

析取克立格法及其在储量估算中的应用

吴 龙 英

(成都地质学院)



工作方法

当对随机函数了解的比较多, 需要取得更为精确的可回采储量的局部估算储量时, 必须要考虑到每个块段的具体条件进行估算, 这时, 要应用非线性地质统计学法。

非线性地质统计学法有两种, 即多元高斯分布法和二元高斯分布法 (又称析取克立格法)。析取克立格法所要求的条件比多元高斯分布法简单, 而精度又比线性地质统计学法高。

本文将介绍析取克立格法的一般理论和方法及在某铝土矿块段储量估算中的初步尝试。

析取克立格法

1. 方法概述

使用析取克立格法对矿体中的块段进行计算, 其估值有以下性质。

无偏性: 若 μ 是矿体的平均值, $\hat{\mu}_w$ 是块段真值 μ_w 的估值时, 那末块段估值 $\hat{\mu}_w$ 的期望值等于 μ_w 的期望值, 即:

$$E[\hat{\mu}_w] = E[\mu_w] = \mu$$

误差方差最小: 块段真值 μ_w 和块段估值 $\hat{\mu}_w$ 之间差的平方期望值最小, 即:

$$E[(\mu_w - \hat{\mu}_w)^2] = \text{最小}$$

条件无偏性: 已知被估值 $\hat{\mu}_w$ 的真值 μ_w 的期望值等于 $\hat{\mu}_w$, 即:

$$E[\mu_w | \hat{\mu}_w] = \hat{\mu}_w$$

析取克立格法的计算过程概括地表示在图1中。

在地质变量 (又称区域化变量) 中很少是正

态分布, 若进行析取克立格法估值, 必须把原始数据转换成正态分布数据, 原始数据的转换是通过 $x_i = \phi(y_i)$ 公式进行的, 式中 x_i 为原始数据, y_i 是由 x_i 转换成以均值为0、方差为1的标准正态分布的数据, ϕ 为转换函数。

若计算原始数据的析取克立格估值 μ_D^* , 则先要计算原始数据 x 的转换值 y 的估值 v_D^* 。假设 $H_0^*, H_1^*, H_2^*, \dots, H_k^*$ 是 v_D^* 的坐标值 (v_D^* 的 K 阶埃尔米特多项式值), 如图1, 这些坐标值

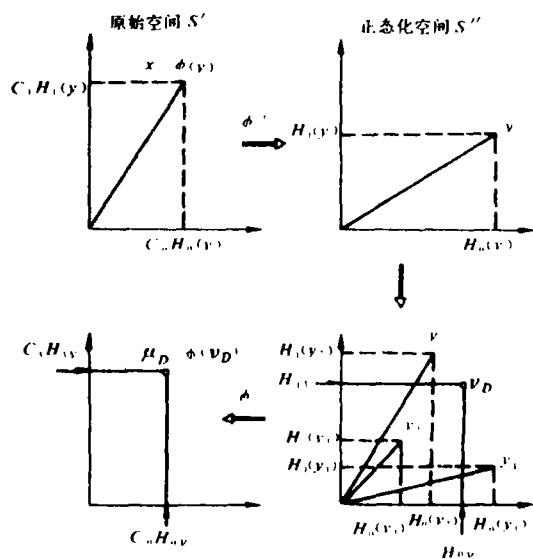


图1 析取克立格法计算过程示意图

是由原始数据坐标值的转换值通过线性组合方法计算, 计算 H_{kD} 值的公式为:

$$H_{kD} = \sum_{i=1}^n b_i H_k(y_i) \quad (1)$$

式中, b_i 为权系数, 通过原始数据转换值的自相

关函数协方差或变异函数来确定, $H_k(y_i)$ 为某一原始数据转换值的 K 阶埃尔米特多项式。

以上述形式, 从 $v_{\bar{D}}^*$ 中计算 $\mu_{\bar{D}}^*$ 。

$$\mu_{\bar{D}}^* = \phi(v_{\bar{D}}^*) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k H_k(v_{\bar{D}}^*) \quad (2)$$

