

海陆风环流的计算方法^{*}

张 铭 张立凤

(中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029)

颜兆辉 杨纲凯

(香港中文大学物理系, 香港)

摘 要 给出海陆风环流的计算方法, 得到了计算方程, 该方程为一个复偏微分方程, 可用松弛迭代法数值求解。利用该方程, 对珠江口及香港地区的海陆风环流作了高分辨率的计算, 结果表明用该方法计算得到的海陆风环流是可信的, 其与实际观测及 Mass 模式的计算结果十分吻合。

关键词 计算方法 海陆风 环流

1 引言

非绝热加热的不均匀对大气运动起着十分重要的作用, 它将产生垂直运动并导致次级环流的发生。海陆风就是由于一日内海陆非绝热加热不均匀造成的局地次级环流^[1], 因其时间和空间的尺度均较小, 故其是非地转的。理论上研究海陆风环流的计算方法对于了解其环流结构及揭示其发生发展机制是很有帮助的。当前由于海陆风环流与大气环境的污染密切相关, 其研究又再度受到人们的重视^[2]。

对于次级环流的计算, 特别是准地转运动下垂直运动的诊断^[3], 人们并不陌生。但对于海陆风环流, 由于其具有时间和空间尺度小、非地转性明显等特点, 计算就比较困难。虽然在以往海陆风的理论研究中人们也涉及到该问题, 但此时大多简化为一个二维问题来处理, 真正将其作为一个三维问题来研究的尚不多见。本文则试图在该方面做一些工作。本文的结果也可用于城市热岛环流等计算。

2 计算海陆风环流的方程

为简单本文仅考虑在静止风场背景下海陆风环流的计算。此时控制方程可用线性化的 Boussinesq 方程组, 即:

1998-03-25 收到, 1998-07-17 收到修改稿

^{*} 香港 Groucher 基金会和香港中文大学资助

$$\begin{cases} u_t - fv + p_x = -ku, \\ v_t + fu + p_y = -kv, \\ w_t - \theta + p_z = -kw, \\ \theta_t + N^2 w = Q - k_T \theta, \\ u_x + v_y + w_z = 0, \end{cases} \quad (1)$$

这里 u, v, w, p, θ 均为扰动场, N 为 Brunt-Vaisala 频率, Q 为非绝热加热率。(1) 中还考虑了 Rayleigh 摩擦和 Newton 冷却, 其系数分别用 k 和 k_T 表示并设其为常数, 为简单还设 f 和 N 为常数, 对于海陆风这类中尺度系统, 这种假设是可行的。

由于非绝热加热率是时间的周期函数, 可将 (1) 对时间作 Fourier 展开, 有

$$a = \sum_n \hat{a}_n e^{i\omega_n t} = \sum_n \hat{a}_n e^{in\omega_0 t}, \quad (2)$$

这里 a 代表 u, v, w, p, θ 和 Q , $\hat{a}$ 则为 a 的振幅, ω_0 为基频, $\omega_0 = 2\pi/T_0$, T_0 为基频的周期, 对于海陆风这类问题, 其为 1 d, 将 (2) 代入 (1) 可得

$$\begin{cases} \chi u - fv + p_x = 0, \\ \chi v + fu + p_y = 0, \\ \chi w - \theta + p_z = 0, \\ \chi_T \theta + N^2 w - Q = 0, \\ u_x + v_y + w_z = 0, \end{cases} \quad (3)$$

(3) 中为简单略去了“ $\wedge$ ”号和下标 n , 而

$$\begin{cases} \chi = i\omega_n + k = in\omega_0 + k, \\ \chi_T = i\omega_n + k_T = in\omega_0 + k_T. \end{cases} \quad (4)$$

将 (3) 中第 1 式对 x 微商, 第 2 式对 y 微商, 第 3 式对 z 微商后再相加可得

$$\nabla_3^2 p + f(u_y - v_x) - \theta_z = 0, \quad (5)$$

这里 $\nabla_3^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. 由 (3) 中第 1 式和第 2 式还可解出

$$\begin{cases} u = \frac{1}{\chi^2 + f^2} (-fp_y + \chi p_x), \\ v = \frac{1}{\chi^2 + f^2} (-\chi p_y + fp_x). \end{cases} \quad (6)$$

而由 (3) 中第 3 式和第 4 式则可解出

$$\begin{cases} w = \frac{Q - \chi_T p_z}{\chi \chi_T + N^2}, \\ \theta = \frac{\chi Q + N^2 p_z}{\chi \chi_T + N^2}. \end{cases} \quad (7)$$

