$ 、 $[B]$ 和 $[C]$ 是只与材料特性有关的矩阵; $\{\Phi\}$ 为频率波数域的结点位移向量, $2N \times 1$ 维; $[\bar{P}]$ 为频率波数域的节点力向量, $2N \times 1$ 维。

式(2)所示方程组可以采用振型叠加法进行求解。解式(1)对应的齐次方程组可得到一组特征值与特征向量,可设与特征值 k_i 相应的特征向量为 $\{\Phi_i\}$ 。

同时,由于对竖向坐标 z 进行离散,仅能将半空间离散为一定深度的有限个薄层,若这些薄层的总深度较小,则会产生较大的误差。所以在一定深度可以采用 Seal 和 Kausel^[14] 提出的旁轴近似来模拟半空间土体。利用特征值和特征向量可从式(2)中解得频率波数域中的结点位移向量 $\{\Phi\}$ 与结点力向量 $[\bar{P}]$ 的关系式,然后对所得到的关系式进行水平波数 Fourier 逆变换,则可以得到空间频率域中的结点位移向量 $\{u\}$ 结点力 $\{p\}$ 向量的关系式:

$$\{u\} = [U]\{p\} \quad (3)$$

式中 $\{u\}$ 为频域内的节点位移向量, $2N \times 1$; $\{p\}$ 为频域内的节点力向量, $2N \times 1$; $[U]$ 为频域内的位移基本解答, $2N \times 2N$ 维,其元素 U_{jk}^m 可表达为

$$U_{jk}^m = \sum_{i=1}^{2N} \alpha_{jk} \Phi_j^m (1/k_i) \exp(-ik_i |x|) \Phi_k^m \quad (4)$$

式中 j, k 分别取为 x 和 z ; $\alpha_{xx} = \alpha_{zz} = i/2$, 其中 $i = \sqrt{-1}$; $\alpha_{xx} = \pm 1/2, \alpha_{zz} = \mp 1/2$, 对于 $\alpha_{xx}, x \geq 0$ 时取正号, $x < 0$ 时取负号, α_{zz} 与之相反; Φ_k^n 表示 k 方向的第 l 个特征向量的第 n 个元素。在位移的基本解得到以后, 可以通过土体的本构方程和几何方程求得力的基本解。

从上述推导过程中可以发现, 薄层法本身就需要依次将各个薄层的介质参数代入生成刚度矩阵进行计算。对于层状地基, 只需将各层的介质参数代入对应的薄层刚度矩阵中, 不需要额外的步骤, 不会增加计算工作量。因此薄层法特别适用于层状地基土与结构动力相互作用的计算。

2 空沟被动隔振半解析边界元法

常规边界元法的边界积分方程可表示为

$$C_{ij}(y_1)u_i(y_1) = \int_{\Omega} t_i(y_2)u_{ij}^*(y_2, y_1)d\Omega - \int_{\Omega} t_{ij}^*(y_2, y_1)u_i(y_2)d\Omega \quad (5)$$

式中 $u_{ij}^*(y_2, y_1), t_{ij}^*(y_2, y_1)$ 分别为位移和面力的基本解; t_i 和 u_i 分别为 i 方向的面力和位移; $i, j = 1, 2$; 当源点 y_1 处界面光滑时, $C_{ij} = \delta_{ij}/2$ 。

将边界 Ω 离散成 E 个单元, 单元中任意点的位移、面力可以用单元节点对应值通过形函数来进行近似:

$$u_i^e(y_2) = \sum_{f=1}^F N_e^f(y_2)u_i^{ef} \quad (6)$$

$$t_i^e(y_2) = \sum_{f=1}^F N_e^f(y_2)t_i^{ef} \quad (7)$$

式中 $N_e^f(y_2)$ 为单元 e 的形函数; F 为边界单元的节点数目; u_i^{ef}, t_i^{ef} 分别为单元 e 的 f 节点上的位移、面力。

