直立式水下驻留平台座底稳定性分析

张 斌

(中国船舶重工集团公司第七一〇研究所,湖北 宜昌 443003)

摘 要 建立了适用于大攻角状态的水下平台六自由度数学模型,使用四元数替代欧拉角描述平台姿态,以消除某些特殊情况下因平台姿态变化或个别欧拉角不确定性导致的运动方程奇异现象。基于弹性力学相关理论建立符合海底真实物理特性的弹塑性数值模型,将座底平台-海底间交互作用与平台空间运动模型相结合,预报直立式平台座底驻留后对海流作用的运动响应,分析平台座底稳定性,为后续设计提供参考。

关键词 水下无人平台;座底稳定性;海底交互作用;姿态四元数;动态分析;模型仿真 中图分类号 TJ63 文献标识码 A

Analysis for Bottom-seated Stability of Vertical Underwater Mooring Platform

ZHANG Bin

(No. 710 R&D Institute, CSIC, Yichang 443003, China)

Abstract A six degree of freedom numerical simulation model of unmanned underwater platform is established, which is suitable for large angle of attack. In addition, quaternion-based platform attitude model is adopted to substitute the traditional Euler-angle form so as to eliminate singular phenomena of motion equation under some special circumstances, namely platform attitude changes in large amplitude or some specific uncertain Euler-angles. On the basis of correlation theory of elastic mechanics, an elastic-plastic numerical seabed model which complies well with actual seabed physical characteristics is established, Combining the bottom-seated platform-seabed interaction with the platform's space motion model, the motion response of vertical platform bottom-seated mooring to ocean current effect is predicted, and the bottom-seated stability of platform is analyzed to provide references for subsequent design.

Key words unmanned underwater platform; bottom-seated stability; seabed interaction; attitude quaternion; dynamic analysis; model simulation

0 引言

为更好地进行海洋开发研究,针对某一海域开 展长时间定点监测或探测任务,实现诸如海洋水情 勘测、海洋水质监测、海底土壤结构研究、水下建筑 物与深海管道检测等具体功能,逐渐成为各国学者 的研究重心并为之投入了大量精力。传统海洋工 程中常用的 AUV 或 ROV 均存在自身缺陷,无法 很好地完成此类任务要求^[1-2]。

为解决这一现实问题,具有着陆驻留于海底这 一特定功能的水下航行器被研制出来,这类水下平 台自主航行至需要探测或监测海域后下潜驻留于 海底,在驻留过程中依靠自身机构维持静态平衡, 在不需要时刻调节航行器驻留姿态的条件下完成 探测或监测任务。随着相关研究工作的开展,这些 可实现驻留功能的水下平台逐渐在其专业范围内 发挥出不可替代的作用,在人类深入开发海洋资源

收稿日期:2018-08-07

作者简介:张斌(1989-),男,博士,高级工程师,主要从事水下航行器总体设计研究。

的过程中扮演着重要的角色。驻留于海底的水下 平台在海流作用下不可避免地发生姿态与位置变 动,其抗流稳定性关系到后续工作任务能够正常开 展,必须对其进行重点分析。

根据水下驻留姿态的不同,可将其分为横卧式 与直立式。两种方案各有优势,其中横卧方式具有 更好的坐地稳定性,而直立式则在资源探测、环境 监测及反潜作战等领域具有更高效率。目前,现有 的水下驻留平台大多采用横卧方式下潜座底^[3-5], 对其座底稳定性分析大多将海底简化为刚性平 面^[6],具有较大的局限性。

本文针对竖直座底驻留水下平台特点,建立适 合大攻角运动状态的海流响应运动模型,采用姿态 四元数描述平台座底姿态以解决可能出现的数值 奇异现象。基于弹性力学理论建立符合海底真实 物理特性的弹塑性数值模型并将平台-海底交互 作用融合进座底平台数学模型中,对驻留稳定性进 行仿真研究,为实现水下平台可靠地直立驻留海底 提供有意义的参考。