将 (6) 中第 1 式对 y 微商, 第 2 式对 x 微商, (7) 中第 2 式对 z 微商后代入 (5) 可得

$$\left(1 - \frac{f^2}{\chi^2 + f^2}\right)(p_{xx} + p_{yy}) + \left(1 - \frac{N^2}{\chi\chi_T + N^2}\right)p_{zz} = \frac{\chi Q_z}{\chi\chi_T + N^2}. \quad (8)$$

(8) 式还可写成

$$p_{xx} + p_{yy} + \frac{\chi_T}{\chi} c p_{zz} = \frac{c}{\chi} Q_z. \quad (9)$$

这里有

$$c = \frac{\chi^2 + f^2}{\chi\chi_T + N^2}. \quad (10)$$

为了考虑上下边界条件, 还须对 (9) 式作变换, 将因变量 p 变换成 w , 这是因为当不考虑地形时, w 有最简单的上下边界条件, 即有

$$w = 0, \text{ 当 } z = 0 \text{ 和 } z = H, \quad (11)$$

这里 H 为逆温层底或对流层顶的高度, 本文不考虑地形, (11) 式成立。

将 (9) 式对 z 微商后再利用关系式 (7) 中第 1 式则可得

$$w_{xx} + w_{yy} + \frac{\chi_T}{\chi} c w_{zz} = \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{\chi\chi_T + N^2}, \quad (12)$$

(11) 和 (12) 构造了一个垂直方向的本征值问题。因采用了线性化的方程组, 故可设 Q 有以下的分布形式

$$Q = Q_0 \cdot Q_1(x, y) \cdot Q_2(z), \quad (13)$$

这里 Q_1 为 Q 的水平分布函数, Q_2 则为垂直分布函数, Q_0 为一个常数, 其决定了加热率的大小。

在考虑到边界条件 (11) 后, 可将 w 和 Q_2 在 $(0, H)$ 上用基函数 $\sin(m\pi/H)z$ 展开。则有

$$\begin{cases} w = \sum_m \tilde{W}_m(x, y) \sin \frac{m\pi}{H} z, \\ Q = Q_0 Q_1 \sum_m q_m \sin \frac{m\pi}{H} z. \end{cases} \quad (14)$$

将 (14) 代入 (12) 式, 为书写简单, 略去下标 m , 且设

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\chi_T}{\chi} c \left(\frac{m\pi}{H} \right)^2, \\ \beta = \frac{q_0}{\chi\chi_T + N^2}, \end{cases} \quad (15)$$

则可得

$$\tilde{w}_{xx} + \tilde{w}_{yy} - \alpha \tilde{w} = Q_0 \beta (Q_{1xx} + Q_{1yy}). \quad (16)$$

(16) 式即是计算海陆风环流的方程, 这是一个关于实变量 x, y 的复偏微分方程。它的物理意义十分明显, 对于不同的垂直模态, 非绝热加热率的水平分布决定了相应垂直模态垂直运动的水平分布, 而加热率的大小则决定了该垂直运动的大小, 且二者有线性关系。

3 方程的求解

方程 (16) 是复偏微分方程, 对于实际的非绝热加热, 无法解析求解。本文试用松弛迭代法数值求解并取得了较好的效果, 该解法如下:

取正方型网格, 格点用 i, j 表示, 设格距为 h , 将微商用差商近似表示, 则方程 (16) 可离散化为

$$(\tilde{w}_{i-1,j} + \tilde{w}_{i+1,j} + \tilde{w}_{i,j-1} + \tilde{w}_{i,j+1} - 4\tilde{w}_{i,j})/h^2 - \alpha\tilde{w}_{i,j} = \tilde{F}_{i,j}, \quad (17)$$

这里 $\tilde{F}_{i,j}$ 为

$$\tilde{F}_{i,j} = Q_0 \beta (Q_{1i-1,j} + Q_{1i+1,j} + Q_{1i,j-1} + Q_{1i,j+1} - 4Q_{1i,j})/h^2. \quad (18)$$