经过上述步骤, 边界积分方程就变为求解边界单元节点上的未知量的问题。将式(6)、(7)代入式(5), 则得到如下形式边界元方程:

$$C_{ij}(y_1)u_i(y_1) = \sum_{e=1}^E \sum_{f=1}^F \int_{\Omega} u_{ij}^*(y_2, y_1)N_e^f(y_2)dS_e(y_2)t_i^{ef} - \sum_{e=1}^E \sum_{f=1}^F \int_{\Omega} t_{ij}^*(y_2, y_1)N_e^f(y_2)dS_e(y_2)u_i^{ef} \quad (8)$$

将全部边界节点按照顺序从 1 到 N 进行编号。节点 n 对应的位移和面力分别记作 u_i^n 和 t_i^n 。

令离散方程式(8)中面力和位移积分系数分别为 G_{ij}^{nk} 和 H_{ij}^{nk} , 则式(8)可写成

$$\sum_{k=1}^N G_{ij}^{nk} t_i^k - \sum_{k=1}^N H_{ij}^{nk} u_i^k \quad (9)$$

式中 G_{ij}^{nk} 和 H_{ij}^{nk} 具有如下形式:

$$G_{ij}^{nk} = \sum_e \int_{\Omega} u_{ij}^*(y_2, y_1)N_e^f(y_2)dS_e(y_2) \quad (10)$$

$$H_{ij}^{nk} = \sum_e \int_{\Omega} t_{ij}^*(y_2, y_1)N_e^f(y_2)dS_e(y_2) \quad (11)$$

式中 e 为含有节点 k 的单元; f 为节点 k 在单元 e 中的位置; 当 $k=n$ 时,

$$H_{ij}^{nk} = \sum_e \int_{\Omega} t_{ij}^*(y_2, y_1)N_e^f(y_2)dS_e(y_2) + C_{kj}(y_1^n) \quad (12)$$

按照上述步骤将对应于每个边界节点的边界积分方程(5)用边界单元积分之和表示, 如式(8)。将所有边界节点进行同样的操作, 将得到与 N 个边界节点位移、面力相关的线性代数方程组:

$$\begin{bmatrix} H_{ij}^{11} & H_{ij}^{12} & \cdots & H_{ij}^{1N} \\ H_{ij}^{21} & H_{ij}^{22} & \cdots & H_{ij}^{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{ij}^{N1} & H_{ij}^{N2} & \cdots & H_{ij}^{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ \vdots \\ u_i^N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{ij}^{11} & G_{ij}^{12} & \cdots & G_{ij}^{1N} \\ G_{ij}^{21} & G_{ij}^{22} & \cdots & G_{ij}^{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{ij}^{N1} & G_{ij}^{N2} & \cdots & G_{ij}^{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_i^1 \\ t_i^2 \\ \vdots \\ t_i^N \end{Bmatrix} \quad (13)$$

对式(13)重新排列, 有:

$$HU = GT \quad (14)$$

式中 $U = [u_x^1 \ u_z^1 \ \cdots \ u_x^N \ u_z^N]^T$, $T = [t_x^1 \ t_z^1 \ \cdots \ t_x^N \ t_z^N]^T$ 。

下面就图 2 所示的空沟被动隔振系统进行分析。对于地表刚性基础部分的计算, 由于考虑的是被动隔振问题, 当采用竖向简谐激励时可以用竖向简谐荷载代替基础部分作用进行计算, 不会影响到

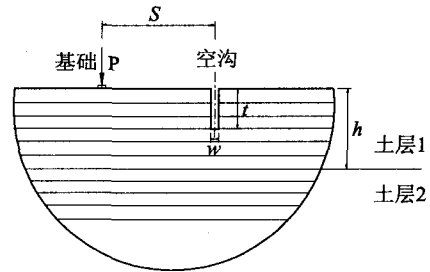


图 2 层状地基中的空沟被动隔振系统

Fig. 2 System of passive vibration isolation by open trench in layered soils.

