

对Nakai拟合法的改进及实际应用

张昭栋 段会川

(山东省地震局)

王昌文 张铸钢

(山东省计算中心)

摘 要

本文对Nakai拟合法作了改进并应用于计算井水固体潮和气压系数。利用该方法还可以计算井水位对固体潮和气压响应的滞后时间。以鲁06井为例,用本文的方法计算出其井水位的固体潮和气压系数分别为 $16.9\text{mm}/10^{-8}$ 和 $5.58\text{mm}/\text{hPa}$,滞后时间分别为18.8和22.4分钟。校正后的中误差由8.5mm下降到6.1mm。

一、引 言

Nakai拟合法是国际固体潮中心推荐使用的方法,它用于地球固体潮观测资料的预处理效果比较好[1、2]。

在对地震观测深井水位的高精度连续观测中发现,承压井水位不仅对固体潮有明显的反映,而且对气压的变化也十分敏感[3、4]。为了从水位观测资料中提取异常信息,就必须扣除各种干扰的影响[5、6],因此需要选取较好的资料处理方法。本文尝试引用Nakai拟合法来计算井水位的固体潮系数和气压系数。

由于地下水潮汐本身的特点,使用Nakai拟合法时不能直接套用,我们对该方法进行了改进。本文介绍了对该方法的改进并以鲁06井为例进行了实际计算。

二、对Nakai法的改进及其在实际计算中的应用

地下水位潮汐与地球固体潮相比有一些差异。重力固体潮的干扰因素相对较少,一般干扰产生的重力变化幅度大多不超过重力固体潮潮汐幅度的5%[7]。由于地下水位潮汐对含水层的应力、应变反映灵敏,所以其干扰因素比较多,而且干扰幅度也大。

由于上述差异的存在,使得Nakai拟合法无法直接用于计算地下水的固体潮系数和气压系数。我们根据Nakai拟合法的原理,将其作适当修改,即将Nakai拟合基由原来的两个

独立基增加到三个。

假定在某一时段内井水位只受固体潮和气压两个因素的干扰, 那么在观测时间 t 的水位值应表达成

$$L(t) = L_0(t) + L_p(t) + F(t) \quad (1)$$

其中 $L_0(t)$ 是井水位对固体潮体应变的响应, $L_p(t)$ 是井水位对气压变化的响应, $F(t)$ 是井水位本身的趋势变化(可以同一台观测仪器的零漂相比)。

考虑到水井含水层系统对固体潮体应变的响应都存在不同程度的位相滞后^[4], 用 Δt_1 代表这一滞后时间, 则有

$$L_0(t) = B_0 \cdot G(t - \Delta t_1) \quad (2)$$

其中 B_0 为井水位对固体潮响应幅度的比例系数, 简称水位固体潮系数, $G(t - \Delta t_1)$ 为固体潮体应变理论值。当然, 水位固体潮系数及滞后时间都是因井而异的待定常数。

根据井水位对气压变化的响应理论^[9], 可以把井水位对气压的响应记为

$$L_p(t) = B_p \cdot P(t - \Delta t_2) \quad (3)$$

其中 B_p 为井水位对气压响应的幅度比例系数, 简称为气压系数, $P(t - \Delta t_2)$ 为气压的观测值, Δt_2 为井水位对气压变化响应的滞后时间。 B_p 与 Δt_2 也是因井而异的待定常数。

由于井水位和气压等观测资料的采样数据一般只取时值, 但滞后时间 Δt_1 和 Δt_2 一般并非 1 小时的整数倍, 所以无法直接计算出 $P(t - \Delta t_2)$ 和 $G(t - \Delta t_1)$ 的值。然而, 如果滞后时间 Δt_1 和 Δt_2 都小于 1 小时, 我们可以把这两个函数展开为泰勒级数。计算表明, 一般只要取展开级数的前两项就可以满足本问题的计算精度, 那么可以得到

$$G(t - \Delta t_1) = G(t) - \frac{dG(t)}{dt} \Delta t_1 \quad (4)$$

$$P(t - \Delta t_2) = P(t) - \frac{dP(t)}{dt} \Delta t_2 \quad (5)$$

根据固体潮理论, $G(t)$ 可以用 Doodsoon 展开为各种谐波的迭加^[7], 因此有

$$G(t) = \sum_j A_j \cos(\omega_j t - \phi_j) \quad (6)$$

其中 A_j 、 ω_j 和 ϕ_j 分别为固体潮第 j 个谐波的振幅、角频率和初位相。由 (16) 式很容易计算 $G(t)$ 对时间的微商

$$\frac{dG(t)}{dt} = - \sum_j A_j \omega_j \sin(\omega_j t - \phi_j) \quad (7)$$

气压函数 $P(t)$ 与 $G(t)$ 不同, 因为气压除了有周期变化的部分外, 还有非周期变化的部分, 而且后者的变化幅度有时超过前者。所以我们先通过对气压观测值进行三点二次曲线拟合, 然后求出中点值的微商

$$\frac{dP(t_i)}{dt} = C_1 + 2C_2 \cdot t_i \quad (8)$$

其中 C_1 和 C_2 由 i 点的拟合常数所决定。

再由 (2) 式和 (4) 式可得

$$L_0(t) = B_0 \cdot G(t) - B_0 \frac{dG(t)}{dt} \cdot \Delta t_1$$

令 $B_1 = -B_0 \cdot \Delta t_1$, (9)

