

三维辐射应力引起的海底回流垂向分布

张振伟, 邹志利

(国家海洋局海岛研究中心 平潭 350400)

摘要: 海底回流对近岸地形演变起到重要作用。文章给出了应用不同三维辐射应力得到的海底回流的解析解。在推导海底回流解析解时, 涡黏系数分别选用了抛物线型、线性和垂向常数涡黏系数, 讨论了他们对海底回流垂向变化的影响, 给出了考虑不同三维辐射应力的海底回流解析解结果与试验结果的对比。最后将不同学者建立的三维辐射应力加入到本文数学模型中, 对海底回流试验结果进行了数值模拟。

关键词: 波浪; 波浪辐射应力; 海底回流; POM

中图分类号: P731.2

文献标志码: A

文章编号: 1005-9857(2016)S2-0088-08

The Vertical Distribution of Undertow Caused by Three-D Radiation Stresses

ZHANG Zhenwei, ZOU Zhili

(Island Research Center, SOA, P. P. A, Pingtan 350400, China)

Abstract: The mean cross-shore flow (undertow) plays an important role in nearshore morpho-dynamic processes. Analytical solutions for undertow driven by different three-D radiation stresses, i. e. Sevendsen; Mellor, Lin and Zhang, were given. Parabolic eddy viscosity, linear eddy viscosity and vertical constant eddy viscosity were adopted to derive analytical solutions for undertow and the effect of eddy viscosity was investigated. A three-D nearshore circulation model for application to the nearshore surf zone was developed. The three-D radiation stresses developed by different authors were included in the model. The model was applied to relevant undertow experiments. Comparisons with experimental literature data were presented and discussed.

Key words: Waves, Wave radiation stress, Undertow, POM

海底回流垂向结构对研究垂直海岸方向的悬沙输运具有重要意义。波浪传播至浅水区域时, 波浪波高会增大, 而后波浪会破碎, 这一过程中水质点存在着动量交换和能量变化。20世纪60年代, Louguet-Higgins 和 Stewart^[1-2] 提出波浪辐射应力的概念, 他们给出的总辐射应力, 是三维辐射应力沿垂向的积分结果。Louguet-Higgins 和 Stew-

art^[2]、Bowen^[3]、Van Dorn 等^[4] 应用实验数据证明了 Louguet-Higgins 和 Stewart^[1] 的辐射应力理论的正确性。

许多学者对辐射应力理论和公式做了研究和改进, 拓宽了辐射压力的应用范围。James^[5] 应用非线性方法基于有限振幅波理论研究了辐射应力在垂直岸线方向上的变化特征。Yoo 等^[6] 研究了不

规则波辐射应力。Börekci^[7]给出辐射应力向岸方向主分量沿水深分布公式。Dolata 和 Rosenthal^[8]定义相同水质点组成的流体层为流面,基于线性波浪理论给出了三维辐射应力垂向变化。Svendsen^[9]在研究海底回流时,指出辐射应力在垂向上是变化的。Svendsen 等^[10]应用垂向分层方法研究海底回流,将水体分为3层,在波谷到边界层上边界区域内辐射应力取为常数。郑金海等^[11]采用垂向分层方法,应用线性波浪理论给出了三维辐射应力计算公式。此后,Zheng^[12]进一步应用二阶 Stokes 波理论推导了三维辐射应力垂向分布计算公式。Nobuoka 和 Mimura^[13-15]等基于垂向分层方法建立了三维近岸环流计算模型,也给出了辐射应力垂向分布的表达式。Mellor^[16]在2003年(简记为 Mellor03)给出了考虑波浪波动的垂向 σ 坐标,推导了三维辐射应力表达式。Mellor^[17]在2008年(简记为 Mellor08)采用欧拉法重新推导了三维辐射应力,其三维辐射应力与拉格朗日方法得到的结果不同。Mellor^[18]在2011年假定水波运动表面为一固体边界,采用这种新方法建立的三维辐射应力公式与 Mellor08 相同。Xia 等^[19](简记为 Xia04)将 Longuet-Higgins 和 Stewart 辐射应力公式(式(7))中的第一项和第二项分别采用坐标变换 $\sigma = (z - \eta)/(h + \eta)$ 和坐标变换 $\sigma = z/h$,然后变换积分顺序,给出了三维辐射应力公式。Lin 和 Zhang^[20](简记为 LZ05)从三维 N-S 运动方程出发,应用流面的概念,建立了三维辐射应力垂向分布公式。

许多学者给出了预报近岸环流垂向分布的模型,大部分的模型是在水深平均动量方程上耦合^[21]垂向雷诺方程。这些模型的特点是:设定湍流涡黏系数,指明边界条件,简化水深平均动量方程。自从三维辐射应力提出之后,海底回流的解析结果可以通过求解动量方程给出。本文重点讨论不同三维辐射应力海底回流的解析解。