振动结果^[15]。由于采用了薄层法计算基本解, 所以空沟被动隔振问题只需在空沟表面进行离散。当考虑空沟对入射波的散射作用时, 地基中散射波满足

式(14),此时有

$$HU^S = GT^S \quad (15)$$

式中上标“S”表示散射波。

半空间表面边界条件可以自动满足,对于空沟表面,其边界条件如下:

(1) 空沟表面总面力为零:

$$t_i = 0 \quad i = x, z \quad (16)$$

(2) 空沟表面总面力包括入射波和散射波的作用:

$$t_i = t_i^i + t_i^S \quad i = x, z \quad (17)$$

式中 t_i^i 和 t_i^S 分别为入射波引起的面力和散射波表示的面力。

将式(17)和式(16)代入(15)式中,可得空沟对入射波场的散射方程:

$$HU^S = -GT^i \quad (18)$$

式中 $T = [t_x^i \ t_z^i \ \dots \ t_x^N \ t_z^N]^T$, 为入射波在空沟表面产生的面力。

由于采用薄层法 Green 函数基本解,半空间表面没有进行边界单元划分,因此,求解式(18)获得空沟表面位移后,根据 Somigliana 积分恒等式,按下式计算地基表面各点的散射波:

$$u_i^S = GT^S - HU^S \quad (19)$$

3 半解析边界元法的验证

为了验证本文算法的正确性,这里选取 Lamb 问题进行对比分析。Lamb 于 1904 年对半空间表面和内部波源产生的地面波动问题进行了系统深入的研究^[16]。后来,王贻荪^[17]利用突加力问题的闭合解求得了 Lamb 问题的解答,避免了对难以计算的积分形式解的求积。运用本文的算法与王贻荪的解答进行了对比。如图 3 示,当土体分为 25 个子层时,采用本文的二次形函数得到的解与其解答已经非常接近。但同样的土层,采用一次形函数得到的解答在近源与王贻荪的解答比较接近,远距离波场却有一定差别。要想得到精确的解答,需要将土层划分到 50 层以上。

4 层状地基空沟被动隔振数值分析

由于实际工程中多为表层土下为硬土或基岩的层状地基,所以本文讨论上软下硬层状地基在不同的表层土深度下,增大空沟深度对隔振效果的影响。地基分为表层土和硬土层,计算参数见表 1。

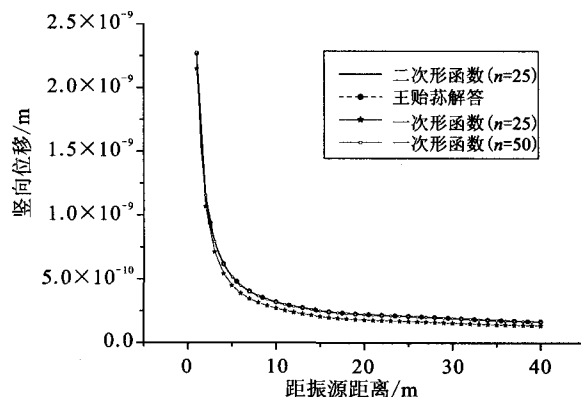


图 3 地表竖向位移解答对比

Fig. 3 Comparison among different solutions of ground vertical displacement.

表 1 地基土物理力学参数

	剪切模量 /MPa	泊松比 ν	密度 γ /[$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	R 波波速 /[$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]	阻尼比
土层 1	51.2	0.35	1 750	160	0.05
土层 2	132	0.25	1 750	250	0.06

为了进行对比分析,取 A_R 表示竖向位移振幅衰减系数。瑞利波波长 λ_R 均按表层土进行计算,采用竖向简谐激励,取激励频率为 40 Hz, $S=5\lambda_R$ 。本文不分析空沟宽度 W 对隔振效果的影响, W 恒取 0.5 m。表层土的归一化厚度为记为 $H=h/\lambda_R$,空沟的归一化深度记为 $T=t/\lambda_R$ (图 2)。