引入松弛系数 ω 则 (17) 式可改写成以下的迭代形式

$$\tilde{w}_{i,j}^{(n+1)} = \tilde{w}_{i,j}^{(n)} + \frac{\omega}{4 + \alpha h^2} (\tilde{w}_{i-1,j}^{(n)} + \tilde{w}_{i+1,j}^{(n)} + \tilde{w}_{i,j-1}^{(n)} + \tilde{w}_{i,j+1}^{(n)} - (4 + \alpha h^2)\tilde{w}_{i,j}^{(n)} - h^2 \tilde{F}_{i,j}), \quad (19)$$

当 $\omega=1$ 时以上即为简单迭代, 实际计算中一般可取 $\omega=1.0 \sim 1.2$ 。具体的计算步骤如下:

开始, 取 $w=0$ 并取控制误差 $\varepsilon = \max |w_{i,j}^{(n+1)} - w_{i,j}^{(n)}|$, 当迭代到 $\varepsilon < \varepsilon_0$ 时则停止迭代并认为此时的 w 场即为方程 (16) 的数值解。

在用松弛迭代法求得每一垂直模态的 w_m 后, 用 (14) 中第 1 式将各垂直模态叠加, 可求得 w , 再依 (3) 中第 4 式可求出 θ , 即

$$\theta = (Q - N^2 w) \chi_T. \quad (20)$$

而 p_z 则可由 (7) 中第 1 式求出

$$p_z = \frac{Q}{\chi_T} - \frac{\chi \chi_T + N^2}{\chi_T} w. \quad (21)$$

求得 p_z 后可求出 p

$$\begin{aligned} p &= \int \frac{Q}{\chi_T} dz - \int \frac{\chi \chi_T + N^2}{\chi_T} w dz + C \\ &= \frac{Q_0 Q_1}{\chi_T} \int Q_2 dz + \frac{\chi \chi_T + N^2}{\chi_T} \cdot \frac{H}{\pi} \sum_m \frac{w_m}{m} \cos \frac{m\pi}{H} z + C, \end{aligned} \quad (22)$$

(22) 式中的积分常数 C 可根据在大气上界 $z=H$ 处无气压扰动 $p=0$ 的条件定出。求得 p 后再利用 (6) 式即可求出 u, v 。这样就求得了 u, v, w, p, θ 各时间模态的振幅值。利用 (2) 式对各时间模态进行叠加并取实部就可以得到各时刻的风场 u 和 v , 垂直运动场 w , 位温场 θ 和气压 p 场的扰动。

在实际求解方程 (16) 时, 首先要给出非绝热加热率 Q , 可设海陆风现象的 Q 有以下形式:

$$Q = q(x, y)e^{-\delta z}g(t), \quad (23)$$

函数 $g(t)$ 是非绝热加热率随时间的变化, 其有以下形式:

$$g(t) = \begin{cases} \sin \frac{2\pi}{T_0} t, & 0 \leq t \leq \left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{2\pi}\right)T_0, \\ \sin(\pi + \varepsilon), & \left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{2\pi}\right)T_0 < t < \left(1 - \frac{\varepsilon}{2\pi}\right)T_0, \\ \sin \frac{2\pi}{T_0} t, & \left(1 - \frac{\varepsilon}{2\pi}\right)T_0 \leq t \leq T_0, \end{cases} \quad (24)$$

本文取 $\varepsilon = 14.5^\circ$, 此时 $\sin(\pi + \varepsilon) \approx -0.25$, $g(t)$ 的形式则与文献 [4] 相同, 如图 1 所示。将 $g(t)$ 对 t 作 Fourier 展开即可得到各时间模态的非绝热加热, 表 1 给出了其振幅。

(23) 式中依文献 [5] 也假定了非绝热加热率随高度增加呈指数衰减, δ 为一系数, 其决定着非绝热加热随高度的衰减量。 $q(x, y)$ 则是非绝热加热率的水平分布, 其由海陆分布来决定。这里设在远离海岸的陆地, q 取值为 Q_L , 而在远离陆地的海洋则其取值为 Q_S 。在海岸线附近则 q 有一个平滑地由 Q_S 到 Q_L 的过渡带。考虑到该点后可取

$$q = \frac{1}{2}(Q_L + Q_S) + \frac{1}{2}(Q_L - Q_S)\tanh\left(\frac{d}{D}\right), \quad (25)$$