1 海底回流解析解

欧拉坐标系下,垂向二维动量方程表达为

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial u w}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (2)$$

流速 (u, w) 可以分解为时间平均项 (U, W) , 波浪运动项 (\tilde{u}, \tilde{w}) 和湍流项 (u', w') 。动压力 p 可以分解为平均压力项和波浪运动项。将以上各项代入方程,应用波浪周期平均和 Boussinesq 假定^[9],可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial s_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\nu_e \frac{\partial U}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: ν_e 是涡黏系数; $\overline{u'w'} = -\nu_e \partial U / \partial z$; s_{xx} 为三维辐射应力。

为了求解海底回流解析解,需要进一步简化动量方程。假定波浪为规则波,流动为定常流,则 $\partial U / \partial t = 0$,忽略非线性项,假定海底地形缓变,有 $W \ll U$,忽略 $W \partial U / \partial z$ 项,则所得到的方程为

$$\rho \frac{\partial}{\partial z} (\nu_e \frac{\partial U}{\partial z}) = \frac{\partial s_{xx}}{\partial x} + \rho g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4)$$

式(4)表明海底回流的驱动力由三维辐射应力和平均水平面 η 产生的压力梯度组成。后者可由方程 $\partial S_{xx} / \partial x + \rho g (h + \eta) \partial \eta / \partial x = 0$ 给出,即 $\rho g \partial \eta / \partial x = -(1/h) \partial S_{xx} / \partial x$,代入式(4)可得

$$\rho \frac{\partial}{\partial z} (\nu_e \frac{\partial U}{\partial z}) = \frac{\partial}{\partial x} (s_{xx} - \frac{S_{xx}}{h}) \quad (5)$$

式中: S_{xx} 是总辐射应力 $S_{xx} \approx (3/2)E$; h 是水深。

下面通过求解考虑三维辐射应力的海底回流控制方程,推导不同三维辐射应力的海底回流解析解。求解海底回流解析解时,分别应用了 Mellor03、Svendsen^[9]和 Lin 和 Zhang 等^[20]的三维辐射应力公式。涡黏系数分别采用垂向呈抛物线型、垂向线性和常数分布涡黏系数表达式。

抛物线型涡黏系数:

$$\nu_e = -\kappa u_* z(1 + z/h) \quad (6)$$

线性涡黏系数:

$$\nu_e = \kappa u_* (z + h) \quad (7)$$

常数涡黏系数:

$$\nu_e = \kappa u_* h/6 \quad (8)$$

式中:常数分布是抛物型分布沿水深的平均值; u_* 为摩阻流速; κ 为卡门常数;垂向常数涡黏系数是抛物型涡黏系数的水深平均。

1.1 Mellor03 辐射应力引起的海底回流

浅水时, Mellor03 的辐射应力与 Xia04 的辐射应力相同, 可写为

$$s_{xx} = (1 - \frac{z}{h}) \frac{E}{h} \quad (9)$$

将式(9)代入(5), 沿 z 轴积分, 可得

$$\rho_e \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial E}{\partial x} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z}{h} + 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{h} + 1 \right)^2 \right] + \tau_b \quad (10)$$

式中: τ_b 为底部剪应力 $\tau_b = \rho_e \partial U / \partial z |_{z=-h}$ 。

(1) 垂向抛物涡黏系数海底回流解析解

将式(6)代入(10), 可得

$$\rho \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial x} \left[-\frac{1}{\kappa u_* z} + \frac{z+h}{h} \frac{1}{\kappa u_* z} \right] - \frac{\tau_b}{\kappa u_* z (1+z/h)} \quad (11)$$

将式(11)从边界层顶部积分到 z 处, 应用水力粗糙流边界条件 $U_b = \tau_b \ln 30 / \rho \kappa u_*$, 可得

$$U = \frac{1}{2 \rho \kappa u_*} \frac{\partial E}{\partial x} \left(1 + \frac{z}{h} - \frac{\delta}{h} \right) - \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \ln \left(\frac{|z|}{z+h} \frac{\delta}{h-\delta} \right) + U_b \quad (12)$$

式中: τ_b 为底部剪应力可以由水深积分连续方程求

得 $\int_{-h}^{\eta} U dz = -Q_w = -E/\rho$:

$$\frac{\tau_b}{\rho} \ln \frac{\delta}{30h} = \frac{1}{4\rho} \frac{\partial E}{\partial x} + \kappa u_* U_m \quad (13)$$