按照 $H=0.5, 1.0, 1.5$ 和 2.0 时, T 分别为 $1.0, 1.5, 2.0$ 进行计算,结果见图 4。

引入 Beskos^[2] 空沟后平均竖向地面振幅衰减系数 $\overline{A_R}$ 评价隔振效果,其定义如下:

$$\overline{A_R} = \frac{1}{d} \int_d A_R(\zeta) d\zeta \quad (20)$$

式中 d 为空沟距保护物距离,这里为与 Leung^[18] 的结论对比取为 $5\lambda_R$ 。

按式(20)对图 4 进行计算后得到各计算 H 值对应的 $\overline{A_R}$ 值,见图 5 所示。从图 4 和图 5 可以看出,当表面层很浅时($H=0.5$), $\overline{A_R}$ 值在 $T=1$ 以后开始平缓减少,在 $T=1.25$ 左右时达到 Richart (1970)^[19] 提出的 $\overline{A_R} \leq 0.25$ 的要求;当 $T \geq 1.0$ (此时 $T/H \geq 2.0$) 时,隔振效果理想,主要是由于表层土归一化深度 H 很小,土层交界面在空沟的上部所致。不过在离空沟较远处(大约 $5\lambda_R$) 振幅衰减系数仍呈现明显的大幅振荡。

当 $H=1.0$ 时,从图 4(b)可以看出当空沟开挖深度在土层交界面附近时($T=1.0$ 及 1.5 时),振幅衰减系数振荡很明显,由图可知此时的隔振效果较

$H=0.5$ 时为差。

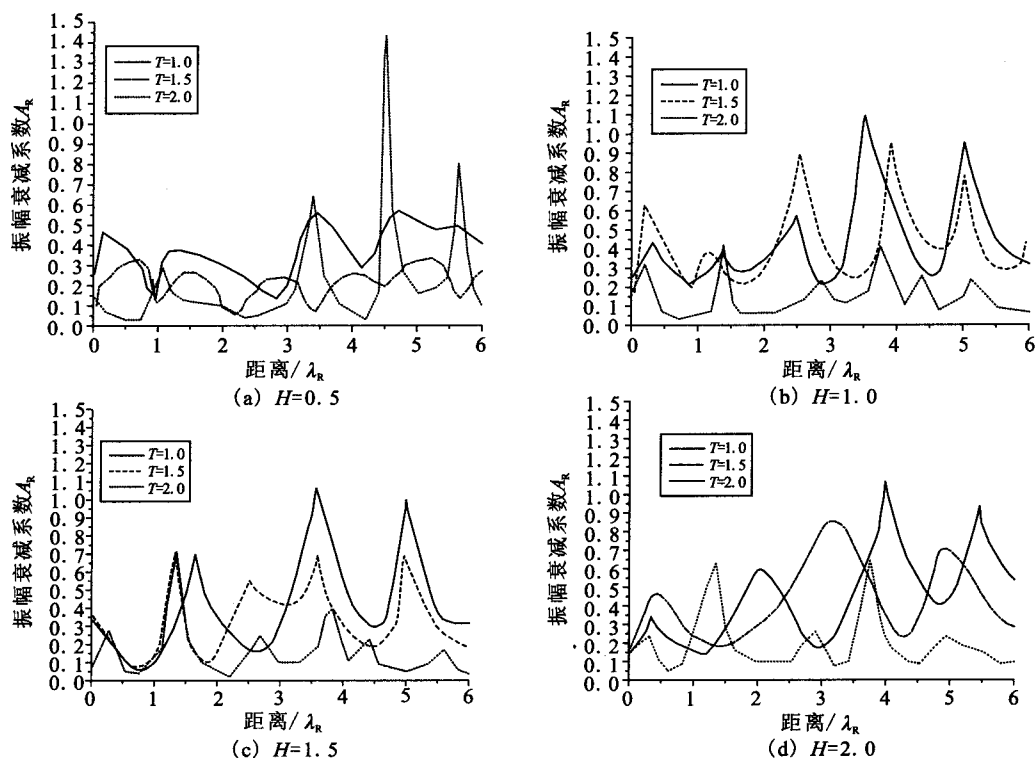


图 4 不同 H 时振幅衰减系数曲线

Fig. 4 Curves of A_R along distance with different H values.

