第10卷 第2期 西北地震学报 Vol.10,No.2
1988年6月 NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL June,1988

层状介质中膨胀球模拟力源的应力—应变场与视电阻率的关系

赵和云
（宁夏回族自治区地震局）
钱家栋
（国家地震局兰州地震研究所）

摘　　要

本文研究了三层介质中膨胀球模拟震源的应力、应变场以及由这个应力、应变场产生的电阻率变化量和地表视电阻率变化的关系。结果表明，对于一定强度的"震源"，在地电装置探测范围内的应力场随具有不同弹性参数的层位有显著的变化；而应变场却看不出有明显的突变；由地表视电阻率变化量的计算结果揭示了地电异常受台站介质电性结构与力学结构的综合影响。因此作为预报地震的地电阻率法一方面要寻找具有高电阻率——应变灵敏度岩层的台址，另一方面台址的视电阻率变化对各层真电阻率变化要具有好的响应。

一、引　　言

地电阻率法作为地震前兆研究的方法之一，其基本任务是探索地电阻率前兆的时空演化特征与孕震过程的联系。由于目前关于孕震过程的震源物理模型尚无定论，本文选择了均匀膨胀球这个特殊简化的模型，一方面膨胀模式是现代孕震震源模式中的一种，另一方面它的数学模型比较简单，便于数值计算，更重要的是我们的讨论集中在地电装置探测范围之内，大多数情况下这个范围的尺度远小于震源深度和震中距，因此对我们来说"震源"可看作是一种"输入信号"，通过这个"输入信号"和由附加应力、应变场引起的视电阻率变化这个"输出信号"，旨在研究不同的力学结构下对一个固定的力源影响其应力—应变场的差异以及相应的电性结构下由应力—应变场的差异导致的地表视电阻率的差异。因此采用一个较简单的力源模型对于达到我们的目的更为方便。本文关于台站测区介质结构模型则选取较为复杂的层状介质，並综合了它的力学、电学性质两个方面。在我们的问题中主要对三层介质进行了讨论，它们的方法可以推广到更多层的研究中去。另外在实际的应用中三层介质的台站也有一定的典型性。

实际上，在地电阻率法的研究中台址条件的研究正受到密切的注意。人们已认识到台址

的力学条件和电性条件是两个最重要的条件，文献〔1〕讨论了地电台址的电性条件，文献〔2〕讨论了地电台址的岩性条件，文献〔3〕还专门就复盖层厚度的影响进行了讨论。但这都仅仅是分因素的研究，如何综合这两方面的影响进行讨论还是一个极待解决和深入工作的课题。本文也试图在上述已有工作的基础上，着重寻找综合上述两方面条件进行研究的方法和一些初步的结果。

我们的研究步骤是：以均匀膨胀球模拟孕震体，首先用弹性力学的方法计算一定震中距上不同结构的层状介质中在地电装置探测范围内的应力—应变场（即附加应力、应变），然后根据已有实验资料所给出的介质电阻率—应变灵敏度计算由附加应力、应变场在介质中不同部位引起的电阻率变化，进而计算地表的视电阻率变化量，並根据计算的结果进行一些初步的讨论。

二、均匀膨胀球力源下三层介质中的应力—应变场

1.计算公式

所用模型如图1所示，h_1、h_2分别是层厚，半径为a_0的膨胀球埋于第三层介质中。由于问题具有对称性，取柱坐标，原点在地表，Z轴垂直于地面且过球心，球心坐标为（0，0，ζ），ζ取为20km（即震源深度）。

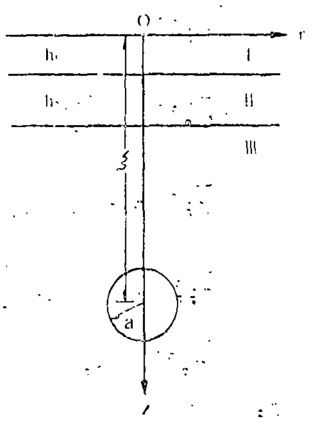

图 1

根据弹性力学理论，介质内各点满足下列平衡方程：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\sigma_r}{\sigma r}+\dfrac{\partial\tau_{rz}}{\partial Z}+\dfrac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}+f_r=0\\[2mm]\dfrac{\partial\sigma_Z}{\partial Z}+\dfrac{\partial\tau_{rZ}}{\partial r}+\dfrac{\tau_{rZ}}{r}+f_Z=0\\[2mm]\tau_{r\theta}=\tau_{\theta Z}=f_\theta=0\end{cases}\tag{1}$$

式中σ_r、σ_Z……是应力分量，f_r、f_θ、f_Z为体积力$\vec{F}$在坐标系的三个坐标方向上的分量。不考虑重力影响。

对于上述问题的解法，用类似于文献〔3〕的方法来处理。

首先球的均匀膨胀问题可化为温度应力等效处理，即设球内变温$T=T_0$（常数），球外温度恒为零，不考虑热传导、热辐射等效应。所以在第三层介质中有：

$$\vec{F}_3=-\frac{\alpha_t E_3}{1-2\gamma_3}\nabla T\tag{2}$$

这里E_3、γ_3分别为第三层介质的扬氏模量、泊松比，α_t为温度系数，∇T为变温梯度。而在第一、二层介质中：

$$\vec{F}_1=0\quad,\quad\vec{F}_2=0\tag{3}$$

介质Ⅲ中平衡方程是一个非齐次方程，它的通解是非齐次方程的一个特解与相应齐次方程的通解之和。特解用类似〔3〕的位移法求解（1）式得到。引入特解$\vec{u}_3=\nabla\phi$，可将（1）式化为：

$$\nabla\phi^2=\begin{cases}\dfrac{\alpha_t E_3}{(1-2\gamma_3)(\lambda_3+2\mu_3)}T_0 & (R\leqslant a_0)\\ 0 & (R>a_0)\end{cases} \tag{4}$$