式中: U_m 是水深平均流速, $U_m = Q_w/h$ 。

底部剪应力 τ_b 的正负号可由式(13)确定。在破波带内, $\partial E/\partial x < 0$, 对于实验室实验, 水深 h 约为 0.1 m, 地形坡度 $|\partial h/\partial x|$ 约为 1/30, 波高约为 0.1 m。 $(\partial E/\partial x)/(4\rho) = (1/16)g\gamma_b^2 h \partial h/\partial x \approx (1/16)\partial h/\partial x \sim -2 \times 10^{-3}$ (破波指标 $\gamma_b \sim 1$)。对于质量输移项, $U_m = \rho g H^2 / (8\rho c h) \approx gH/(8c) \approx gH/(8\sqrt{gh}) \approx \sqrt{gh}/8 \sim 0.1$ m/s, 摩阻流速 $u_* \approx 0.1U_m \sim 0.01$ m/s, $\kappa u_* U_m \sim 4 \times 10^{-4}$, 所以式(13)右端为负, $\tau_b < 0$ 。在破波带外, $\partial E/\partial x > 0$, 式(13)右端大于零, 且 $\ln \delta/30h < 0$, 因此 $\tau_b < 0$ 。由以上过程可以确定无论是破波带内还是破波带外底部剪应力 τ_b 的符号均为负。由式(13)可以求得 u_* 。

$$u_* = \frac{\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - 4 \ln \frac{30h}{\delta} \left(\frac{1}{2\rho} - \frac{k^2 h^2}{4\rho} \right) \frac{\partial E}{\partial x}}{2 \ln \frac{30h}{\delta}}$$

由上式求得 τ_b 后, 海底回流垂向分布可由式(12)计算得到。

重复以上过程, 可以得到应用线性涡黏系数和常数涡黏系数的海底回流垂向分布公式。

(2) 线性涡黏系数海底回流解析解

$$U = \frac{1}{4} \frac{\partial E}{\partial x} \frac{1}{\rho \kappa u_*} \left[2 \frac{z+h}{h} - \left(\frac{z+h}{h} \right)^2 \right] + \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \ln \left(\frac{30(z+h)}{\delta} \right) \quad (14)$$

式中: u_* 可写为

$$u_* = \frac{-\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - 4 \left(\ln \frac{30h}{\delta} - 1 \right) \frac{1}{6\rho} \frac{\partial E}{\partial x}}}{2 \left(\ln \frac{30h}{\delta} - 1 \right)}$$

(3) 常数涡黏系数海底回流解析解

$$U = \frac{\partial E}{\partial x} \frac{3}{\rho \kappa u_*} \left(\frac{(z+h)^2}{2h^2} - \frac{(z+h)^3}{3h^3} \right) + \frac{6\tau_b}{\rho \kappa u_* h} (z+h) + U_b \quad (15)$$

式中: u_* 可写为

$$u_* = \frac{-U_m \kappa + \sqrt{(U_m \kappa)^2 - 1/\rho (\ln 30 + 3) \partial E/\partial x}}{2(\ln 30 + 3)}$$

1.2 LZ05 的三维辐射应力引起的海底回流

浅水时, LZ05 的辐射应力可以写为

$$s_{xx} = \left(\frac{z}{h} + 2 \right) \frac{E}{h} \quad (16)$$

将式(17)代入(5), 应用水底边界条件 $\nu_e \frac{\partial U}{\partial z} |_{z=-h+\delta} = \frac{\tau_b}{\rho}$, 可得

$$\rho_e \frac{\partial U}{\partial z} = \left(\frac{z^2}{2h^2} + \frac{z}{2h} \right) \frac{\partial E}{\partial x} + \tau_b \quad (17)$$

将式(6)、式(7)和式(8)代入式(18), 可得海底回流垂向分布公式。

(1) 垂向抛物涡黏系数海底回流公式

$$U = -\frac{1}{2\rho \kappa u_*} \left(\frac{z+h}{h} \right) \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \left(\ln \frac{|z|}{h} - \ln \frac{z+h}{\delta} \right) + U_b \quad (18)$$

应用海岸连续性条件 $\int_{-h}^0 U dz = -Q_w$, 可得

$$\frac{\tau_b}{\rho} \ln \frac{30h}{\delta} = -\kappa U_m u_* + \frac{1}{4\rho} \frac{\partial E}{\partial x} \quad (19)$$

其中,

$$u_* = \frac{\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - 1/(\rho \ln 30h/\delta) \partial E/\partial x}}{2 \ln(30h/\delta)}$$

(2) 线性涡黏系数海底回流公式

$$U = \frac{1}{4\kappa u_*} \left(\frac{(z+h)^2 - 2h(z+h)}{h^2} \right) \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \ln \frac{z+h}{\delta} + U_b \quad (20)$$

应用海岸连续性条件 $\int_{-h}^0 U dz = -Q_w$, 可得

$$\frac{\tau_b}{\rho} \left(\ln \frac{30h}{\delta} - 1 \right) = -\kappa U_m u_* + \frac{1}{6\rho} \frac{\partial E}{\partial x} \quad (21)$$

基于以上近似可知 $\tau_b < 0$, 摩阻流速表达为

$$u_* = \frac{\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - 2/3\rho(\ln 30h/\delta - 1) \partial E/\partial x}}{2(\ln 30h/\delta - 1)}$$