1 坐标系选取

为便于建立平台座底抗流过程中的运动学与 动力学方程,描述海流冲击作用下的平台瞬时位置 与姿态,引入以下直角坐标系^[7]:

1)地面坐标系 $Ex_e y_e z_e$:坐标原点 E 可选在海 底平面上,即 $y_e = 0$ 处; Ex_e 轴位于水平面内; Ey_e 轴 位于竖直面内,铅直向上为正; Ez_e 轴的指向参照 右手系规则确定, (i_e, j_e, k_e) 为该坐标系 3 个轴向 的单位矢量。

2)座底平台体坐标系 Bx_by_bz_b:各轴与座底平 台固连,原点选在平台浮心 B 处。Bx_b轴沿平台纵 轴,指向前为正;By_b轴垂直于 Bx_b轴,当座底平台 在地面上水平放置时,指向上为正;Bz_b轴垂直于 Bx_by_b平面,其正向使 Bx_by_bz_b构成右手直角坐标 系。

3)座底平台速度坐标系 *Bx_vy_vz_v*:原点与体坐 标系原点重合,*Bx_v*轴与原点处座底平台的速度矢 量重合;*By_v*轴位于座底平台的纵对称面内,与 *Bx_v* 轴垂直并指向上方;*Bz_v*轴垂直与 *Bx_vy_v*平面,指向 按右手直角坐标系确定。

通常情况下,体坐标系下广义速度参数向量 V_{vehicle} 可以通过速度与角速度的投影转换矩阵得 到与地面坐标系中广义位置参数向量 **R**_{vehicle} 的具 体对应关系。



图1 坐标系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of coordinate system

2 动力学与运动学方程

引入下列运动参数,包括地面坐标系中座底平 台浮心位置矢量与姿态角共同组成的广义位置参 数向量 $\mathbf{R}_{vehicle} = [x_e, y_e, z_e, \theta, \psi, \varphi]^T$ 、由体坐标系下 平台浮心速度矢量与角速度共同组成的广义速度 参数向量 $V_{vehicle} = [v_{xx}, v_{yy}, v_{zx}, \omega_{xx}, \omega_{yy}, \omega_{zx}]^T$,由体 坐标系下平台所受的力与力矩组成的广义力参数 向量 $\mathbf{F}_{vehicle} = [F_{xy}, F_{xy}, M_{xy}, M_{yy}, M_{yy}]^T$ 。

基于平台浮心的动量与动量矩定理,可建立适 用于直立式座底平台抗流工作状态的动力学方 程^[8]:

 $M_{RB}\dot{V}_{vehicle} + C_{RB}(V_{vehicle})V_{vehicle} = F_{vehicle}$ (1) 式中: $F_{vehicle}$ 为座底平台所受作用力;

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m_{c} & -m_{c} \\ 0 & m & 0 & -m_{c} & 0 & m_{c} \\ 0 & 0 & m & m_{c} & -m_{c} & 0 \\ 0 & -m_{c} & m_{c} & J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ m_{c} & 0 & -m_{c} & J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ -m_{c} & m_{c} & 0 & J_{zx} & J_{zy} & J_{z} \end{bmatrix};$$

表达式如下:

$$C_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -m\omega_z & m\omega_y \\ m\omega_z & 0 & -m\omega_x \\ -m\omega_y & m\omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} m(y_c\omega_y + z_c\omega_z) & -mx_c\omega_y & -mx_c\omega_z \\ -my_c\omega_x & m(z_c\omega_z + x_c\omega_x) & -my_c\omega_z \\ -mz_c\omega_x & -mz_c\omega_y & m(x_c\omega_x + y_c\omega_y) \end{bmatrix}$$

$$C_{21} = \begin{bmatrix} m(y_c\omega_y + z_c\omega_z) & my_c\omega_x & mz_c\omega_x \\ mx_c\omega_y & -m(z_c\omega_z + x_c\omega_x) & mz_c\omega_y \\ mx_c\omega_z & my_c\omega_z & -m(x_c\omega_x + y_c\omega_y) \end{bmatrix}$$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} 0 & -J_{yz}\omega_y - J_{xz}\omega_x + J_{zz}\omega_z \\ J_{yz}\omega_y + J_{xz}\omega_x - J_{zz}\omega_z & 0 \\ -J_{yz}\omega_z - J_{xy}\omega_x + J_{yy}\omega_y & J_{xz}\omega_z + J_{xy}\omega_y - J_{xx}\omega_x \\ J_{yz}\omega_z - J_{xy}\omega_y + J_{xx}\omega_x \\ 0 \end{bmatrix}$$