式中$\vec{u}_3$为位移矢量，λ_3、μ_3为介质Ⅲ的拉梅系数，ϕ为热弹位势。这里

$R=\sqrt{r^2+(\zeta-Z)^2}$。

方程（4）的解完全与均匀带电介质球的电位分布的解相同，所以有：

$$\phi=-\frac{A_1}{R}\qquad(R>a_0) \tag{5}$$

式中$A_1=\dfrac{\alpha_t E_3}{3(1-2\gamma_3)(\lambda_3+2\mu_3)}a_0^3T_0$，应用韦伯——李卜希兹积分可将解化为柱坐标的表达式：

$$\phi=-A_1\int_0^\infty e^{-\alpha(\zeta-Z)}J_0(\alpha r)\,d\alpha \tag{6}$$

式中J_0为零阶贝塞尔函数。根据文献〔4〕给出的应力分量与热弹位势的关系，并将（6）式代入后有：

$$\begin{cases}\overline{\sigma}_r^{[3]}=2\mu_3A_1\displaystyle\int_0^\infty\alpha^2e^{-\alpha(\zeta-Z)}J_0(\alpha r)\,d\alpha-\frac{2\mu_3A_1}{r}\int_0^\infty\alpha e^{-\alpha(\zeta-Z)}J_1(\alpha r)d\alpha\\ \overline{\sigma}_\theta^{[3]}=\dfrac{2\mu_3A_1}{r}\displaystyle\int_0^\infty\alpha e^{-\alpha(\zeta-Z)}J_1(\alpha r)d\alpha\\ \overline{\alpha}_z^{[3]}=-2\mu_3A_1\displaystyle\int_0^\infty\alpha^2e^{-\alpha(\zeta-Z)}J_0(\alpha r)d\alpha\\ \overline{\tau}_{rz}^{[3]}=2\mu_3A_1\displaystyle\int_0^\infty\alpha^2e^{-\alpha(\zeta-Z)}J_1(\alpha r)d\alpha\\ \overline{\tau}_{r\theta}^{[3]}=\overline{\tau}_{\theta z}^{[3]}=0\end{cases} \tag{7}$$

$\overline{\sigma}_r^{[3]}$……给出了介质Ⅲ中的应力特解；而介质Ⅲ中应力通解与介质Ⅰ和Ⅱ一样（介质Ⅰ和Ⅱ中应力解仅有齐次方程的通解）满足下列方程：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\alpha_r}{\partial r}+\dfrac{\partial\tau_{rz}}{\partial Z}+\dfrac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}=0\\ \dfrac{\partial\tau_{rz}}{\partial r}+\dfrac{\partial\sigma_z}{\partial Z}+\dfrac{\tau_{rz}}{r}=0\end{cases} \tag{8}$$

轴对称问题，引入拉甫函数φ可使（8）式变换成双调和方程：

$$\nabla^2(\nabla^2\varphi)=0 \tag{9}$$

应用汉克变换解（9）式，得到：

$$\varphi_1=\int_0^\infty\Big[(a_1+c_1Z)e^{\alpha Z}+(b_1+d_1Z)e^{-\alpha Z}\Big]J_0(\alpha r)d\alpha$$

$$\varphi_2=\int_0^\infty\Big\{\Big[a_2+c_2(Z-h_1)\Big]e^{\alpha(Z-h_1)}+\Big[b_2+d_2(Z-h_1)\Big]e^{-\alpha(Z-h_1)}\Big\}J_0(\alpha r)d\alpha$$

$$\varphi_3=\int_0^\infty\Big[b_3+d_3(Z-h_1-h_2)\Big]e^{-\alpha(Z-h_1-h_2)}J_0(\alpha r)d\alpha \tag{10}$$

这里由于要求$Z\to\infty$时φ_3有界，所以已令$e^{\alpha(z-h_1-h_2)}$的系数为零。

由文献〔4〕给出了拉甫函数与应力分量的关系，将（10）式代入，并在介质Ⅲ中将齐次方程应力通解与特解迭加，得到各层介质中应力解为：

第一层介质中：

$$\sigma_r^{(1)}=\int_0^\infty\left\{a_1\alpha^3e^{\alpha z}-b_1\alpha^3e^{-\alpha z}+c_1\left(\frac{3}{2}\alpha^2+\alpha^3z\right)e^{\alpha z}+d_1\left(\frac{3}{2}\alpha^2-\alpha^3z\right)e^{-\alpha z}\right\}$$

$$\cdot J_0(\alpha r)d\alpha-\frac{1}{r}\int_0^\infty\left[a_1\alpha^2e^{\alpha z}-b_1\alpha^2e^{-\alpha z}+c_1(\alpha+\alpha^2z)e^{\alpha z}+d_1(\alpha-\alpha^2z)\right.$$

$$\left.\cdot e^{-\alpha z}\right]\cdot J_1(\alpha r)d\alpha$$

$$\sigma_\theta^{(1)}=\frac{1}{2}\int_0^\infty(c_1\alpha^2e^{\alpha z}+d_1\alpha^2e^{-\alpha z})J_0(\alpha r)d\alpha+\frac{1}{r}\int_0^\infty\left[a_1\alpha^2e^{\alpha z}-b_1\alpha^2e^{-\alpha z}\right.$$

$$\left.+c_1(\alpha+\alpha^2z)e^{\alpha z}+d_1(\alpha-\alpha^2z)e^{-\alpha z}\right]J_1(\alpha r)d\alpha$$