海底回流垂向分布可由式(21)求得。

(3) 常数涡黏系数海底回流公式

$$U = \frac{6}{\rho \kappa u_* h} \left(\frac{z^3 + h^3}{6h^2} + \frac{z^2 - h^2}{4h} \right) \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{6\tau_b}{\rho \kappa u_* h} (z+h) + U_b \quad (22)$$

应用海岸连续性条件 $\int_{-h}^0 U dz = -Q_w$, 可得

$$\frac{\tau_b}{\rho} (\ln 30 + 3) = -\kappa U_m u_* + \frac{1}{4\rho} \frac{\partial E}{\partial x} \quad (23)$$

底部剪应力 τ_b 为负。摩阻流速 u_* 可表达为

$$u_* = \frac{\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - (\ln 30 + 3)/\rho \partial E/\partial x}}{2(\ln 30 + 3)}$$

海底回流垂向剖面可由式(24)确定。

1.3 Svendsen 的三维辐射应力引起的海底回流

欧拉坐标系下, 三维辐射应力^[9]可表达为

$$s_{xx} = \rho(\overline{u^2} - \overline{w^2}) = \frac{\rho(\omega A)^2}{2} \frac{1}{\sinh^2 kh} = \frac{2kE}{\sinh 2kh} \quad (24)$$

浅水时, $s_{xx} = E/h$, 代入式(5)可得

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_e \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta S_{xx}}{\partial x} \quad (25)$$

其中 $\Delta S_{xx} = -E/2h$ 。

将式(28)自边界层顶部积分, 应用水底边界条件 $\rho_e \partial U/\partial z|_{z=-h+\delta} = \tau_b$, 可得

$$\rho_e \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{2h} \frac{\partial E}{\partial x} (z+h) + \tau_b \quad (26)$$

(1) 垂向抛物物黏系数海底回流垂向分布

将式(6)代入(29)可得

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2\rho \kappa u_*} \frac{\partial E}{\partial x} \frac{1}{z} - \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z+h} \right) \quad (27)$$

将式(30)从 $z = -h + \delta$ 到 z 积分, 应用水底边界条件 $U_b = \tau_b \ln 30/\rho \kappa u_*$, 可得

$$U = \frac{1}{2\rho \kappa u_*} \frac{\partial E}{\partial x} \ln \frac{|z|}{h} - \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \left(\ln \frac{|z|}{h} - \ln \frac{z+h}{\delta} \right) + U_b \quad (28)$$

水底剪应力 τ_b 可由水深积分连续方程确定

$$\frac{\tau_b}{\rho} \ln \frac{30h}{\delta} = -\kappa U_m u_* + \frac{1}{2\rho} \frac{\partial E}{\partial x} \quad (29)$$

同理, 根据推导可知 τ_b 为负。摩阻流速可表达为

$$u_* = \frac{\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - 2/\rho \frac{\partial E}{\partial x} \ln 30h/\delta}}{2 \ln 30h/\delta}$$

海底回流剖面可以由(31)确定。

(2) 垂向线性涡黏系数海底回流垂向分布公式

将式(27)代入(29), 可得

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{2\rho \kappa u_* h} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \frac{1}{z+h} \quad (30)$$

将式(33)从水底边界层顶部积分至 z , 应用水底边界条件, 可得

$$U = -\frac{1}{2\rho \kappa u_*} \frac{\partial E}{\partial x} \frac{(z+h)}{h} + \frac{\tau_b}{\rho \kappa u_*} \ln \frac{z+h}{\delta} + U_b \quad (31)$$

应用海岸连续性条件 $\int_{-h}^0 U dz = -Q_w$, 可得

$$\frac{\tau_b}{\rho} \left(\ln \frac{30h}{\delta} - 1 \right) = -\kappa U_m u_* + \frac{1}{4\rho} \frac{\partial E}{\partial x} \quad (32)$$

无论破波带内还是破波带外, 水底剪应力 τ_b 始终为负。摩阻流速可表达为

$$u_* = \frac{\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - 1/\rho \partial E/\partial x (\ln 30h/\delta - 1)}}{2(\ln 30h/\delta - 1)}$$

(3) 垂向常数涡黏系数海底回流垂向分布公式

将式(8)代入(29), 自水底边界层顶部积分至任意 z 处, 应用水底边界条件 $U_b = \tau_b \ln 30/\rho \kappa u_*$, 可得

$$U = -\frac{3}{2\rho\kappa u_*} \frac{(z+h)^2}{h^2} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{6\tau_b}{\rho} \frac{z+h}{\kappa u_* h} + U_b \quad (33)$$

水底剪应力可由海岸连续条件确定

$$\int_{-h}^0 U dz = -Q_w : \quad (34)$$

$$\frac{\tau_b}{\rho} (\ln 30 + 3) = -\kappa U_m u_* + \frac{1}{2\rho} \frac{\partial E}{\partial x}$$