针对水下平台座底过程中特殊运动工况,采用 上述欧拉角方法描述平台运动姿态存在个别姿态 角的不确定性。运动学方程可能出现奇异,例如当 俯仰角为 90°时,平台偏航角即为不确定状态。为 此,引入哈密尔顿四元数描述平台旋转运动及空间 姿态,避免参数退化,减少三角函数运算,提高计算 精度^[7,9]。

根据四元数定义及相关运算法则,可推导刚体 平台角速度在体坐标系中的投影,用于表示刚体平 台的旋转运动学方程:

г · ¬

$$\begin{bmatrix} q_{0} \\ \dot{q}_{1} \\ \dot{q}_{2} \\ \dot{q}_{3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_{0} & -q_{1} & -q_{2} & -q_{3} \\ q_{1} & q_{0} & -q_{3} & q_{2} \\ q_{2} & q_{3} & q_{0} & -q_{1} \\ q_{3} & -q_{2} & q_{1} & q_{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{x} \\ \omega_{y} \\ \omega_{z} \end{bmatrix}$$
(2)

式中 q_0 、 q_1 、 q_2 、 q_3 4个参数可描述平台转动,且存在如下联系方程:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \tag{3}$$

四元数替换空间欧拉角,可得到如下的地面系

与体坐标系转换矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{E}^{B} &= \\ \begin{bmatrix} q_{0}^{2} + q_{1}^{2} - q_{2}^{2} - q_{3}^{2} & 2(q_{1}q_{2} - q_{0}q_{3}) & 2(q_{1}q_{3} + q_{0}q_{2}) \\ 2(q_{1}q_{2} + q_{0}q_{3}) & q_{0}^{2} - q_{q}^{2} + q_{2}^{2} - q_{3}^{2} & 2(q_{2}q_{3} - q_{0}q_{1}) \\ 2(q_{1}q_{3} - q_{0}q_{2}) & 2(q_{0}q_{1} + q_{2}q_{3}) & q_{0}^{2} - q_{1}^{2} - q_{2}^{2} + q_{3}^{2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(4)

四元数与空间姿态角存在一定对应关系:

$$\begin{aligned}
q_{0} &= \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\
q_{1} &= \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\
q_{2} &= \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\
q_{3} &= \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\varphi}{2}
\end{aligned}$$
(5)

将式(5)分别代入式(2)、(4)中,即可得到通 过哈密尔顿四元数建立的座底平台运动学方程。

3 平台座底过程受力分析

平台座底抗流底过程中所受到的作用力可大 致分为以下几类:

1)系统体积力:包括其重力向量 G=[0,-G, 0]和浮力向量 B=[0,B,0],由于体积力均指向铅 垂方向故而一般将其合并为净浮力矢量 ΔG,体坐 标系下其表达式为

$$\Delta \boldsymbol{G} = (\boldsymbol{G} + \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{E}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{B} - \boldsymbol{G} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$
(6)

体坐标系下体积力对平台的作用力及力矩可 表示为如下广义参数向量形式:

$$\boldsymbol{F}_{BG} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{G} \\ \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{G}} \times \boldsymbol{G} \end{bmatrix}$$
(7)