$$\sigma_z^{(1)}=\int_0^\infty\left[-a_1\alpha^3e^{\alpha z}+b_1\alpha^3e^{-\alpha z}+c_1\left(\frac{\alpha^2}{2}-\alpha^3z\right)e^{\alpha z}+d_1\left(\frac{\alpha^2}{2}\right.\right.$$

$$\left.\left.+\alpha^3z\right)e^{-\alpha z}\right]\cdot J_0(\alpha r)d\alpha$$

$$\tau_{rz}^{(1)}=\int_0^\infty\left[a_1\alpha^3e^{\alpha z}+b_1\alpha^3e^{-\alpha z}+c_1\left(\frac{\alpha^2}{2}+\alpha^3z\right)e^{\alpha z}-d_1\left(\frac{\alpha^2}{2}-\alpha^3z\right)e^{-\alpha z}\right]$$

$$\cdot J_1(\alpha r)d\alpha \qquad (11)$$

第二层介质中：

$$\sigma_r^{(2)}=\int_0^\infty\left\{a_2\alpha^3e^{\alpha(z-h_1)}-b_2\alpha^3e^{-\alpha(z-h_1)}+c_2\left[\frac{3}{2}\alpha^2+\alpha^3(z-h_1)\right]e^{\alpha(z-h_1)}\right.$$

$$\left.+d_2\left[\frac{3}{2}\alpha^2-\alpha^3(z-h_1)\right]e^{-\alpha(z-h_1)}\right\}\cdot J_0(\alpha r)d\alpha-\frac{1}{r}\int_0^\infty\left\{a_2\alpha^2e^{\alpha(z-h_1)}\right.$$

$$-b_2\alpha^2e^{-\alpha(z-h_1)}+c_2\left[\alpha+\alpha^2(z-h_1)\right]e^{\alpha(z-h_1)}+d_2\left[\alpha-\alpha^2(z-h_1)\right]$$

$$\left.e^{-\alpha(z-h_1)}\right\}\cdot J_1(\alpha r)d\alpha$$

$$\sigma_\theta^{(2)}=\frac{1}{2}\int_0^\infty\left[c_2\alpha^2e^{\alpha(z-h_1)}+d_2\alpha^2e^{-\alpha(z-h_1)}\right]J_0(\alpha r)d\alpha+\frac{1}{r}\int_0^\infty\left\{a_2\alpha^2e^{\alpha(z-h_1)}\right.$$

$$-b_2\alpha^2e^{-\alpha(z-h_1)}+c_2\left[\alpha+\alpha^2(z-h_1)\right]e^{\alpha(z-h_1)}+d_2\left[\alpha-\alpha^2(z-h_1)\right]$$

$$\left.e^{-\alpha(z-h_1)}\right\}J_1(\alpha r)d\alpha$$

$$\sigma_z^{(2)}=\int_0^\infty\left\{-a_2\alpha^3e^{\alpha(z-h_1)}+b_2\alpha^3e^{-\alpha(z-h_1)}+c_2\left[\frac{\alpha^2}{2}-\alpha^3(z-h_1)\right]e^{\alpha(z-h_1)}\right.$$

$$+d_2\left[\frac{\alpha^2}{2}+\alpha^3(z-h_1)\right]e^{-\alpha(z-h_1)}\Big\}\cdot J_0(\alpha r)d\alpha$$

$$\tau_{rz}^{[2]}=\int_0^\infty\Big\{a_2\alpha^3e^{\alpha(z-h_1)}+b_2\alpha^3e^{-\alpha(z-h_1)}+c_2\left[\frac{\alpha^2}{2}+\alpha^3(z-h_1)\right]e^{\alpha(z-h_1)}$$

$$-d_2\left[\frac{\alpha^2}{2}-\alpha^3(z-h_1)\right]e^{-\alpha(z-h_1)}\Big\}\cdot J_1(\alpha r)d\alpha \tag{12}$$

第三层介质中：

$$\sigma_r^{[3]}=\int_0^\infty\Big\{d_3\alpha^2\left[\frac{3}{2}-\alpha(z-h_1-h_2)\right]e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}-b_3\alpha^3e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}\Big\}$$

$$J_0(\alpha r)d\alpha-\frac{1}{r}\int_0^\infty\Big\{d_3\alpha\left[1-\alpha(z-h_1-h_2)\right]e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}$$

$$-b_3\alpha^2e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}\Big\}\cdot J_1(\alpha r)d\alpha+\overline{\sigma}_r^{[3]}$$

$$\sigma_\theta^{[3]}=\frac{1}{2}\int_0^\infty d_3\alpha^2e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}J_0(\alpha r)d\alpha+\frac{1}{r}\int_0^\infty\Big\{d_3\alpha\left[1-\alpha(z-h_1-h_2)\right]$$

$$e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}-b_3\alpha^2e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}\Big\}J_1(\alpha r)d\alpha+\overline{\sigma}_\theta^{[3]}$$

$$\sigma_z^{[3]}=\int_0^\infty\Big\{d_3\alpha^2\left[\frac{1}{2}+\alpha(z-h_1-h_2)\right]e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}$$

$$+b_3\alpha^3e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}\Big\}J_0(\alpha r)d\alpha+\overline{\sigma}_z^{[3]}$$

$$\tau_{rz}^{[3]}=-\int_0^\infty\Big\{d_3\alpha^2\left[\frac{1}{2}-\alpha(z-h_1-h_2)\right]e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}$$

$$-b_3\alpha^3e^{-\alpha(z-h_1-h_2)}\Big\}J_1(\alpha r)d\alpha+\overline{\tau}_{rz}^{[3]} \tag{13}$$