这里 $d = d(x, y)$, 而 $|d|$ 则为 (x, y) 点处距海岸线的距离, d 正值表示在陆地, 负值表示在海洋。 D 是一个特征长度, $2D$ 可以认为其是过渡带的特征宽度。当 $d \rightarrow +\infty$ 时, $\tanh(d/D) \rightarrow 1$, $q \rightarrow Q_L$; 而当 $d \rightarrow -\infty$ 时 $\tanh(d/D) \rightarrow -1$, $q \rightarrow Q_S$ 。依文献 [4], Q_L 与 Q_S 有一固定的比例 $Q_L = 0.25Q_S$ 。将上述关系代入 (25) 后则有

$$q = Q_L \left[\frac{5}{8} + \frac{3}{8} \tanh\left(\frac{d}{D}\right) \right], \quad (26)$$

表 1 各模态数的振幅

模态数 n	-4, 4	-3, 3	-2, 2	-1, 1	0
振幅	0.005 2	0.030 1	0.088 0	0.356 7	0.166 1

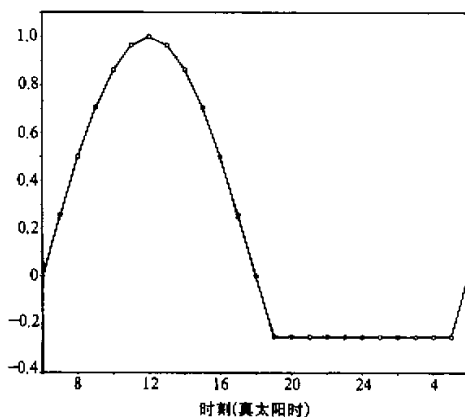


图 1 函数 $g(t)$ 的图象
横坐标为真太阳时

与前面 (13) 式相比后可知, 这里 Q_L 起着 Q_0 的作用, 而方括号中的项即为非绝热加热的水平分布函数 Q_1 , 其由海陆分布决定。当 Q 已知后即可用松弛迭代法求得海陆风环境中 u, v, w, p, θ 的扰动值。

4 实际个例的计算

本文用以上方法计算了珠江口和香港地区的海陆风风系。

4.1 珠江口地区的海陆风风系

本文用网格距为 2 km 的 100×100 网格来覆盖珠江口地区, 为尽量减少边界的影响, 实际输出时剔除了接近边界的 10 圈网格。实际输出区域的地图参见图 2, 计算中科里奥利参数 f 取该区域中心的值, 即取 $f = 5.5612 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 。 N^2 取典型值 10^{-4} s^{-1} , δ 取值 10^{-3} m^{-1} , H 则取 10 km。 k 和 k_T 分别取 2 d^{-1} 和 5 d^{-1} 。 Q_L 取 $2.5 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$, 取 $Q_S = 0.25 Q_L = 6.25 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$ 。 D 取 20 km。迭代中取 $\bar{w}$ 的控制误差为 $5 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 松弛因子取 1。

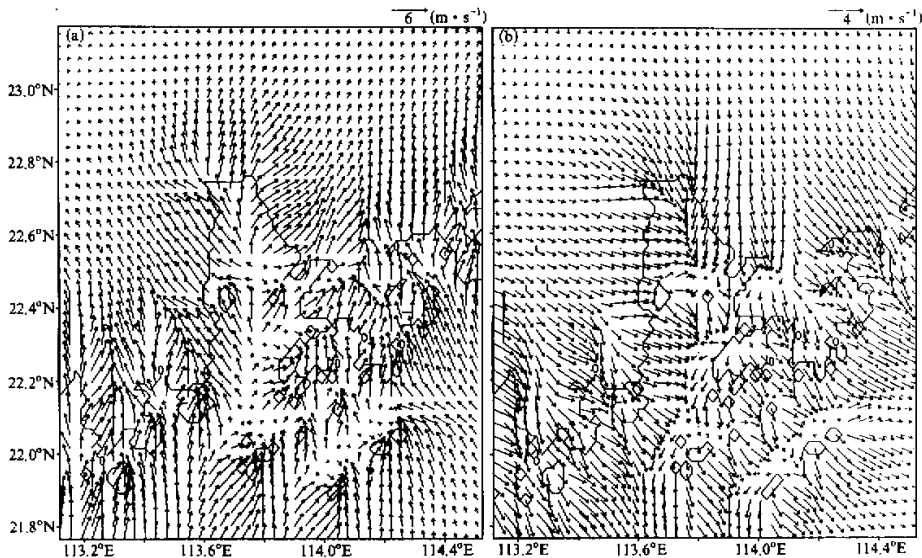


图 2 珠江口地区的海陆风流场 (单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
(a) 海风时; (b) 陆风时