2)流体作用力:平台在流场中不可避免地会 受到流体介质粘性的影响,诸多文献在这部分动力 学研究中将粘性流体作用力分为3个部分^[7]:定 常直线平移运动引起的粘性位置力矢量 $F_{\mu\alpha}$ 、旋转 运动产生的粘性阻尼力矢量 $F_{\mu\omega}$ 、非定常运动引起 的惯性力矢量 $F_{\lambda \circ}$ 、其中,粘性位置力向量计算方 法如式(8)所示:

$$F_{\mu\alpha} = \frac{1}{2} \rho_{w} S_{\text{vehicle}} (\boldsymbol{v}_{v} - \boldsymbol{v}_{w})^{2} \begin{bmatrix} -C_{x}(a) \\ C_{y}(a) \\ C_{z}(\beta) \\ Lm_{x}(\beta) \\ Lm_{y}(\beta) \\ Lm_{z}(a) \end{bmatrix}$$
(8)

平台旋转运动造成的这部分流体动力增量,即 粘性阻尼力矢量计算方法如式(9)所示:

$$F_{\mu\omega} = \frac{1}{2} \rho_{w} S_{\text{vehicle}} | \mathbf{v}_{v} - \mathbf{v}_{w} | L \begin{bmatrix} 0 \\ C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} \omega_{z} \\ C_{z}^{\overline{\omega}_{y}} \omega_{y} \\ L(m_{x}^{\overline{\omega}_{x}} \omega_{x} + m_{x}^{\overline{\omega}_{y}} \omega_{y}) \\ L(m_{y}^{\overline{\omega}_{x}} \omega_{x} + m_{y}^{\overline{\omega}_{y}} \omega_{y}) \\ L(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} \omega_{z}) \end{bmatrix}$$
(9)

平台在流体介质中的运动存在平移或旋转加速度时,势必会改变周围一部分流体的运动状态, 这部分流体动力增量即为惯性力矢量,其具体表达 方式如下:

$$F_{\lambda} = [\boldsymbol{\lambda}]_{6\times6} [\dot{\boldsymbol{V}}_{\text{vehicle}}] \qquad (10)$$

式中[**λ**]为附加质量矩阵,由平台空间 6 个自由度 上总共 36 项运动惯性力组成。由曲面积分中使用 的高斯散度定理(高斯-奥斯特罗格拉德斯基公 式)可知,该矩阵关于主对角线对称,此外由于平 台也近似为轴对称的刚体,[**λ**]可被简化为如下形 式:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & 0 & 0 & 0 & \lambda_{26} \\ 0 & 0 & \lambda_{33} & 0 & \lambda_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{35} & 0 & \lambda_{55} & 0 \\ 0 & \lambda_{26} & 0 & 0 & 0 & \lambda_{66} \end{bmatrix}$$

3)海底交互作用力:为获得平台与海洋底面 之间的相互作用,首先要建立是否接触海底的判定 条件,若满足以下 2 个条件中任意 1 个,则认为平 台已经触底^[10]:

$$y_e < y_{\text{bottom}}(x_e, z_e) \tag{11}$$

 $y_e = y_{\text{bottom}}(x_e, z_e) 且 v \cdot n_{sb} \leq 0$ (12) 式中: x_e, y_e, z_e 为地面坐标系下平台底端面处轴向 坐标; y_{bottom} 为海底三维连续曲面纵坐标; n_{sb} 为海 底与平台底端面处接触位置的单位法向矢量,其方 向始终由海底指向海水内部;v为平台速度矢量。

对于触底后的平台底端面,会受到海底平面法 向支撑力矢量 F_p 及切向摩擦阻力矢量 F_μ 的作 用。由弹性力学的基本理论可知:

$$\boldsymbol{F}_{p} = \left(\boldsymbol{k} \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{y}_{\text{bottom}} - \boldsymbol{y}_{e} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{T} \cdot \boldsymbol{n}_{sb} \right) \boldsymbol{n}_{sb} - (c_{sb} \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n}_{sb}) \boldsymbol{n}_{sb} \quad (13)$$