以上推导中均已取泊松比$\gamma=\frac{1}{4}$。

（11）—（13）式中有a_1b_1……等十个未知数，它们须用边界条件和接触条 件来确定，边界和接触条件为：

$$\left.\begin{array}{lllll} z=0\text{时：} & \sigma_z^{[1]}=\tau_{rz}^{[1]}=0 & & & \\ z=h_1\text{时：} & \sigma_z^{[1]}=\sigma_z^{[2]}, & \tau_{rz}^{[1]}=\tau_{rz}^{[2]}, & u_r^{[1]}=u_r^{[2]}, & u_z^{[1]}=u_z^{[2]} \\ z=h_1+h_2\text{时：} & \sigma_z^{[2]}=\sigma_z^{[3]}, & \tau_{rz}^{[2]}=\tau_{rz}^{[3]}, & u_r^{[2]}=u_r^{[3]}, & u_z^{[2]}=u_z^{[3]} \end{array}\right\} \tag{14}$$

用类似于〔 3 〕的方法可求出（14）式中的位移u_r和 u_z。由（14）式，（11）—（13）式中的待定系数a_1、b_1……满足下列方程组：

$$\begin{cases} a_1-b_1-\dfrac{1}{2\alpha}C_1-\dfrac{1}{2\alpha}d_1=0 \\ a_1+b_1+\dfrac{1}{2\alpha}C_1-\dfrac{1}{2\alpha}d_1=0 \end{cases}$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
& e^{\alpha h_1} a_1 - e^{-\alpha h_1} b_1 - e^{\alpha h_1}\left(\frac{1}{2\alpha} - h_1\right) C_1 - e^{-\alpha h_1}\left(\frac{1}{2\alpha} + h_1\right) d_1 - a_2 + b_2 \\
& \qquad + \frac{1}{2\alpha} C_2 + \frac{1}{2\alpha} d_2 = 0 \\
& e^{\alpha h_1} a_1 + e^{-\alpha h_1} b_1 + e^{\alpha h_1}\left(\frac{1}{2\alpha} + h_1\right) C_1 - e^{-\alpha h_1}\left(\frac{1}{2\alpha} - h_1\right) d_1 - a_2 - b_2 \\
& \qquad - \frac{1}{2\alpha} C_2 + \frac{1}{2\alpha} d_2 = 0 \\
& \mu^* e^{\alpha h_1} a_1 - \mu^* e^{-\alpha h_1} b_1 + \mu^* e^{\alpha h_1}\left(\frac{1}{\alpha} + h_1\right) C_1 + \mu^* e^{-\alpha h_1}\left(\frac{1}{\alpha} - h_1\right) d_1 - a_2 \\
& \qquad + b_2 - \frac{1}{\alpha} C_2 - \frac{1}{\alpha} d_2 = 0 \\
& \mu^* e^{\alpha h_1} a_1 + \mu^* e^{-\alpha h_1} b_1 - \mu^* e^{\alpha h_1}\left(\frac{1}{\alpha} - h_1\right) C_1 + \mu^* e^{-\alpha h_1}\left(\frac{1}{\alpha} + h_1\right) d_1 - a_2 \\
& \qquad - b_2 + \frac{1}{\alpha} C_2 - \frac{1}{\alpha} d_2 = 0 \\
& e^{\alpha h_2} a_2 - e^{-\alpha h_2} b_2 - e^{\alpha h_2}\left(\frac{1}{2\alpha} - h_2\right) C_2 - e^{-\alpha h_2}\left(\frac{1}{2\alpha} + h_2\right) d_2 + \frac{1}{2\alpha} d_3 \\
& \qquad + b_3 = \frac{2\mu_3}{\alpha} A_1 e^{-\alpha(\zeta - h_1 - h_2)} \\
& e^{\alpha h_2} a_2 + e^{-\alpha h_2} b_2 + e^{\alpha h_2}\left(\frac{1}{2\alpha} + h_2\right) C_2 - e^{-\alpha h_2}\left(\frac{1}{2\alpha} - h_2\right) d_2 + \frac{1}{2\alpha} d_3 \\
& \qquad - b_3 = \frac{2\mu_3}{\alpha} A_1 e^{-\alpha(\zeta - h_1 - h_2)} \\
& \mu^{**} e^{\alpha h_2} a_2 - \mu^{**} e^{-\alpha h_2} b_2 + \mu^{**} e^{\alpha h_2}\left(\frac{1}{\alpha} + h_2\right) C_2 + \mu^{**} e^{-\alpha h_2}\left(\frac{1}{\alpha} - h_2\right) d_2 \\
& \qquad + b_3 - \frac{1}{\alpha} d_3 = \frac{2\mu_3}{\alpha} A_1 e^{-\alpha(\zeta - h_1 - h_2)} \\
& \mu^{**} e^{\alpha h_2} a_2 + \mu^{**} e^{-\alpha h_2} b_2 - \mu^{**} e^{\alpha h_2}\left(\frac{1}{\alpha} - h_2\right) C_2 + \mu^{**} e^{-\alpha h_2}\left(\frac{1}{\alpha} + h_2\right) d_2 \\
& \qquad - b_3 - \frac{1}{\alpha} d_3 = \frac{2\mu_3}{\alpha} A_1 e^{-\alpha(\zeta - h_1 - h_2)}
\end{aligned}
\right.
\tag{15}
$$

方程组中$\mu^* = \mu_2/\mu_1$，$\mu^{**} = \mu_3/\mu_2$。显然a_1、b_1……是积分变量 α 的函数，将其解出代入（11）—（13）的积分表达式中便可求得介质内任意一点（r，z）处的应力张量值。