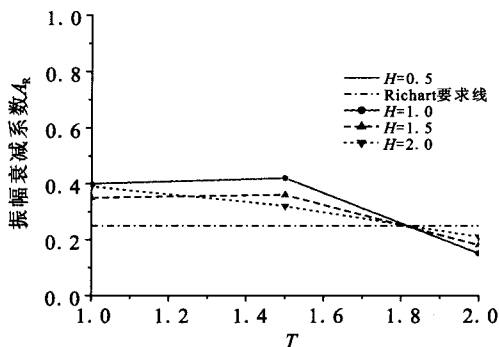


图 5 不同 H 时 $\bar{A}_R$ 随 T 变化图

Fig. 5 Graphs of $\bar{A}_R$ versus T with different H .

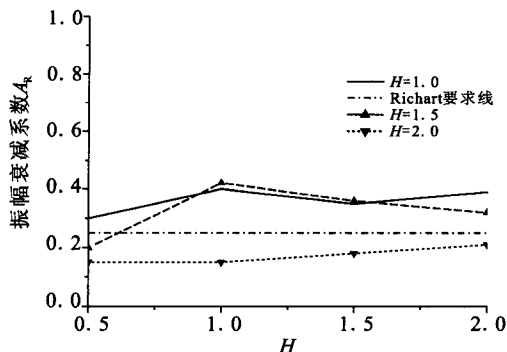


图 6 不同 T 值时 $\bar{A}_R$ 随 H 变化图

Fig. 6 Graphs of A_R versus H with different T .

从图 4(b~d)可以看出:对于 $H=1.0, 1.5$ 和 2.0 时,当 T 为 1.0 和 1.5 时均出现明显的振荡,而从图 5 可以看出此时的振幅衰减系数维持在 $0.3 \sim 0.4$ 。由此可以看出对于上软下硬的层状地基中的空沟隔振,不但沟深 T 影响振幅衰减系数,而且 T/H 的大小也对其产生影响。而 Leung^[18]更是将 T/H 作为空沟隔振效果的控制因素,并得出应当取 $T/H > 1.35$ 以满足 Richart^[19]提出的 $\bar{A}_R \leq 0.25$ 的要求。但其分析中只取了表层土深 $h=5$ m 一种情况,结论显然过于片面。

从图 5 还可以看出:当 $H=0.5$ 时, T 只要大于 1.3 即可满足 Richart 条件;当 $H \geq 1.0$ 时,在 $T > 1.8$ 后,其振幅衰减系数均满足 Richart 要求。这点与匀质地基中的 T 只需大于 1.0 有很大区别。

图 6 为当 T 分别取 $1.0, 1.5$ 和 2.0 时, $\bar{A}_R$ 随 H 的变化图。可以看出,当 $T=1.0$ 和 1.5 时,随着 H 从 0.5 增大至 2.0 时, $\bar{A}_R$ 出现振荡变化;当 $T=2.0$ 时,随着 H 从 0.5 逐渐增大至 2.0 , $\bar{A}_R$ 逐渐增大。即随着表层土深逐渐接近沟深,土层交界面逐渐接近沟底,隔振效果逐步变差。

由此可以看出,对于上软下硬分层地基中的空沟隔振问题,为取得与匀质弹性半空间同样的隔振

效果,需要更大的沟深;振幅衰减曲线会出现明显的振荡现象,尤其当分层界面与沟底接近时影响非常显著。同时对该类地基中的空沟设计时应同时考虑 T 和 T/H ;当 $H < 1.0$ 时,为使隔振效果满足 Richart 要求,沟深应大于 1.3; $1.0 \leq H \leq 2.0$ 时,当选取 $T \geq 1.8$ 时,可以满足 Richart 要求;当 $H > 2$ 时,土体分层性对隔振效果的影响减弱;当 H 超过 3.0 时,由于瑞利波接近地表传播,土体的分层性对远场空沟被动隔振效果的影响可忽略,即可以按均质弹性半空间考虑。