式中:k为与平台底面接触部分土壤的刚度;c_{sb}为海底粘性阻尼系数。一般在阻尼振动系统中,用阻 尼比表达标准化的阻尼大小,此处,引入海底弹性 支撑的阻尼比ζ_{sb},其定义为

$$\zeta_{sb} = c_{sb} / c_{sb}^r \tag{14}$$

式中:c^r_{sb}为临界阻尼系数。对于振动的接触点,其临界阻尼可以表示为

$$c_{sb}^r = 2\sqrt{k_{sb}m_c} \tag{15}$$

式中:*m*。为接触质量。将式(15)代入式(14)可以得到:

$$c_{sb} = 2\zeta_{sb} \sqrt{k_{sb}m_c} \tag{16}$$

其中阻尼比 ζ_{sb} 定为 0. 5^[11],可以在不显著影响系 统整体响应的情况下消除碰撞海底引起的杂散高 频扰动影响。

由结构力学的知识可知,刚度不仅仅与材料特 性有关,还要考虑整体结构的影响,严格意义上讲, 平台底端面接触部分海底平面刚度 k 与每个接触 点上海底刚度 k_{sb}之间并不存在简单的线性转换 关系,其取值只能通过大量海底试验测试的方法获 取。然而对大多数系统而言,其总体运动响应对这 一取值并不敏感,为简便起见,此处近似认为土壤 与平台底面之间存在一系列相同的接触面单元并 将其应力应变关系作为接触面的本构关系,每个接 触面单元的刚度为

$$\tilde{k} = k_{sb} / d_c \tag{17}$$

刚度 k 可以通过下式计算:

$$k = \tilde{k}S_{\text{bottom}} = \frac{k_{sb}S_{\text{bottom}}}{d_c}$$
(18)

式中: k_{sb} 为海底刚度; S_{bottom} 为平台底面与海底接触面积; d_c 为平台底面当量直径。

在满足海底接触条件的前提下,平台在海底三 维平面切线方向上与海底存在相对运动的趋势或 相对运动,使得两者之间存在摩擦阻力。计算摩擦 阻力前,首先要得到速度矢量 v 在海底三维平面切 向上的分量:

$$\boldsymbol{v}_t = \boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n}_{sb}) \boldsymbol{n}_{sb} \tag{19}$$

根据库仑摩擦定理,平台底面与海底两者之间 存在动摩擦、静摩擦以及过渡状态3种情况:

① $v_{t} \neq 0$ 时,潜标底面与海底在切向上存在相 对速度,摩擦力矢量 F_{μ} 与摩擦面正压力成正比, 方向与相对速度方向相反:

$$\boldsymbol{F}_{\mu} = -\boldsymbol{\mu} \, | \, \boldsymbol{F}_{p} \, | \, \frac{\boldsymbol{v}_{t}}{|\boldsymbol{v}_{t}|} \tag{20}$$

式中: µ 为潜标底面与海底之间摩擦阻力系数且具 有各向同性。

② v_r =0 且| F_μ | ≤ μ | F_p |时,潜标底面与海底之间在切向上仅存在运动趋势,属静摩擦力:

 $F_{\mu} = -[F_{\text{composition}} - (F_{\text{composition}} \cdot n_{sb})n_{sb}] \quad (21)$ $\exists : F_{\text{composition}} = F_{BG} + F_{\mu a} + F_{\mu \omega} + F_{\lambda} \circ$

③ $v_t = 0 \pm |F_{\mu}| > \mu |F_{p}| 时,此时处于过渡状态$ 内,这是由于采用离散化模型进行数值求解造成的,此时摩擦力已经大于最大静摩擦力,但是潜标底面在海底平面切平面内仍无速度矢量。过渡状态是一个瞬时状态,只持续一个时间步长,在这个时间步长内完成静止状态到运动状态的转换,摩擦 $阻力 <math>F_{\mu}$ 为

$$\boldsymbol{F}_{\mu} = -\mu | \boldsymbol{F}_{p} | \frac{\boldsymbol{F}_{\text{composition}} - (\boldsymbol{F}_{\text{composition}} \cdot \boldsymbol{n}_{sb}) \boldsymbol{n}_{sb}}{| \boldsymbol{F}_{\text{composition}} - (\boldsymbol{F}_{\text{composition}} \cdot \boldsymbol{n}_{sb}) \boldsymbol{n}_{sb} |} \quad (22)$$