至此，三层介质中的应力表达式已经给出。在求得应力之后可根据虎克定律求出相应的应变来。

2.计算方法：

原则上求解（15）式后代入（11）-（13)中可得到介质内任意一点的应力张量值。但求

解待定系数的方程组是一个十元一次含积分变量α的线性方程组，求解a_1、b_1……作为α的函数的表达式将变得非常复杂。因此本文将采取下列步骤处理：

（1）对（11）—（13）式的积分限按相应贝塞尔函数$J_i(x)$的零点剖分（i=0，1），将无穷积分表达为相邻两个贝塞尔函数零点间分段积分的无穷项之和，即：

$$\int_0^\infty f(x)J_i(x)dx=\sum_{j=0}^{\infty}\int_{X_j}^{X_{j+1}} f(x)J_i(x)dx \tag{16}$$

式中X_j（j=1，2，……∞）为$J_i(x)$的零点，$x_0=0$。

（2）对任意一个分段积分应用16分点高斯不等间距积分法进行近似计算，即有：

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} f(x)J_i(x)dx=\frac{x_{j+1}-x_j}{2}\sum_{k=1}^{n=16} W_K f(x_K)J_i(x_K)+R_n \tag{17}$$

式中x_K、W_K（K=1，2…n）分别为分点座标及权系数，可由专门手册查到[5]；R_n为误差，与分点数n有关。

（3）由于在积分（11）—（13）的被积函数中含有十个待定系数a_1、b_1…，它们又是积分变量α的稳函数，在它们的表达式无法得知以前上述高斯近似计算方法是无法采用的。为此必需首先在给定的分点值x_K上（因为有$\alpha_K=\frac{x_K}{r}$）解（15）式，以求出十个待定系数$a_1(\alpha_K)$、$b_1(\alpha_K)$…，将其代入分段高斯积分之中把相邻两零点间的分段积分值计算出来。

（4）在用上述方法求得被积函数$f(x)J_i(x)$随x的衰减形式后发现$|f(x)J_i(x)|$随x衰减较快，当计算到贝塞尔函数的第15—16个零点间的积分时其值与前15项分段积分和之比已小至10^{-6}～10^{-7}的量级，因此上述无穷积分实际取到20个零点即已足够。

（5）决定“震源”强度的参数A_1的选取，本文以震中距在50—100km的地表上有10^6～10^7应变量为益。

需要指出，按上述计算方法，通过第一、二层介质取相同的弹性参数变为两层后，与文献〔3〕中r=60km、表层厚度0.3km、扬氏模量$E_1=400kg/cm^2$、$E_2=4\times10^5kg/cm^2$的计算结果对比，前五位有效数字完全相同（文献〔3〕的计算结果仅有五位有效数字），证明计算公式无误，其精度完全满足要求。

三、介质力学、电性参数及其电阻率—应变灵敏度的选取

1.岩土层的力学参数及其电阻率值的选取

众所周知，岩石的弹性模量和泊松比与它们的矿物成分、容量大小、构造结构、裂隙性、孔隙率和含水程度等有关。许多人的大量试验资料给出了表1中一些典型岩石的弹性参数和其物理参数[6]。由表1的统计资料看出：一般弹性模量高的岩石其孔隙率要小，常压下的吸水率（或称孔隙指数）要低，因此其电阻率要高；反之，其电阻率要低。有人还给出岩石动态弹性模量E_d与孔隙率φ的关系[7]：

$$E_d=\rho\cdot V_{lp}^2\cdot(1-0.768\varphi)^2\cdot\frac{(1+\gamma)(1-2\gamma)}{1-\gamma} \tag{18}$$

式中ρ为岩石密度，γ为泊松比，V_{lp}为岩石骨架的纵波速度。可见当孔隙率减小时，其动

表 1

岩　石	E(kg/cm²)	容重(g/cm³)	孔隙率(%)	孔隙指数(常压下吸水率)(%)
花岗岩	$2-6\times10^5$	2.6～2.7	0.5—1.5	0.1～0.92
石灰岩	$1-8\times10^5$	2.2～2.6	5—10	0.1～4.45
砂　岩	$0.5\sim8\times10^5$	2.0～2.6	5—25	0.2～12.19
页　岩	$1-3.5\times10^5$	2.0～2.4	10～30	1.8～3.0
泥　岩	$2\sim5\times10^5$		>30	很　大

态弹性模量是增大的。阿奇定律指出岩石电阻率随其孔隙率的减小而增大，因此一般来说，当岩石的弹性模量高时，其电阻率相应的亦高。目前我国地电台站的探测范围内常见的岩石有沙土层、砂砾层、砂岩、泥岩、页岩、石灰岩、花岗岩等，因此选取岩土层力学参数与其电阻率值时也将遵循这一普遍规律。结合这些岩石常见的电阻率值，在本文的计算中取花岗岩的扬氏模量E为3.6×10^5kg/cm²，其电阻率为600Ωm；石灰岩的E为4.4×10^5kg/cm²，其电阻率为350Ωm；砂岩的E为$1.2\sim1.8\times10^5$kg/cm²，其电阻率为 30～50Ωm；第四系复盖层的E取为400kg/cm²，而电阻率取为17Ωm（含水沙土层）—100Ωm（含水砂砾层）。