图 2a 给出了加热最大时的海风风系分布。由图可见, 在珠江口沿岸有明显深入内陆的扇形风系, 在其东面的香港地区则在珠江口东岸和大鹏湾分别有偏东和偏西的海风, 而在香港地区的南部还有一支偏南的海风, 这三支海风在香港新界的北部和深圳发生辐合, 在珠江口以西, 在涯门和磨刀门均有海风深入, 此时香港 (以长洲站为代表) 吹偏南风, 澳门吹东南风。图 2b 给出了 12 h 后的陆风风系分布。由图可见吹陆风时在

珠江口洋面上有一明显的陆风辐合线并向西南延伸, 在大鹏湾, 涯门和磨刀门亦有陆风辐合线, 在香港南部海上还有一辐合线, 此时香港岛的东半部盛行西北陆风而西半部盛行东北陆风, 香港(长洲站)吹偏北风, 而澳门吹西北风。由以上二图还可见广州由于其距海岸线较远, 受海陆风的影响很小。

从吹海风和陆风时的地面位温扰动场上可见吹海风时地面位温扰动均为正值, 海面位温较海面高, 在吹陆风时情形相反, 陆上位温的变化则要较海上大。(图略)

从吹海风和陆风时的地面扰动气压场上可见吹海风时气压扰动为负, 吹陆风时气压扰动为正, 陆上气压的变化也较海上大(图略)。气流大体是从高压区流向低压区, 这表明海陆风环流确是高度非地转的次级环流。

将以上的结果与文献[6]中用 Mass 模式的数值计算结果作比较后发现, 二者得到的地面海陆风风系的分布相当一致, 实测的澳门站与香港站(长洲)的海陆风的日变化与该计算的结果也符合得很好, 故而该计算的结果是可信的。

4.2 香港地区的海陆风风系

香港地区包括九龙半岛、香港岛、大屿山岛及若干小岛, 海岸线非常曲折, 因而香港地区海陆风风系是相当复杂的。在以上珠江口地区海陆风风系的计算中, 虽然已显示了香港地区的海陆风分布, 但由于网络较粗还不能给出其细微结构, 为此再将网格距减小为 1 km, 以 80×80 的网格对香港地区进行布网计算。此时除 f 取 $5.4484 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 、 Q_L 取 $1.5 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$ 、 $Q_S = 0.25Q_L$ 和 D 取 10 km (D 仍取 10 倍网格距) 外, 其他参数均取得与前例相同。模式在输出计算结果时也作了同前例一样的处理, 剔除了近边界的 10 圈格点。模式实际输出的区域参见图 3a、b。

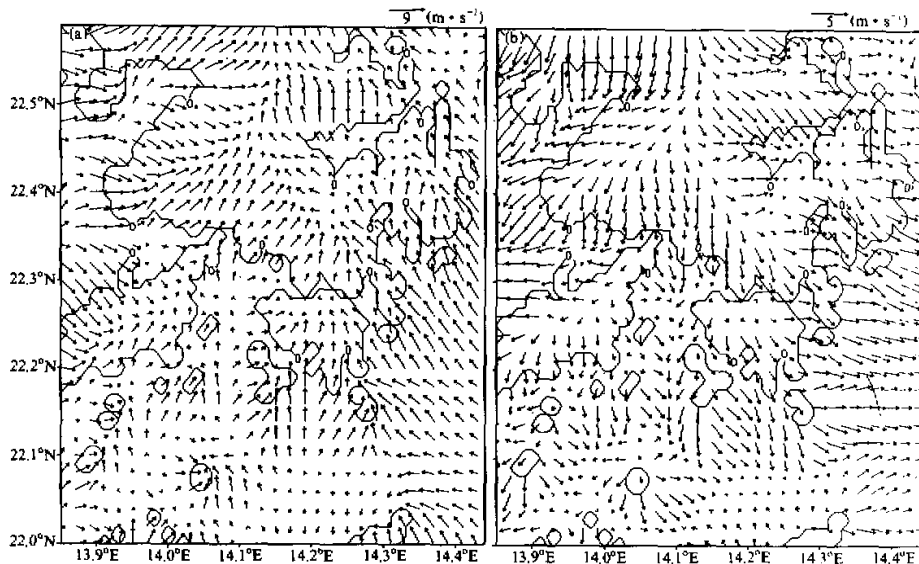


图3 香港地区的海陆风流场(单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

(a) 海风时; (b) 陆风时

图 3a、b 分别给出了计算得到的香港地区地面的海陆风分布。由图可见吹海风时偏东、偏西、偏南三支海风非常清晰,在九龙半岛中部,香港岛和大屿山岛分别有一条辐合线;在吹陆风时则九龙半岛中部,香港岛和大屿山岛有辐散。