式中, $\mu_{\bar{D}}^*$ 为析取克立格估值; ϕ 为转换函数; C_k 为转换系数。

2. 原始数据概率分布的正态化

析取克立格法的理论可理解为两个空间, 即原始数据 x 分布的原始空间 S' 和标准正态化数据的分布空间 S'' (图1)。通过转换可使两个空间中的数据联系起来。就是说, 通过转换后, 在原始空间 S' 中有一个原始数据 x_i , 相应地可在正态化空间 S'' 中找到相应的数据 y_i , 其中在 S' 空间的数据 x 是任意的概率分布, 而在 S'' 空间中的数据 y 是以均值为 0、方差为 1 的标准正态分布。

两个空间的相应数据 x, y 之间的关系由转换函数规定, 即 $x = \phi(y)$ 。转换函数可由埃尔米特多项式表示:

$$\phi(y) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k H_k(y) \quad (3)$$

假设空间 S'' 中 y 值有“坐标” $H_0(y), H_1(y), H_2(y), \dots, H_k(y)$, 相应地在空间 S' 中有相当的原始数据 $x = \phi(y)$ 的“坐标” $C_0 H_0(y), C_1 H_1(y), C_2 H_2(y), \dots, C_k H_k(y)$ 。用此法即可把原始数据 x_i 转换成以“坐标” $H_0(y_i), H_1(y_i), H_2(y_i), \dots, H_k(y_i)$ 值的 y_i 值 ($i = 1, \dots, n$)。在工作中, 整个析取克立格法估算使用的数据是转换数据 y_i , 因此, 需要的是逆转换函数 $y = \phi^{-1}(x)$, 可按 $x_i = \phi(y_i)$ 的方程式, 把 x_i 转换成 y_i 值。

除上述的转换方法外, 还可用图解法进行转换。

在标准正态化空间 S'' 中, 数据累积分布密度函数为:

$$P_{ROB}(y \leq y_0) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{y_0} e^{-y^2/2} dy \quad (4)$$

对于 $x_0 = \phi(y_0)$, 如果 ϕ 是 y 的递增函数, 那么在空间 S'' 中 y 的概率是 $P_{ROB}(y \leq y_0) = P$,

则在空间 S' 中相应 x 值的概率是 $P_{ROB}(x \leq x_0) = P$, 即概率是相等的 (图2)。原始数据累积分布曲上的等级 (x_1, x_2) 在标准正态累积分布曲线上亦可找到相对应的等级 (y_1, y_2)。对于各等级 (x_1, x_2) 内的各原始数据的概率值用内插法计算, 这样根据各原始数据的概率值就可查到相应的转换数据。用此法可使空间 S' 中的原始数据 x_i 和空间 S'' 中的转换数据 y_i 之间相互转换。

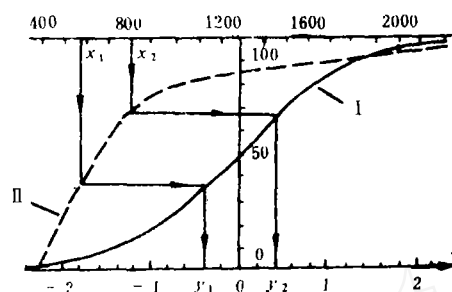


图2 原始数据的正态化图

I—标准正态累积分布曲线;

II—原始数据累积分布曲线

3. 埃尔米特多项式和转换系数 C_k 的计算

转换函数 ϕ 可表示为埃尔米特多项式的线性组合, 即:

$$x = \phi(y) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k H_k(y)$$

1) 埃尔米特多项式的计算:

$H_k(y)$ 是由Rodrigue方程式提供的 K 阶埃尔米特多项式,

$$H_k(y) = (-1)^k e^{y^2/2} (d^k/dy^k) e^{-y^2/2} \quad (5)$$

$H_k(y)$ 可用递推公式计算:

$$H_{k+1}(y) = y H_k(y) - K H_{k-1}(y) \quad (6)$$

其中要求 $H_0(y) = 1, H_1(y) = y$ 。

2) 转换系数 C_k 的计算:

C_k 的计算, 可用埃尔米特积分法:

$$C_k = \frac{1}{K! (2\pi)^{1/2}} \sum_{j=1}^J W_j \phi(y_j) H_k(y_j) \exp[y_j^2/2] \quad (7)$$