2.岩石电阻率对应变（或应力）灵敏度的选取

迄今为止还未彻底搞清楚地下岩土层在地应力作用下电阻率的变化机制，因而还不可能从理论上给出岩石的应力—电阻率变化量的计算公式。但是国内外已经积累了相当丰富的受压岩石的电阻率资料，不仅有条件严格的室内实验资料，而且有天然条件下现场的实验结果。他们的结果给出了部分岩石的电阻率—应力灵敏度$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)$/（1b/cm²）或电阻率—应变灵敏度（$\frac{\Delta\rho}{\rho}$）/e这样一个指标。这一指标使我们能很方便地计算出介质内附加应力、应变场产生的电阻率变化量。已有受压岩石电阻率的资料表明：一般大孔隙度岩石的电阻率—应变灵敏度显著降低；同一岩石大应变时的电阻率—应变灵敏度显著降低。文献〔8〕、〔9〕给出花岗岩的电阻率—应变灵敏度约在$10^3\sim10^4$量级；文献〔10〕、〔11〕给出砂岩的电阻率—应变灵敏度在$10\sim10^2$量级；文献〔12〕、〔13〕给出灰岩的电阻率—应变灵敏度在$10^2\sim10^3$量级。考虑到我们讨论的地电探测范围内的岩土层都处于地壳表层常温低压下，附加应变场的量级比较小，因此本文取相应岩石的电阻率—应变灵敏度之上限，即花岗岩的电阻率—应变灵敏度取为10^4；灰岩的取为10^3；砂岩的取为500～800；第四系沙土层的电阻率—应变灵敏度取为100。尽管这样，这些数据毕竟是在实验的大应变情况下得到的，对于实际情况可能仍然偏小。我们的目的是讨论不同结构介质中视电阻率变化量的差异，而不仅仅局限于某种情况下具体数值的大小，因此统一的偏小不会影响本文的结果。

3.响应系数

在得到膨胀球力源作用下各层中的真电阻率变化量之后，可由层状介质的响应系数计算出地表的视电阻率变化量来。根据响应系数理论[14]，地表视电阻率变化量$\frac{\Delta\rho_s}{\rho_s}$与各层真电阻率变化量$\frac{\Delta\rho_i}{\rho_i}$（i＝1，2，3）的关系如下：

$$\left.\frac{\Delta\rho_s}{\rho_s}\right|_{AB} = S_1\frac{\Delta\rho_1}{\rho_1} + S_2\frac{\Delta\rho_2}{\rho_2} + S_3\frac{\Delta\rho_3}{\rho_3} \tag{19}$$

式中S_i（$i=1，2，3$）是各层介质的响应系数。它可根据以上选定的介质电性参数、所用地电装置的极距大小算得。本文响应系数均采用供电极距 AB＝1000m的斯伦贝格装置在相应介质情况下以核函数—滤波系数法求得的。

四、计算结果与讨论

按照以上选定的参数和算法，我们进行了以下两个方面的计算：（1）在震中距相同（50km）震源强度相等的条件下计算了几种不同力学、电学性质的介质结构中应力—应变场及其所产生的真电阻率变化量和地表视电阻率的相对变化。这些计算结果示于表2—表6中。其中表2、表3给出了介质中体应力、体应变随深度的详尽变化。由于变化规律相仿，在表4—表6中没有再详细罗列而只给出各层的平均值。（2）取相同结构的层状介质（表2所示介质结构），计算了不同震中距上地表视电阻率的变化量。它们的结果示于图2中。

由计算结果可看出：

1．地下有"孕震体"时，地壳浅层不同力学性质的岩层中，附加应力状况有很大的差异，弹性模量高的岩层中应力亦高；然而在不同岩层中应变却看不出有突变现象。因此在这种情况下，岩层中由附加应力、应变场产生的电阻率变化量主要取决于岩石的"电阻率—应

表2

岩性	层厚（m）	扬氏模量(kg/cm²)	电阻率(Ωm)	深度(m)	体应力	体应变	电阻率应变灵敏度	真电阻率相对变化量	响应系数	视电阻率相对变化量
第四系复盖层	50	400	20（或100）	10	-5.85520×10^{-3}	-7.31900×10^{-6}	100	-7.30678×10^{-4}	0.5564（-0.0067）	
				20	-5.85031×10^{-3}	-7.31289×10^{-6}				
				30	-5.84542×10^{-3}	-7.30678×10^{-6}				
				40	-5.84054×10^{-3}	-7.30067×10^{-6}				
				50	-5.83565×10^{-3}	-7.29456×10^{-6}				
花岗岩	100	3.6×10^5	600	75	-5.24109	-7.27929×10^{-6}	10^4	-7.25637×10^{-3}	0.3780（0.8651）	-3.0%（-6.3%）
				100	-5.23009	-7.26401×10^{-6}				
				125	-5.21909	-7.24874×10^{-6}				
				150	-5.20810	-7.23347×10^{-6}				
砂岩	∞	1.2×10^5	30	175	-1.73236	-7.21815×10^{-6}	500	-3.57107×10^{-3}	0.0654（0.1415）	
				200	-1.72871	-7.20294×10^{-6}				
				225	-1.72506	-7.18774×10^{-6}				
				250	-1.72141	-7.17254×10^{-6}				
				300	-1.71412	-7.14215×10^{-6}				
				350	-1.70683	-7.11178×10^{-6}				
				400	-1.69954	-7.08143×10^{-6}				
				450	-1.69227	-7.05111×10^{-6}				
				500	-1.68499	-7.02080×10^{-6}				
				550	-1.67772	-6.99052×10^{-6}				
				600	-1.67046	-6.96025×10^{-6}				