τ_b 的符号始终为负, 摩阻流速可表达为

$$u_* = \frac{\kappa U_m + \sqrt{(\kappa U_m)^2 - 2/\rho \partial E / \partial x (\ln 30 + 3)}}{2(\ln 30 + 3)}$$

2 海底回流数学模型

这里采用的数值模型是在 Newberger 和 Allen^[22-23] 计算模型基础上修改得到, 具体修改内容如下:

(1) 考虑了水滚对辐射应力沿垂向分布的贡献。POM 模型中不包含水滚辐射应力作用项, Newberger 和 Allen 将水滚辐射应力作为自由表面边界条件, 加入到 POM 模型中。本模型是在 Uchiyama 等^[24] 的水滚模型基础上修改得到。

(2) 水底摩擦力公式采用考虑波流相互作用水底摩擦力公式。POM 模型、Newberger 和 Allen 模型中水底摩擦力公式是只考虑水流作用的剪应力。

根据以上修改可以得到本文的数学模型表达为外模模型:

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial U D}{\partial x} = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\partial U D}{\partial t} + \frac{\partial U^2 D}{\partial x} + g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} - \tilde{F}_x = \tau^{sr} - \tau_{br} + G_x - \left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xxr}}{\partial x} \right) \quad (36)$$

内模模型:

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial u D}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial u D}{\partial t} + \frac{\partial u^2 D}{\partial x} + \frac{\partial u \Omega}{\partial \sigma} + g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K_M}{D} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) - \left(\frac{\partial (D s_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (D s_{xxr})}{\partial x} \right) + F_x \quad (38)$$

式中: U 为水深平均流速; S_{xx} 为总辐射应力; S_{xxr} 为水滚辐射应力; 流速 $u = \bar{u} + u_s$, \bar{u} 为波浪平均流

速, u_s 为 Stokes 漂流速度; s_{xx} 和 s_{xxr} 分别为波浪辐射应力和水滚辐射应力。在本文模型中, 加入了能量方程波浪模型来模拟波浪传播变化。

表面边界条件:

$$\Omega(x, 0) = 0 \quad (39)$$

$$u \Omega = u \Omega(x, 0), \frac{K_M}{D} \frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{\tau^{sr}}{\rho} \quad (40)$$

式中: τ^{sr} 为表面剪应力。

水底边界条件:

$$\Omega(x-1) = 0, \frac{K_M}{D} \frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{\tau_{br}}{\rho} \quad (41)$$

式中: τ_{br} 为波流相互作用剪应力

$$\tau_{br} = \frac{4}{\pi} \rho f_w u_m \bar{u} \quad (42)$$

式中: f_w 为波浪剪应力系数

$$f_w = \exp \left[5.213 \left(\frac{a_m}{\Delta} \right)^{-0.194} - 5.977 \right],$$

$$\frac{a_m}{\Delta} > 1.57, f_w = 0.30, \frac{a_m}{\Delta} \leq 1.57 \quad (43)$$

u_m 是波浪水质点最大水平速度: $u_m = A\omega / \sinh(kh)$, A 为波浪振幅。外模和内模模型中的底部剪应力均由式(45)计算。

3 海底回流解析解结果

Okayasu 等^[25] 在实验室开展了平坡海岸上海底回流试验研究。本文针对 case 6 开展海底回流的模拟计算。case 6 入射波高为 8.8 cm, 波浪周期为 1.61 s, 模型海岸坡度 1:30。

图 1~图 4 给出了考虑不同三维辐射应力得到的海底回流解析解结果。对于涡黏系数为抛物型分布的情况, 采用垂向常数辐射应力计算得到的海底回流在近水表面和水底存在较大流速。采用 Mellor03 三维辐射应力作为驱动力的海底回流计算结果表明, 海底回流在水底向岸流动, 在表面向离岸运动, 这一运动趋势与实际观测不相符合。采用 LZ05 的作为驱动力得到的海底回流垂向分布计算结果与试验结果符合较好。

对于垂向线性和常数涡黏系数, 采用 Mellor03 和 LZ05 三维辐射应力得到的海底回流计算结果与垂向抛物型涡黏系数的结果相似。总体上, 采用 LZ05 三维辐射应力作为驱动力得到的海底回流计