4 座底稳定性仿真计算

采用四阶龙哥库塔方法在时域范围内对系统 坐底抗流运动学与动力学模型进行求解,部分计算 输入参数如表1所示。

3 kn 海流冲击作用下座底平台运动响应参数 如图 2-6 所示。可以看到,系统在海流作用下发 生偏转,俯仰角由 90°开始振荡减小至 88.7°附近, 潜标偏转角约为 1.3°;平台质心位置由于俯仰角 的变动也发生振荡,稳定后 y 方向偏移 2.3 mm, x 方向偏移 6 mm; 质心位置的变动由于潜标偏转产 生,海流作用下平台并未离地,其底端面始终与海 底接触。

表1 稳定性分析计算输入参数表

Table 1 Input parameters for stability analysis

and calculation

参数	取值	参数	取值
平台直径	0. 533 m	平台长度	2.2 m
平台质量	490 kg	浮心位置	距底 1.2 m
质心位置	距底 0.5 m	海底刚度	3 150 N/m ²
海底摩擦系数	1.2	海底弹性支撑阻尼	比 0.5

由计算结果可知,该直立式水下无人座底平台 可在3 kn 流作用下保持稳定,具备抵抗3 kn 海流 能力。







Fig. 4 Displacement of bottom-seated platform's mass center in horizontal direction changing with time



图 5 座底平台质心竖直方向速度随时间变化情况

Fig. 5 Speed of bottom-seated platform's mass center in vertical direction changing with time





5 结束语

本文在充分考虑海底土质真实物理特性的基础上,建立了海底的弹塑性数值模型,并基于刚体 座底平台的动量与动量矩定力,结合四元数方法修 正平台旋转与浮心运动方程,建立大攻角运动状态 下座底平台三维空间运动数学模型,在此基础上对 直立式水下平台座底后海流作用下的运动响应进 行仿真预报,分析其抗流稳定性,可为后续设计工 作开展提供有意义的参考。

参考文献

- [1] CHOTIROS N P, ISAKSON M J, PIPER J N, et al. Sea floor roughness measured by a laser profiler on a ROV[C]// Oceans 2014 IEEE. US: IEEE, 2014.
- [2] CHOI J K, KONDO H, SHIMIZU E. Thruster fault-tolerant control of a hovering AUV with four horizontal and two vertical thrusters [J]. Advanced Robotics, 2014 (28): 245-256.
- [3] 宋保维,朱信尧,曹永辉,等. UUV 海底定点停驻策略 及其关键技术[J]. 鱼雷技术,2010,18(6):401-405.
- [4] SANGEKAR M N, THORNTON B, URA T. Wide area seafloor observation using an Autonomous Landing Vehicle with adaptive resolution capability [C]// OCEANS 2012 IEEE. US: IEEE, 2012.
- [5] DU B, JIANG Y X, ZHANG H W. Dynamic Analysis of Landing Autonomous Underwater Vehicle[J]. Transactions of Tianjin University, 2012, 18(4):298-304.
- [6] 宋保维,朱信尧,单志雄,等. UUV 海底定点停驻受力
 特性及稳定性分析[J].西北工业大学学报,2012,30
 (1):94-101.
- [7] 严卫生. 鱼雷航行力学[M]. 西安:西北工业大学出版社,2005.
- [8] SMALLWOOD D A, WHITCOMB L L. Model-based dynamic positioning of underwater robotic vehicles: theory and experiment[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2004, 29(1): 169-186.
- [9] 夏喜旺,杜涵,刘汉兵.关于大角度范围内四元数与 欧拉角转换的思考[J].导弹与航天运载技术,2012 (10):47-53.
- [10] 王飞.海洋勘探拖曳系统运动仿真与控制技术研究 [D].上海:上海交通大学,2006.
- [11] GOBAT J I. The dynamics of geometrically compliant mooring systems [D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2000.