那么有 $L_0(t) = B_0 \cdot G(t) + B_1 \frac{dG(t)}{dt}$ 。 (10)

同上述步骤类似, 可得

$$L_p(t) = B_p P(t) + B_2 \frac{dP(t)}{dt}。 (11)$$

其中 B_1 和 B_2 是两个待定常数。而

$$B_2 = -B_p \cdot \Delta t_2。 (12)$$

井水位本身的趋势变化项一般是非线性的, 一般情况下是一个随时间而变化的较复杂函数。在这里我们用一个二次曲线来简单地拟合, 即

$$F(t) = f_0 + f_1 t + f_2 t^2。 (13)$$

其中 f_0 、 f_1 和 f_2 是三个待定系数。

把 (10) 式、(11) 式和 (13) 式代入 (1) 式得到

$$L(t) = B_0 \cdot G(t) + B_1 \frac{dG(t)}{dt} + B_p P(t) + B_2 \frac{dP(t)}{dt} + f_0 + f_1 t + f_2 t^2。 (14)$$

Nakai 法一般每组取连续 48 小时的读数系列, 由 (14) 式可以列出 48 个线性方程:

$$L(t_i) = B_0 G(t_i) + B_1 \frac{dG(t_i)}{dt} + B_p \cdot P(t_i) + B_2 \frac{dP(t_i)}{dt} + f_0 + f_1 t_i + f_2 t_i^2 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 48)。 (15)$$

这 48 个方程中有 7 个未知数, 组成矩阵为

$$\vec{L} = \vec{A} \vec{X}。 (16)$$

其中 $\vec{L} = \begin{pmatrix} L(t_1) \\ L(t_2) \\ \vdots \\ L(t_{48}) \end{pmatrix}$, $\vec{A} = \begin{pmatrix} G(t_1) \frac{dG(t_1)}{dt} \dots t_1 t_1^2 \\ G(t_2) \frac{dG(t_2)}{dt} t_2 t_2^2 \\ \vdots \\ G(t_{48}) \frac{dG(t_{48})}{dt} t_{48} t_{48}^2 \end{pmatrix}$

$$\vec{X} = (B_0 B_1 B_p B_2 f_0 f_1 f_2)。$$

利用最小二乘法解矩阵方程 (16), 先将两边同乘以矩阵 $\vec{A}$ 的转置矩阵 $\vec{A}'$:

$$\vec{A}' \vec{L} = \vec{A}' \vec{A} \vec{X},$$

如果矩阵 $\vec{A}' \vec{A}$ 的逆矩阵 $(\vec{A}' \vec{A})^{-1}$ 存在, 在上式两边同乘以该逆矩阵, 则得到方程 (16) 的解为

$$\vec{X} = (\vec{A}' \vec{A})^{-1} \cdot \vec{A}' \vec{L}。 (17)$$

根据 (17) 式及 (9) 式和 (12) 式, 就可以求出井水位的固体潮系数和滞后时间 (B_0 和 Δt_1) 及气压系数和滞后时间 (B_p 和 Δt_2)。

利用上述方法,根据鲁06井的观测数据计算出该井水位固体潮系数为 $16.9\text{mm}/10^{-8}$,水位对固体潮响应的滞后时间为18.8分钟;气压系数为 $5.58\text{mm}/\text{hPa}$,滞后时间为22.4分钟。

计算时先对观测资料用改进的Nakai拟合法进行预处理^[8],尽可能选取拟合误差较小的资料,然后再用本文给出的程序进行计算。

为了对比,我们用多元回归方法处理了鲁06井的同时段观测资料,得出其井水位固体潮系数为 $19.7\text{mm}/10^{-8}$,气压系数为 $5.19\text{mm}/\text{hPa}$ 。用该方法计算不能得出两种影响的滞后时间。

将上述两种不同的方法得出的结果进行水位校正。图1为水位校正后的残差曲线。由图1可以看出,曲线a包含有明显的周期成分,并且残差离散较大;曲线b周期成分小,离散也小。进一步把校正后的曲线做离散中误差分析,曲线a中误差为 8.5mm ,曲线b只有 6.1mm 。可见用本文的方法不但能求出井水位的固体潮系数和气压系数,而且可以求出水位对固体潮和气压响应的滞后时间。由于考虑了滞后问题,所以校正后水位的残差周期成分小,而且离散中误差也小。