式中, y_j 为埃尔米特积分的横坐标, w_j 为埃尔米特积分的权系数; $\phi(y_j)$ 为横坐标 y_j 的 $\phi(y)$ 的插值。其中 J 值必须大于计算 C_k 时埃尔米特多项式的最高阶 K 值, 一旦选定了 J 值就可查表得到 y_j 和 w_j 。

埃尔米特多项式的最高阶数 K ，决定于转换函数的形状，即决定于原始数据分布曲线的复杂程度和原始数据值与块段值之间的相关程度。如图3，其转换函数的形态呈指数曲线的形态，在这种情况下，用6次展开式（即 $K=6$ ）就能模拟经验的转换函数的形状。若转换函数形态复杂， K 值就要增大，如图4，采用15次展开式才能得到理想的模拟。

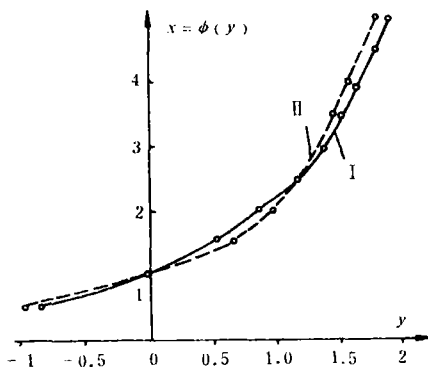


图3 转换函数呈指数形状

I—经验的 $\phi(y)$ ；II—6次变形模型

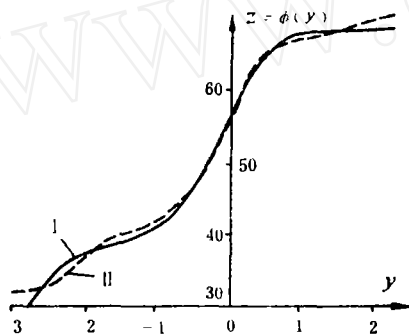


图4 复杂的转换函数形状

I—经验的 $\phi(y)$ ；II—15次变形模型

4. 正态化数据的协方差和半变异函数

采用析取克立格法进行估值计算时，必须确定正态化数据的自相关函数——协方差或半变异函数。

假定 $Y(z)$ 是在 z 点上被正态化的数据， $Y(z+h)$ 是由向量距离 h 相隔的点上被正态化的数据，协方差 $\rho(h)$ 或半变异函数 $\gamma(h)$ 是 $Y(z)$ 和 $Y(z+h)$ 之间的相关函数，在平稳假设下，协方差计算公式为：

$$\rho(h) = E[Y(z) \cdot Y(z+h)] \quad (9)$$

半变异函数为：

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E\{[Y(z) - Y(z+h)]^2\} \quad (10)$$

由于原始数据已转换成标准正态分布的数据，所以 $\rho(h)$ 和 $\gamma(h)$ 之间的关系为：

$$\rho(h) = 1.0 - \gamma(h) \quad (11)$$

5. 块段平均值(μ_D^*)的估算

$$\mu_D^* = \sum_{k=0}^K C_k H_{kv} \quad (12)$$

式中转换系数 C_k 由公式(7)进行计算。

由被正态化数据计算块段估值 v 的坐标 H_{kv} 是从被估值块段周围被正态化数据 y_i ($i=1, \dots, n$) 进行计算，见图1。

$$H_{kv} = \sum_{i=1}^n b_i H_k(y_i) \quad (13)$$

式中， $H_k(y_i)$ 为被估值块段周围观测点被正态化数据 y_i 的 K 阶埃尔米特多项式； b_i 为计算 H_{kv} 时的权系数， b_i 值是由析取克立格方程组计算确定：

$$\sum_{j=1}^n b_j (\rho_{ij})^K = (\bar{\rho}_{jv})^K \quad (14)$$

($i=1, \dots, n; K=0, \dots, n$)