震中距50km，AB＝1000m

表 3

岩性	层厚 (m)	扬氏模量 (kg/cm²)	电阻率 (Ωm)	深度 (m)	体应力	体应变	电阻率应变灵敏度	真电阻率相对变化量	响应系数	视电阻率相对变化量
砂土层	75	400	90	15	-6.09801×10^{-3}	-7.62251×10^{-6}	100	-7.60414×10^{-4}	0.3775	-2.4%
				30	-6.09066×10^{-3}	-7.61333×10^{-6}				
				45	-6.08331×10^{-3}	-7.60414×10^{-6}				
				60	-6.07596×10^{-3}	-7.59496×10^{-6}				
				75	-6.06862×10^{-3}	-7.58577×10^{-6}				
花岗岩风化层	40	1.2×10^{5}	55	85	-1.81912	-7.57967×10^{-6}	800	-6.05638×10^{-3}	0.3296	
				95	-1.81765	-7.57354×10^{-6}				
				105	-1.81618	-7.56742×10^{-6}				
				115	-1.81471	-7.56129×10^{-6}				
花岗岩	∞	3.6×10^{5}	600	140	-5.43310	-7.54598×10^{-6}	10^{4}	-7.43388×10^{-2}	0.2928	
				165	-5.42208	-7.53067×10^{-6}				
				190	-5.41106	-7.51536×10^{-6}				
				215	-5.40004	-7.50006×10^{-6}				
				265	-5.37801	-7.46946×10^{-6}				
				315	-5.35599	-7.43888×10^{-6}				
				365	-5.33399	-7.40832×10^{-6}				
				415	-5.31199	-7.37777×10^{-6}				
				465	-5.29001	-7.34724×10^{-6}				
				515	-5.26804	-7.31673×10^{-6}				
				565	-5.24609	-7.28623×10^{-6}				

震中距50km，AB＝1000m

表 4

岩性	层厚 (m)	扬氏模量 (kg/cm²)	电阻率 (Ωm)	深度 (m)	（平均）体应力	（平均）体应变	电阻率应变灵敏度	真电阻率相对变化量	响应系数	视电阻率相对变化量
第四系复盖层	50	400	20 (或100)	0–50	-6.10536×10^{-3}	-7.63170×10^{-6}	100	-7.63170×10^{-4}	0.3822 (0.1101)	-1.0% (-1.4%)
砂岩	100	1.2×10^{5}	[illegible]	50–150	-1.81948	-7.58118×10^{-6}	500	-3.79058×10^{-3}	0.5129 (0.7403)	
花岗岩	∞	3.6×10^{5}	600	150–600	-5.37582	-7.46641×10^{-6}	10^{4}	-7.46641×10^{-2}	0.1048 (0.1495)	

震中距50km，AB＝1000m

表 5

岩 性	层 厚 (m)	扬氏模量 (kg/cm²)	电阻率 (Ωm)	深 度 (m)	（平均）体应力	（平均）体应变	电阻率/应变灵敏度	真电阻率相对变化量	响应系数	视电阻率相对变化量
第四系复盖层	50	400	20	0—50	-6.07264×10^{-3}	-7.59080×10^{-6}	100	-7.5908×10^{-4}	0.1733	-0.43%
砂岩	100	1.2×10^{5}	30	50—150	-1.80967	-7.54029×10^{-6}	500	-3.77013×10^{-3}	0.3290	
砂岩	∞	1.8×10^{5}	50	150—600	-2.66771	-7.41032×10^{-6}	800	-5.92826×10^{-3}	0.4975	

震中距50km，AB＝1000m

表 6

岩 性	层 厚 (m)	扬氏模量 (kg/cm²)	电阻率 (Ωm)	深 度 (m)	（平均）体应力	（平均）体应变	电阻率/应变灵敏度	真电阻率相对变化量	响应系数	视电阻率相对变化量
砂土层	200	400	深度0—35m取17.5 深度35—200m取为30	0—35 35—200	-6.19178×10^{-3} -6.14032×10^{-3}	-7.73973×10^{-6} -7.67540×10^{-6}	100	0—35m，-7.73973×10^{-4} 35-200m -7.6754×10^{-4}	0-35m为0.2271 35-200m为0.6493	-0.16%
灰岩	∞	4.4×10^{5}	350	200—650	-6.66013	-7.56833×10^{-6}	10^{3}	-7.56833×01^{-3}	0.1235	

震中距50km，AB＝1000m

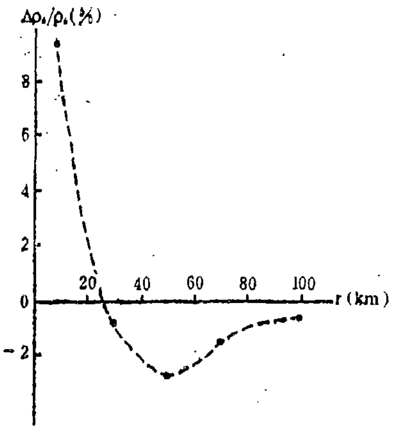

图 2　同一介质结构的 $\frac{\Delta\rho_s}{\rho_s}$ 与震中距 r 的关系

Fig.2　Relationship between the $\Delta\rho_s/\rho_s$ with the same geoelectrical structure and epicentral distance

变灵敏度”，其值大的，电阻率变化量亦大；其值小的，电阻率变化量亦小。表 2 — 4 所示介质中有“电阻率—应变灵敏度”为10^4的花岗岩层，在这些层中产生的真电阻率变化量亦最大，因此这些结构上所得到的有用信息较其它几种介质结构的也要大。显然，地电台站要对“孕震”过程有较好的反映，必须要在其探测范围内有高“电阻率—应变灵敏度”的岩层。

2.计算表明：震源强度、震中距相同时不同力学结构的介质中体应变仍有相当的差别。在我们的算例中同一深度上体应变最大相差 6 %。一般在深部有高弹性模量的岩层时应变的绝对量要大一些。

3.表 2 所示的介质结构是所算各例中视电阻率异常最为明显的一种。这是由于地电装置有一定的探测特性，当高“电阻率—应变灵敏度”的岩层处于十分之一装置极距的深度，或者说，探测装置的极距选择在十倍于高“电阻率—应变灵敏度”岩层的埋深时，有最大的视电阻率异常。