5 结论

(1) 二次形函数薄层法半空间格林函数的边界元法是屏障隔振问题的一种有效的数值分析手段,可以采用比一次形函数薄层法较少层数达到同样的精度。由于采用了薄层法层状半空间的格林函数,在求解成层状地基的屏障隔振问题时只需在土与结构交界面进行离散,即可模拟任意多层地基,因此大大缩减了计算时间,提高了计算效率。

(2) 对于上软下硬的典型层状地基中空沟被动隔振,为取得与均质弹性半空间中连续屏障隔振同样的效果,需要更大的沟深,同时振幅衰减曲线出现明显的振荡现象。

(3) 为使隔振效果满足 Richart 要求,当表层土归一化深度 $H < 1.0$ 时,沟深应大于 1.3;而 $1.0 \leq H \leq 2.0$ 时, T 应当大于 1.8。这一点与均质地基中的 T 只需要大于 1.0 有很大的区别。

[参考文献]

- [1] Emad K, Manolis G D. Shallow trenches and propagation of surface waves[J]. J. Engng. Mech., 1985,111(2): 279-282.
- [2] Beskos D E, Dasgupta B, Vardoulakis I G. Vibration isolation using open or filled trenches[J]. Comput. Mech., 1986,3(1): 43-63.
- [3] Banerjee P K, Ahmad S, Chen K. Advanced application of BEM to wave barriers in multi-layered three-dimensional soil media[J]. Earthquake Engng. Struct. Dyn., 1988,16: 1041-1060.
- [4] Ahmad S, Al-Hussaini T M. Simplified design for vibration screening by open and in-filled trenches[J]. J. Geotechn. Engng., 1991,117(1): 67-88.
- [5] Leung K L, Beskos D E, Vardoulakis I G. Vibration isolation using open or filled trenches[J]. Comput. Mech., 1990,7(2): 137-48.
- [6] Klein R, Antes H, Le Houédec D. Efficient 3D modeling of vibration isolation by open trenches[J]. Comput. Struct., 1997,64: 809-817.
- [7] May T W, Bolt B A. The effectiveness of trenches in reducing seismic motion[J]. Earthquake Engng. Struct. Dyn., 1982, 10: 195-210.
- [8] Woods R D. Screening of surface waves in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1968, 94 (4): 951-979.
- [9] Liao S, Sangrey D A. Use of piles as isolation barriers[J]. J. Geotech. Engng. ASCE 1978; 104(GT9): 1139-1152.
- [10] 高广运. 非连续屏障地面隔振理论与应用[D]. 杭州: 浙江大学, 1998.
- [11] 李伟, 高广运. 二维层状地基空沟主动隔振分析[J]. 地下空间, 2004, 24(3): 391-394.
- [12] 高广运, 彭争光, 李伟, 等. 三维层状地基空沟主动隔振分析[J]. 西北地震学报, 2006, 28(3): 210-215.
- [13] 長谷川正幸, 弹性波動論に基づいた群杭の動的挙動に関する基礎的研究[M]. [s. l.]清水建設株式会社, 1993.
- [14] Kausel E, Seal S H. Static loads in layered halfspaces[J]. J. App. Mech., ASME, 1987, 54(2): 403-408.
- [15] Kattis S E, Polyzos S, Beskos D E. Modeling of pile wave barriers by effective trenches and their screening effectiveness[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1999, 18: 1-10.
- [16] Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid[J]. Phil. Trans. R. Soc. London Ser. A., 1904, 203: 1-42.
- [17] 王贻荪. 地面波动分析若干问题[J]. 建筑结构学报, 1982, 3 (2): 56-67.
- [18] Leung K L, Vardoulakis I G, Beskos D E. Vibration isolation of structures from surface waves in homogeneous and nonhomogeneous soils[A]//Cakmak, A S (ed). Soil-structure interaction[G]. Amsterdam: Elsevier, 1987: 155-169.
- [19] Richart F E Jr, Hall J R Jr, Woods R D. Vibrations of soils and foundations[M]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1970.