我们将以上结果与文献[7]中实际的海陆风观测资料作了比较,发现二者总的分布相似,我们也将该结果与文献[7]中的 Mass 模式的数值计算结果作了比较,发现二者也十分吻合。吹海风和吹陆风时地面位温场扰动和气压扰动亦有前例中相似的性质。

由上面二例可见,该计算方法确是研究海陆风问题的一个有用工具。

5 讨论

5.1 定常模态

对加热作 Fourier 展开时,由于上述加热函数 $g(t)$ 在 0 到 $T_0/2$ 区间的总加热大于 $T_0/2$ 到 T_0 区间的总冷却,故存在一个 $m=0$ 的时间模态,该模态是一个陆上加热恒大于海上加热的定常模态,该定常态可以强迫出一个定常的流场,而定常流场的风向风速不随时间变化,故严格说来该流场并不是海陆风。

图 4a、b 分别给出了珠江口地区和香港地区计算得到的定常模态的地面气压场和流场。由图可见,定常模态的流线大体平行于等压线。之所以这样是因为该模态定常,无惯性力,当忽略摩擦力时则科里奥利力和气压梯度力相平衡。

有趣的是在香港地区 500 m 高度上计算得到的定常模态的垂直运动(图 5)与香港天文台提供的 30 年(1961~1990 年)平均年雨量的分布(图 6)有很好的对应关系。

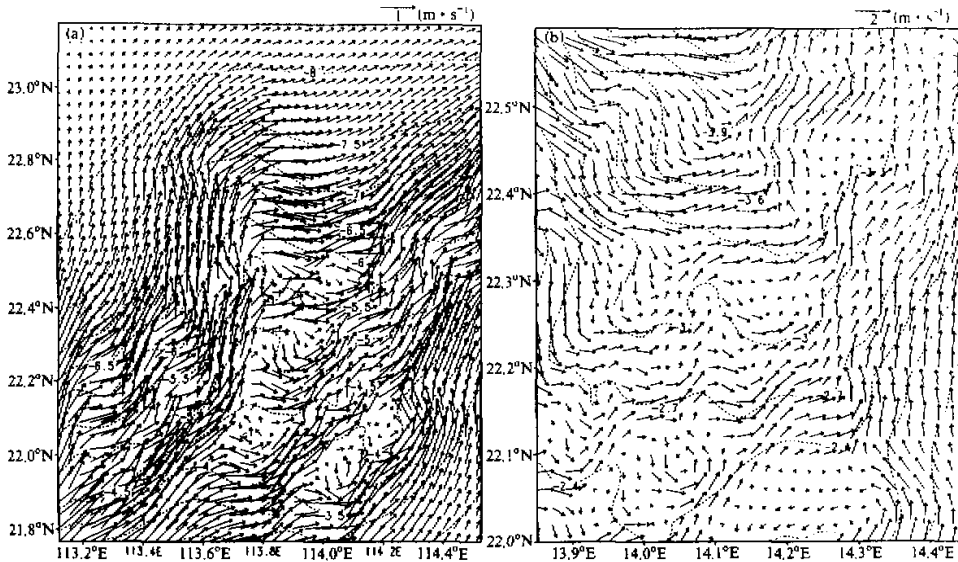


图 4 定常模态的气压场和流场 (单位: 流场 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; 气压场 $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
(a) 珠江口地区; (b) 香港地区