4.表 2 和表 4 中在力源强度和介质力学结构不变的情况下，表层电阻率不取 20Ωm而取100Ωm，地表的视电阻率变化量会有明显的增加（括弧中的数据），特别是表 2 中增加了一倍。这说明地电台址的电性搭配关系是十分重要的，它不仅决定着表层电性的季节变化对地电阻率测量的干扰强弱，而且决定着对有用信息的探测效果。显然当第一层取为 100Ωm 时较20Ωm 要更接近第二层的电阻率。由文献〔1〕的讨论知，当探测范围的岩层电性差异不太大时，有较好的探测效果，因此为了得到明显的“地电阻率前兆”，必须选择探测体内的岩层既具有高的“电阻率—应变灵敏度”，又要与上下岩层有较接近的电性特征。

5.在算例所示介质结构中，表 6 是复盖层最厚的一例，计算结果也表明地表视电祖率所观测到的有用信息最小。由此可见厚的松软的复盖层是地电阻率法的严重干扰。

表 3 所示介质的力学、电性结构基本具备了以上讨论的几个条件。从计算结果看，仅次于表 2，对“孕震”有较明显的前兆反映。它与河北昌黎地电台的结构相仿，这就可以从台址条件上定性地说明昌黎台为什么在1976年唐山地震前有明显的前兆异常。

6.图 2 表明，反映“孕震”的地表视电阻率变化的强度在台址结构相同的情况下随震中距的增大而减小。图 2 实际上揭示了各测点在相同勘探体积内应变场随震中距的变化规律。将其与均匀层〔15〕、两层〔8〕介质的膨胀球力源的计算结果对比，可以明显地看出三种情况下其形态特征极为相似。这可作为本结果正确性的一种佐证。由于本文所采用的计算方法与文

献〔3〕、〔15〕不同，而更易于推广到多层介质中去。从图2可看出地电阻率异常可能会有近场与远场效应之分，近场效应明显，符号单一，而远场效应大大减弱，且符号可正可负。当然近场范围的大小与震源深度、震级大小有关，也可能会与具体的计算模型有关。

综上所述，震源应变场与地下电阻率的变化密切联系，地电阻率法预报地震的效能除了依赖于孕震构造体的强度外还依赖于台站探测范围内介质的力学和电学性质。因此结合实际台站开展震源应变场与地电阻率的关系研究是十分必要的。

（本文1987年9月28日收到）

参考文献

〔1〕赵和云、张文孝、杨明芝，水平层状介质中不同深度对地表ρ_s变化的响应特性，地震，№6，1985.

〔2〕陈有发等，岩性对电阻率前兆的影响，西北地震学报，Vol.4，№4，1982.

〔3〕钱家栋、朱仁益，两层介质中均匀膨胀球的应变场和位移的计算结果和应用，西北地震学报，Vol.2，№2，1980.

〔4〕徐芝伦，弹性力学（上册），人民教育出版社，1979.

〔5〕Hanbook of Mathematical Functions, Dover publications, INC, Newyork, 1970.

〔6〕华东水利学院，岩石力学，水利出版社，1981.

〔7〕鲁先元，声波技术在水中工程中的应用，岩石力学，№9，1983.

〔8〕Brace. W.F. et al., Futher studies of the effect of pressure on electrical resistivity of rocks, J.G.R., Vol.73, №16, 1968.

〔9〕Пархоменко э.и., Элекмрические свойства горных пород, 1965.

〔10〕张金铸、陆阳泉，不同三轴应力条件下岩石电阻率变化的试验研究，地震学报，Vol.5，№8，1983.

〔11〕吕广廷等，应力作用下层状砂岩电阻率的变化特征，西北地震学报，Vol.6，№1，1984.

〔12〕张同俊，矿井岩层受力状态与视电阻率关系的实验研究，西北地震学报，Vol.3，№1，1981.

〔13〕Y.Yamazaki, Electric conductivity of strainecal rocks (The first paper)，东京大学地震研究所汇报，Vol.43，№4，783—802.

〔14〕钱家栋等，地电阻率法在地震预报中的应用，地震出版社，1985.

〔15〕Atusi Okada, Some investigations of the character of crustal deformation, Bulletin of the Earthquake Research Institute, Vol.40, 1962.

RELATIONSHIP BETWEEN APPARENT RESISTIVITY AND STRESS-STRAIN FIELD IN THE LAYER MEDIA DUE TO AN EXPANDING SPHERE AS A MODELLING EARTHQUAKE SOURCE

Zhao Heyun
(*Seismological Bureau of Ningxia Hui Autonomous Region*)
Qian Jiadong
(*The Earthquake Research Institute of Lanzhou, State Seismological Bureau*)

Abstract

This paper deals with the resistivity changes inside a three layer media and corresponding apparent resistivity changes observed in different "epicentral distance" on the surface of the media, which are caused by the additional stress-strain field due to an expanding sphere in the media as a modelling earthquake source.

The results show that for a certain source, the stress field within the detective scale of a given geoelectrical observational system in a given "epicentral distance" varies very much with the layers which have different values of elastic modulus, and that the strain field within the same scale does not vary so much as stress. Thus the true resistivity changes in different layers of the three layer model have been calculated in terms of the "resistivity-strain sensitivity" based on some laboratory experiments, and then the apparent resistivity changes associated with the electrical structure of the same model calculated also, so that we could know something about the relations between the apparent resistivity changes and the strain fields for the earthquake source (expanding sphere). The relations reveal the synthetic influences of both mechanical structure and electrical structure on apparent resistivity changes. For the geoelectrical method as one of the means in earthquake prediction, on one hand, we have to seek the observational site which is of high sensitivity of resistivity-strain for the media, on the other hand, it is necessary that the site has a good response of apparent resistivity change to the true resistivity change inside the media which is of high sensitivity of resistivity-strain.