式中， ρ_{ij} 为在估算领域内正态化数据之间的协方差； $\bar{\rho}_{jv}$ 为估算领域内各观测点与被估值块段内所有点之间的协方差的平均值，即是 $\{\rho(h)\}^K$ 的平均值，其中 h 是各观测点 z 和被估值块段 V 内任意一点间的距离； K 为埃尔米特展开式的阶数。对于 $(\bar{\rho}_{jv})^K$ 的计算通常由数值积分进行：

$$(\bar{\rho}_{jv})^K = \frac{1}{V} \int_V \{\rho(z, z)\}^K dz \quad (15)$$

析取克立格方程组可用矩阵的形式表示：

$$\begin{bmatrix} \rho_{11}^K & \rho_{12}^K & \dots & \rho_{1n}^K \\ \rho_{21}^K & \rho_{22}^K & \dots & \rho_{2n}^K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1}^K & \rho_{n2}^K & \dots & \rho_{nn}^K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_{1v}^K \\ \bar{\rho}_{2v}^K \\ \vdots \\ \bar{\rho}_{nv}^K \end{bmatrix}$$

上式可看出：当 $K=0$ 时，析取克立格估值的权系数 b 相等， $\sum_{j=1}^n b_j = 1$ ；当 $K=1$ 时，析取克立格方程组可简化成简单克立格方程组。

6. 析取克立格估值方差

析取克立格估值比线性地质统计学方法的估值更接近于真值，但它不是真值，与真值之间存在

在着误差,其误差说明被估值的精度,在某种程度上也可说明估值方法的好坏。即在被估块段大小、地质变量的变化性质和勘探工程间距相同的情况下,其误差大小可反映估值方法的好坏。这种误差的大小用析取克立格估值方差表示:

$$\sigma_{D\hat{K}}^2 = E \{ \|Z_0 - Z_{D\hat{K}}^*\|^2 \} \quad (16)$$

根据两个向量 $Z_0 - Z_{D\hat{K}}^*$ 和 $Z_{D\hat{K}}^*$ 的正交性,亦就是 $E \{ \|Z_0 - Z_{D\hat{K}}^*\| Z_{D\hat{K}}^* \} = 0$, 析取克立格估值方差可写成:

$$\sigma_{D\hat{K}}^2 = E \{ \|Z_0^2\| \} - E \{ \|Z_0 Z_{D\hat{K}}^*\| \}$$

其中, b_j 值随 K 值变化。所以析取克立格方差为:

$$\begin{aligned} \sigma_{D\hat{K}}^2 &= \sum_{k=1}^K C_k \{ \rho_{VV}^A \} - \sum_{k=1}^K C_k \sum_{j=1}^n b_j \rho_{Vj}^A \\ &= \sum_{k=1}^K C_k \{ \rho_{VV}^A - \sum_{j=1}^n b_j \rho_{Vj}^A \} \end{aligned} \quad (17)$$

总之,析取克立格估值方差的大小受被估块段与观测点之间的空间关系、被估块段的大小和反映地质变量变化性质的变异函数三个因素的影响。当上述三个因素确定后,并且相同,那么其估值方差是相同的,若不同,则析取克立格估值方差亦不同。

析取克立格法在储量估算中的应用

某铝土矿是一倾向北西,近于水平的似层状矿体。矿体长3200米,宽1200米,厚度数十厘米到4米。勘探工程按正方形网格布置,工程间距 200×200 米,在矿体中部加密为 100×100 米。

根据矿体形状和产状,以二维空间对矿体进行析取克立格法估值。为简便起见,这里只论述品位 $\times$ 厚度(累积)值的计算过程。

1. 原始数据转换成正态化数据

该矿品位 $\times$ 厚度值的分布直方图(图5)明显不呈正态分布,也不是对数正态分布。因此,对原始数据进行正态化转换。转换的方法是采用图解法(图6)。直方图划分的等级为: $0 \sim 40$, $40 \sim 80$, $80 \sim 120$, $120 \sim 160$, $160 \sim 200$, $200 \sim 240$, $240 \sim 280$, $280 \sim 320$, $320 \sim 360$, 根据上节原理计算其累积概率值,这些概率值相当于标准正态的累积概率值。再按这些概率值查正态分布表得到标准正态分布下的数据等级: $(-3.2, -0.4963)$, $(-0.4963, 0.1002)$, $(0.1002,$

$0.4563)$, $(0.4563, 0.9704)$, $(0.9704, 1.3977)$, $(1.3977, 1.4939)$, $(1.4939, 1.7500)$, $(1.7500, 1.9252)$, $(1.9252, 3.7290)$ 。在等级之间的数据可用线性内插法计算数据的概率值并进行转换。例如原始数据47.53是在 $40 \sim 80$ 这一等级内,用线性内插法计算数据的概率为0.3540,再用概率值查正态累积分布表,得到原始数据(47.53)的转换值 $y_i = -0.3746$ 。用此法可把所有的原始数据转换成标准正态分布下的数据。