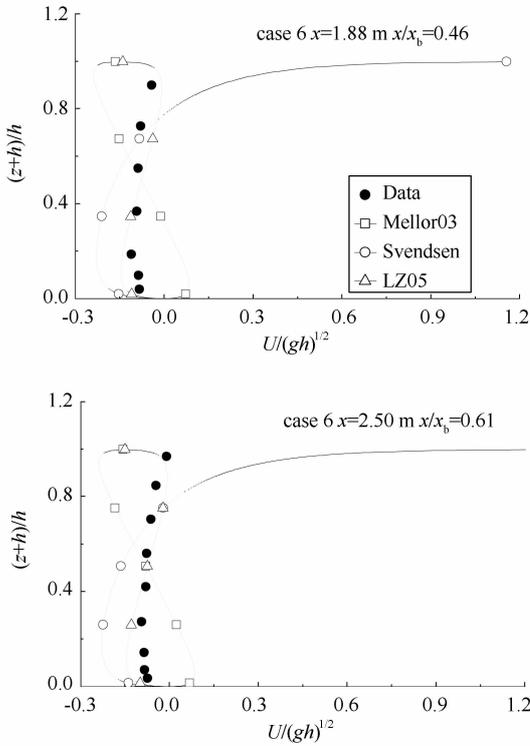


图1 海底回流解析解(计算:垂向抛物型涡黏系数,不同三维辐射应力;数据:Okayasu et. al.)

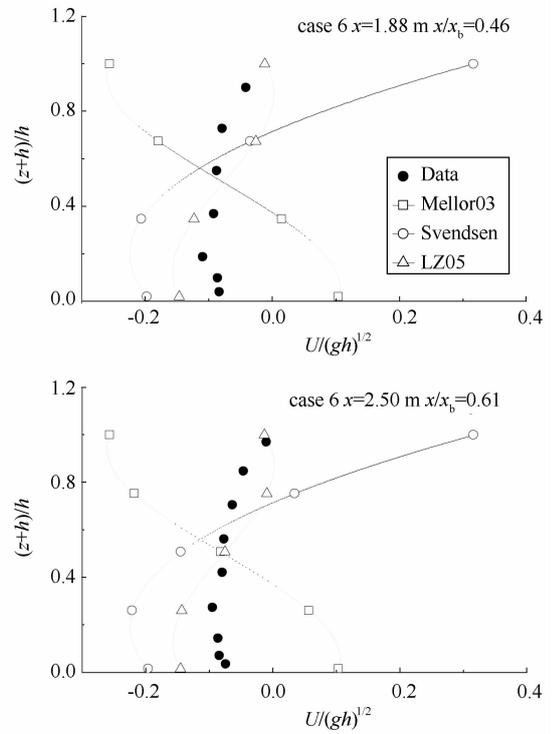


图3 海底回流解析解(计算:垂向常数涡黏系数,不同三维辐射应力;数据:Okayasu et. al.)

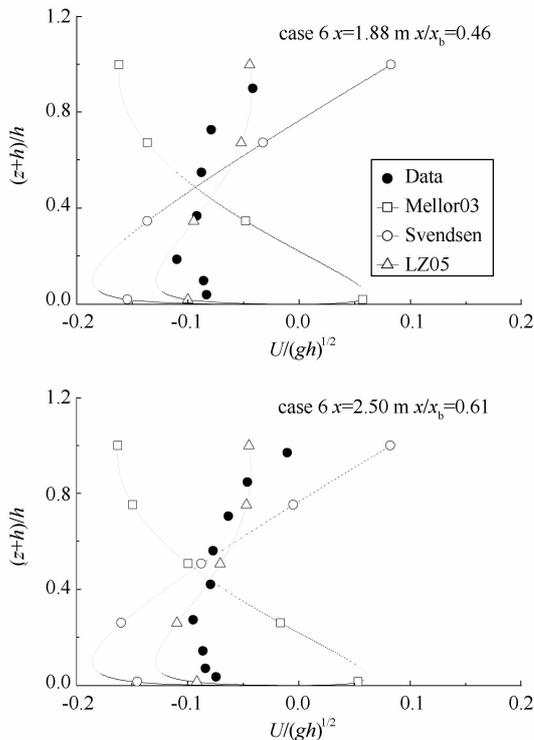


图2 海底回流解析解(计算:垂向线性涡黏系数,不同三维辐射应力;数据:Okayasu et. al.)

算结果与试验结果符合较好。以上结果表明,三维辐射应力的垂向分布控制着海底回流垂向分布,不同的涡黏系数只是改变了海底回流的垂向剖面形态。

为了考察不同三维辐射应力垂向分布,针对在平底海床上传播的单色波来计算不同三维辐射应力垂向分布,单色波波高 2.0 m,周期 8.0 s。图 5 给出了 Mellor03、LZ05 和 Xia04 的三维辐射应力垂向分布的计算结果,计算结果的相对水深覆盖了浅水、有限水深和深水情况 ($h/L = 0.01, 0.1, 0.2, 0.5$)。

图 5 的计算结果表明,浅水时 Mellor03 和 Xia04 的三维辐射应力的量值从水表面到水底呈增大趋势。但是 LZ05 三维辐射应力的量值从水表面到水底呈减小趋势。对于有限水深, Mellor03 和 Xia04 三维辐射应力的垂向分布基本相同, LZ05 的三维辐射应力在水表面的量值变的较大,在水底处三维辐射应力的量值较小。深水时, Mellor03 和 LZ05 的三维垂向分布结果基本相同,但 Xia04 的三维辐射应力在深水时存在着较大的量值,这是由于