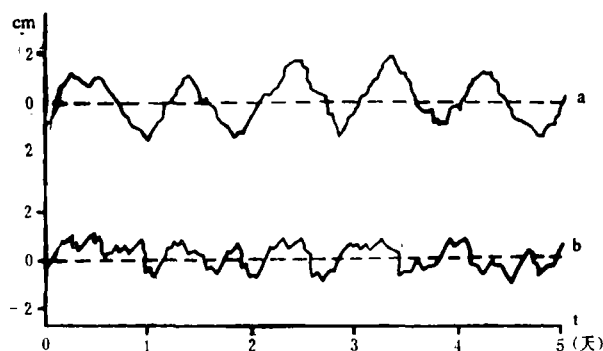


图1 鲁06井校正后的水位

a.多元回归方法的结果 b.本文方法的结果

Fig.1 The corrected water level for the well Lu-06

三、讨论与结论

1.利用本文的方法对井水位做固体潮和气压影响的校正,其公式为

$$L_1(t) = L(t) - B_G \cdot G(t - \Delta t_1) - B_P \cdot P(t - \Delta t_2). \quad (18)$$

其中由于滞后时间 Δt_1 和 Δt_2 已经求出,所以对 $G(t - \Delta t_1)$ 可以采用错开 Δt_1 时间计算固体潮理论值的方法,对 $P(t - \Delta t_2)$ 可以采用插值方法,如三点二次插值法来计算。

2.上述的泰勒级数展开的前题之一是 Δt_1 和 Δt_2 均小于1,如果它们不满足此前提,可以通过简单的转化使之满足。例如,若 $\Delta t_2 = 1.3$ 小时,可令 $\Delta t_2 = 1 + \Delta t_2'$,那么有

$$P(t_1 - \Delta t_2) = P(t_{1-1} - \Delta t_2').$$

也就是利用前一个时值 $P(t_{1-1})$ 来计算后一个时值 $P(t_1)$,然后对 $\Delta t_2'$ 进行泰勒级数展开。因为 $\Delta t_2' < 1$ 小时,可以满足展开条件。

3.计算固体潮对时间的微商除了用Doodsoon展开法外,也可以用类似求气压微商的方法,即用固体潮理论时值的三点二次曲线拟合法。计算结果表明,两种方法的结果基本相

同, 都能满足计算精度的要求。

综上所述, 要对井水位做固体潮和气压影响的校正, 必须考虑到水位对二者响应的滞后影响, 否则将产生较大的校正误差。利用改进后的Nakai法处理井水位观测资料, 不仅可以求出井水位的固体潮系数和气压系数, 而且还可以求出井水位对它们响应的滞后时间。

对鲁06井的观测资料的实际计算结果表明, 本文提出的新方法比以前的方法效果好。

感谢山东省济宁市地震办公室为我们提供了有关鲁06井的资料。

(本文1989年12月19日收到)

参 考 文 献

- [1] 唐九安等, 兰州台重力固体潮测量的初步结果, 地壳形变与地震, No. 8, 94—102, 1981.
- [2] S. Nakai, Pre-processing of tidal data, B. I. M., No. 75, 1977.
- [3] 张昭栋等, 体膨胀固体潮对水井水位观测的影响, 地震研究, Vol. 4, No. 4, 465—472, 1986.
- [4] 张昭栋等, 地下水潮汐分析, 山东大学出版社, 1988.
- [5] 张昭栋等, 气压对水井水位观测的影响, 地震, No. 1, 42—46, 1986.
- [6] 张昭栋等, 水井水位的降水荷载效应, 地震学报, Vol. 8, 增刊, 101—110, 1986.
- [7] P. Melchior, The Tides of the Planet Earth, Pergamon Press, 1978.
- [8] 张昭栋等, 地下水潮汐观测资料的Nakai预处理, 华北地震科学, 待刊.
- [9] 张昭栋等, 承压井水位对气压动态过程的响应, 地球物理学报, Vol. 32, No. 5, 539—549, 1989.

IMPROVEMENT OF NAKAI'S FITTING METHOD AND ITS PRACTICAL APPLICATION

Zhang Zhaodong, Duan Huichuan

(Seismological Bureau of Shandong Province, Jinan, China)

Wang Changwen, Zhang Zhugang

(Computing Center of Shandong Province)

Abstract

In this paper, the Nakai's fitting method is improved and it is applied to the calculation of tidal and barometric coefficients of the well level. The advantage of this method is that the lag time of the response of the well level to the tide and barometric pressure can be calculated. The well Lu-06 is instanced. We have calculated by this method that the tidal coefficient is $16.9\text{mm}/10^{-8}$, the barometric coefficient is $5.58\text{mm}/\text{hPa}$, their lag time respectively is 18.8 and 22.4 minutes for the well level. The corrected standard deviation decreases from 8.5mm to 6.1mm.