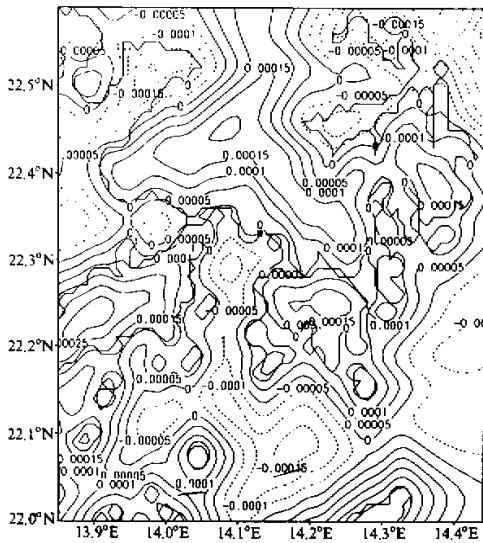


图5 500 m上定常模态的垂直运动场 (单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

得的海陆风风速的大小会发生相应的改变, 但风系的分布不变。

6 结语

本文给出了海陆风环流的计算方法, 该方法最后归结为数值求解一个二维复线性偏微分方程, 其可用松弛迭代法求解。用该方法可以计算海陆风风系的三维分布。对珠江口地区和香港地区海陆风风系的计算表明, 该方法的计算结果与观测事实及用 Mass 模式计算的结果均相当一致, 这表明该方法的计算结果是可信的, 其确是研究海陆风现象的有用工具。但这里要指出的

是因该方法的加热函数及各种参数均取为典型值, 又未考虑背景风场、地形和非线性效应, 故其计算结果只能得到某地区海陆风风系的概念模式而难以包括千变万化的各时刻的海陆风个例, 这也是其不足之处, 而数值模拟则可弥补该方面的不足。

比较两图可见, 该垂直运动场的上升运动中心与年雨量的大值中心吻合得非常好, 这恐怕不是偶然的, 对此有进一步研究的必要。

5.2 模式高度 H 的影响

模式高度 H 对海陆风环流计算的结果影响很大, 当 H 降低后则会滤去了尺度较小的系统 (图略)。之所以如此, 是由于在上边界处我们假设了气压扰动 $p=0$ 的缘故。因而要算出真实的海陆风风系必须要根据研究问题的水平分辨率来选取合适的模式高度 H , 一般对于高分辨率的海陆风诊断, H 以取 10 km 以上为宜。

5.3 加热率 Q_L 对海陆风的影响

实际个例的计算证实了以上理论分析的结果, 当改变 Q_L 大小时, 算

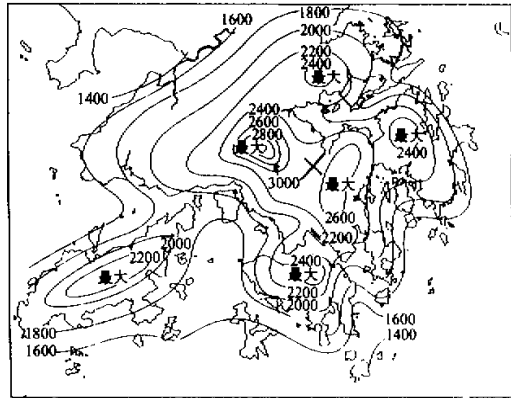


图6 平均年雨量分布图 (1961~1990 年)

参 考 文 献

- 1 Atkinson, B. W., 1981, *Meso-Scale Atmospheric Circulations*, Chapter 5, London: Academic Press.
- 2 Lu, R. and R. P. Turco, 1994, Air pollutant transport in a coastal environment, two-dimensional simulations of sea breeze and mountain effects., *J. Atmos. Sci.*, **51**, 2285~2308.
- 3 丁一汇, 1989, 天气动力学中的诊断分析方法, 北京: 科学出版社, 87~105.
- 4 Clifford F. Mass and David P. Dempsey, 1985, Mesoscale model for diagnosing surface wind in mountainous and coastal regions, *Mon. Wea. Rev.*, **113**(7), 1211~1227.
- 5 Richard Rotunno, 1983, On the linear theory of the land and sea breeze, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1999~2009.
- 6 张立凤等, 1999, 珠江口地区海陆风系的研究, *大气科学*, **23**(5), 581~589.
- 7 张铭、张立凤, 1998, 香港地区海陆风的观测研究和诊断分析, 东亚季风和中国暴雨——庆祝陶诗言院士八十华诞, 北京: 气象出版社, 363~373.

A Calculation Method on the Sea Breeze Circulation

Zhang Ming and Zhang Lifeng

(State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics,
Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Ngan Shiu Fai and Kenneth Young

(The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)

Abstract A calculation method on sea breeze circulation is given and the calculation equation is obtained. The equation is a partial differential equation, which can be numerically solved with relaxation method. By use of the equation, the circulation of the sea breeze in the Zhujiang River Delta and Hong Kong is obtained with high resolving power. It is shown that the calculation results on sea breeze circulation are convincing and coincident with really observations and the result of numerical calculation by the Mass model.

Key words calculation method sea breeze circulation