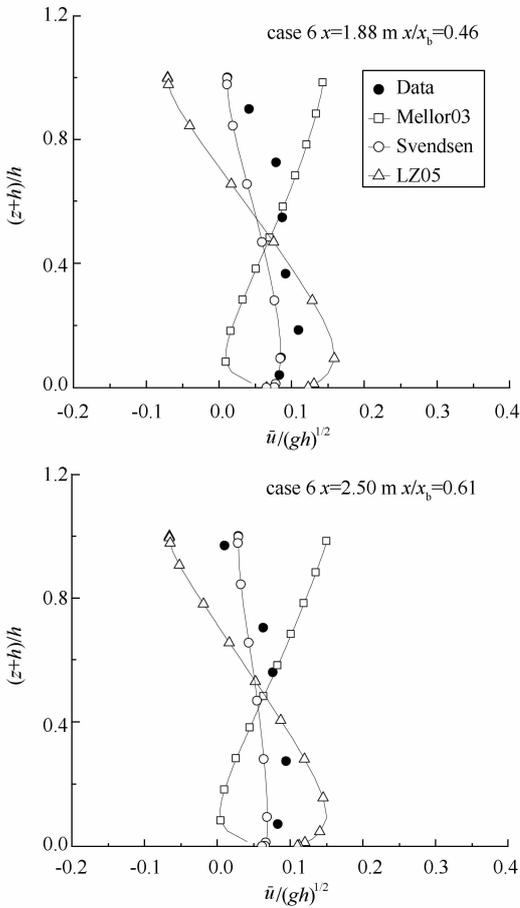


图4 海底回流数值结果与 Okayasu 等试验结果的对比

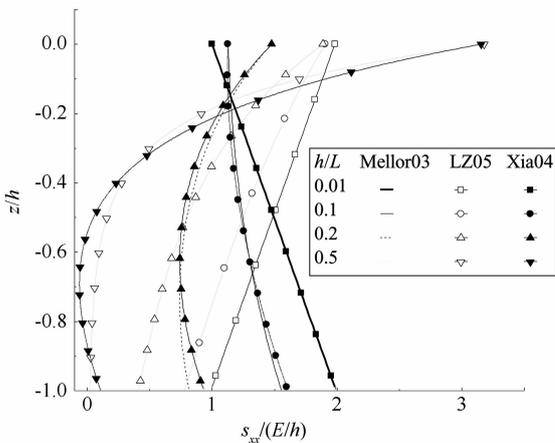


图5 不同三维辐射应力公式垂向分布计算结果

Xia04 推导过程中积分坐标不一致导致的。

三维辐射应力控制着海底回流的形态。由于 Mellor03 和 Xia04 三维辐射应力存在着错误,所以

才有 Mellor03 和 Xia04 三维辐射应力作为驱动力得到的海底回流与试验结果不相符合。用 LZ05 的三维辐射应力作为驱动力模拟得到的海底回流结果与试验结果符合较好。

4 海底回流数值模拟结果

图4给出了海底回流数值计算结果与测量结果的对比。计算结果表明不同的三维辐射应力给出的海底回流垂向分布变化趋势不尽相同。采用 LZ05 的三维辐射应力计算得到的海底回流计算结果与试验结果符合较好,但是采用 Mellor03 三维辐射应力得到的模拟结果与试验结果符合较差。此外,采用 Svendsen 三维辐射应力得到的计算结果比采用 Mellor03 三维辐射应力的结果要好。

5 结论

本文给出了采用不同垂向涡黏系数、不同三维辐射应力对应的海底回流解析解。涡黏系数考虑了垂向抛物线型、线性和常数分布涡黏系数,三维辐射应力考虑了 Mellor03、Svendsen^[9] 和 Lin 和 Zhang 的三维辐射应力。由相同辐射应力,不同涡黏系数给出的海底回流解析解可知,涡黏系数只是改变了海底回流的垂向剖面形状,辐射应力的垂向变化决定了海底回流流动方向的变化。采用 Mellor03 三维辐射应力公式,不同涡黏系数给出的海底回流解析解的流动方向与实验结果相反,表明应用 Mellor03 三维辐射应力研究海底回流是不合理的。采用 Svendsen^[9] 三维辐射应力公式,不同涡黏系数给出的海底回流解析解的垂向分布与试验结果符合较差。采用 Lin 和 Zhang^[20] 三维辐射应力公式,线性涡黏系数给出的海底回流解析解的垂向分布与试验结果符合较好。

本文也给出了海底回流计算模型,在模型中考虑了不同的三维辐射应力、水滚辐射应力和波流相互作用的水底摩擦力。应用海底回流模型对 Okayasu^[25] 的海底回流实验结果进行了数值模拟,计算结果显示:采用 Lin 和 Zhang^[20] 三维辐射应力的海底回流计算结果与实验结果符合较好,符合程度要好于解析解结果,采用 Mellor03 和 Svendsen 三维辐射应力公式计算得到的海底回流结果与试验结果符合较差。

参考文献

- [1] LONGUET-HIGGINS M S, STEWART R W. Radiation stress and mass transport in gravity waves with application to 'surf beats'[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962, 13(4): 481—504
- [2] LONGUET-HIGGINS M S, STEWART R S. Radiation stresses in water waves; a physical discussion with applications[J]. *Deep Sea Research*, 1964, 11: 529—562.
- [3] BOWEN A J. Rip Currents 1. Theoretical Investigations[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1969, 74(23): 5467—5478.
- [4] VAN D W G. Set-up and run-up in shoaling breakers, in Proc. 15th Int. Conf. on Coastal Eng. Hawaii, United States, 1976.
- [5] I D J. Non-linear waves in the nearshore region: Shoaling and set-up[J]. *Estuarine and Coastal Marine Science*, 1974, 2(3): 207—234.
- [6] YOO D H. Wave-Induced Longshore Currents in Surf Zone [J]. *Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, 1994, 120(6): 557—575.
- [7] BÖREKCI O S. Distribution of wave-induced momentum fluxes over depth and application within the surf zone. Delaware: University of Delaware, 1982.
- [8] DOLATA L F, ROSENTHAL W. Wave Setup and Wave-Induced Currents in Coastal Zones [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1984, 89(C2): 1973—1982.
- [9] SVENDSEN I A. Mass flux and undertow in a surf zone[J]. *Coastal Engineering*, 1984, 8(4): 347—365.
- [10] SVENDSEN I A, SCHAFFER H A, HANSEN J B. The Interaction Between the Undertow and the Boundary-layer Flow on a Beach [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1987, 92(C11): 11845—11856.
- [11] 郑金海, 严以新, 彭世银. 波浪剩余动量流垂向分布研究[J]. *河海大学学报: 自然科学版*, 2000, 28(1): 8—13.
- [12] ZHENG J. Depth-dependent expression of obliquely incident wave induced radiation stress [J]. *Progress in Natural Science*, 2007, 17(9): 1067—1073.
- [13] NOBUOKA H, MIMURA. Three dimensional nearshore currents focusing on the vertical distribution of radiation stress, in Proc. 26th Int. Conf. on Coastal Eng. ASCE 1998: 829—842.
- [14] NOBUOKA H, MIMURA N. 3-Dnearshore current model focusing on the effect of sloping bottom on radiation stresses, in Proc. 28th Int. Conf. on Coastal Eng. 2002. 836—848.
- [15] NOBUOKA H, MIMURA N, ROELVINK J A. Three-dimensional nearshore currents model using sigma coordinate system, in Coastal Engineering 2004, Vols 1—4. 2005. 1429—1441.
- [16] MELLOR G. The Three-Dimensional Current and Surface Wave Equations[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2003, 33(9): 1978—1989.
- [17] MELLOR G L. The Depth-Dependent Current and Wave Interaction Equations; A Revision [J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2008, 38(11): 2587—2596.
- [18] MELLOR G. Wave radiation stress. [J] *Ocean Dynamics*, 2011, 61(5): 563—568.
- [19] XIA H, XIA Z, ZHU L. Vertical variation in radiation stress and wave-induced current [J]. *Coastal Engineering*, 2004, 51(4): 309—321.
- [20] LIN P, ZHANG D. The depth-dependent radiation stresses and their effect on coastal currents, in Hydrodynamics VI: Theory and Applications Proceedings of the 6th International Conference On Hydrodynamics [M]. Taylor & Francis Group; Perth, Western Australia, 2005: 247—254.
- [21] VANDONGEREN A R. Quasi 3—D modeling of nearshore hydrodynamics, in Engineering, Marine and Ocean [M]. Delaware University of Delaware, 1997.
- [22] NEWBERGER P A, ALLEN. Forcing a three-dimensional, hydrostatic, primitive-equation model for application in the surf zone :2. application to DUCK94 [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2007, 112(C08019): 1—21.
- [23] NEWBERGER P A, ALLEN J S. Forcing a three-dimensional, hydrostatic, primitive-equation model for application in the surf zone: 1. Formulation [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2007, 112(C08018): 1—12.
- [24] UCHIYAMA Y, MCWILLIAMS J C, SHCHEPETKIN A F. Wave-current interaction in an oceanic circulation model with a vortex-force formalism; Application to the surf zone. *Ocean Modelling*, 2010, 34(1—2): 16—35.
- [25] OKAYASU A, SHIBAYAMA T, HORIKAWA K. Vertical variation of undertow in the surf zone, in Proc. 21st Int. Conf. on Coastal Eng [M]. Coata del Sol-Malaga, Spain ASCE: 1998: 478—491.