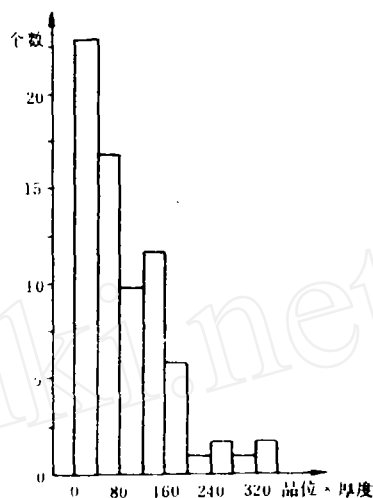


图5 某铝土矿品位 $\times$ 厚度直方图

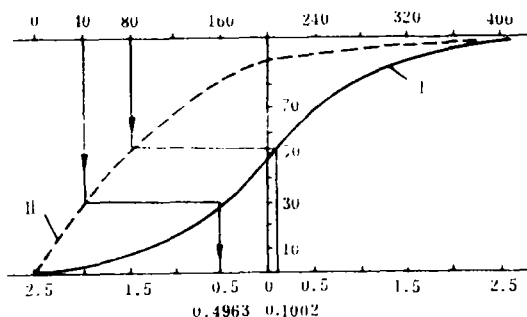


图6 某铝土矿品位 $\times$ 厚度值的累积分布

I—标准正态分布的累积分布曲线;

II—原始数据累积分布曲线

2. 变异函数值或协方差的计算

应用转换值 y_i , 根据公式(10)计算矿体各个方向上的变异函数值并绘制变异曲线图(图7)。从图7可以看出,两个方向(走向和倾向)上变异曲线是相似的,因此,可视为矿体的品位 $\times$ 厚度值变化性是各向同性,而且是平稳性变化。

据变异曲线的形态可选用球状数学模型拟合实验变异曲线,从而得到球状模型的参数为:块金效应为0,基台值为1,变程为300米,其数学模型公式为:

$$\gamma(h) = 1 - 1.5 \frac{h}{300} + 0.5 \left(\frac{h}{300} \right)^3 \quad h < 300 \text{ 米}$$

$$\gamma(h) = 1 \quad h > 300 \text{ 米}$$

根据公式(11) $\rho(h) = 1 - \gamma(h)$,协方差曲线可用以下数学模型拟合:

$$\rho(h) = 1 - \left[1.5 \frac{h}{300} - 0.5 \left(\frac{h}{300} \right)^3 \right] \quad h < 300 \text{ 米}$$

$$\rho(h) = 0 \quad h > 300 \text{ 米}$$

根据上式即可计算矿体任意方向上的变异函数值或协方差值。

3. 转换系数 C_k 的计算

根据该矿转换函数的几何形态(图8),选择

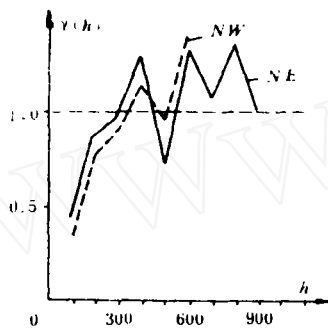


图7 某铅土矿走向和倾向变异曲线(转换值)

K值	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C_k 值	94.9029	74.7611	16.8091	-1.4191	-1.2884	-0.2545	-0.1853	-0.0159	-0.0086	-0.0009

将 C_k 值代入公式(3) $x_i = \phi(y_i) = \sum_{k=0}^9 C_k H_k(y_i)$,即可进行实际转换函数曲线的拟合,其计算的过程及结果见表3和图8(虚线)。从表3和图8中可见,用积分点为10个和9阶埃尔米特多项式对实际的转换函数形状可以近似地拟合,亦就是说计算的转换系数 C_k 是适用于本矿的。

4. 析取克立格方程组

根据转换值 y_i 计算的变异函数及其变异曲线的形状,选择的变异函数的数学模型为:

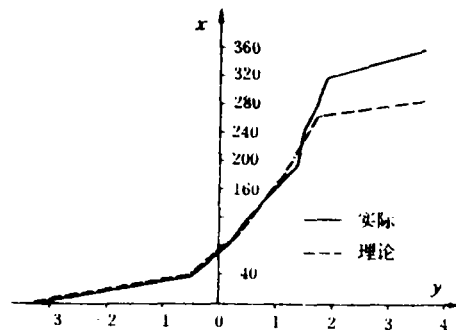


图8 某铅土矿品位×厚度值转换函数形状

埃尔米特多项式的最高阶为九阶($K=9$),那末高斯积分点数取10个点($J=10$),查表可得到埃尔米特积分的横坐标值 y_i 和权系数,见表1。

根据公式(7)计算转换系数 C_k ,其结果见表2。

J	y_i	$W_i \exp(-y_i^2/2)$
1	0.3129	0.61785
2	1.03661	0.41096
3	1.75668	0.15484
4	2.53273	0.33207×10^{-1}
5	3.43616	0.27991×10^{-2}

* 根据Abramowitz and stegun

$$\gamma(h) = \left[1.5 \frac{h}{300} - 0.5 \left(\frac{h}{300} \right)^3 \right] \quad h < 300 \text{ 米}$$

$$\gamma(h) = 1 \quad h > 300 \text{ 米}$$

根据公式(11),协方差的数学模型为:

$$\rho(h) = 1 - \left[1.5 \frac{h}{300} - 0.5 \left(\frac{h}{300} \right)^3 \right] \quad h < 300 \text{ 米}$$

$$\rho(h) = 0 \quad h > 300 \text{ 米}$$

以上述公式就可计算析取克立格方程组各部分的数值,建立析取克立格方程组。

建立析取克立格方程的目的是为了计算在估算块段平均值的权系数 b 。从析取克立格方程组

表 3

转换函数拟合计算

C_k	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	$H_0(y_i)$
94.9029	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	$H_0(y_i)$
74.7611	-3.3	-0.4963	0.1002	0.4563	0.9704	1.3977	1.4939	1.7500	1.9252	3.7290	$H_1(y_i)$
16.8091	9.89	-0.7537	-0.9900	-0.7918	-0.05832	0.9536	1.2317	2.0625	2.7064	12.9054	$H_2(y_i)$
-1.4191	-26.037	1.3667	-0.2996	-1.2739	-1.9974	-1.4626	-1.1477	0.1094	1.3600	40.6664	$H_3(y_i)$
-1.2884	56.2521	1.5829	2.9399	1.7941	-1.7633	-4.9050	-5.4098	-5.9961	-5.5010	112.9286	$H_4(y_i)$
-0.2545	-81.4839	-6.2522	1.4929	5.9142	6.2785	-1.0053	-3.4908	-10.9307	-16.0303	258.4454	$H_5(y_i)$
-0.1853	-12.3635	-4.8110	-14.5497	-6.2718	14.9092	23.1198	21.8339	10.8518	-3.3566	399.0995	$H_6(y_i)$
-0.0159	529.7032	39.9006	-10.4156	-38.3471	-23.2030	38.3462	53.5627	84.5746	89.7200	-62.4301	$H_7(y_i)$
-0.0086	-1661.476	13.8743	100.8043	26.4048	-126.8803	-108.2421	-72.8202	72.0430	196.2250	-3026.4982	$H_8(y_i)$
-0.0009	1245.2448	-326.0909	93.4252	318.8257	62.4997	-458.0596	-537.2872	-550.5219	-339.9873	-10786.7715	$H_9(y_i)$
$\sum_{k=0}^9 C_k H_k(y_i)$	6.1830	43.1735	83.9211	114.9559	168.6204	220.5260	232.9917	267.1341	267.2759	284.4094	
x_i	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	

(14) 可见, 不同的工程位置, 不同的 K 值有不同的权系数 b 值。该矿的工程间距有两种, 即: 100×100 米和 200×200 米。这里只举 100×100 米间距为例。因 $K = 9$, 所以有 10 组的权系数, 从公式 (14) 看出, 当 $K = 0$ 时, 权系数 b 之和等于 1, 而且各权系数是相等的, 其他九组权系数见表 4。从表 4 中可见, 随着 K 阶数的增大, 而权系数值缩小。

5. 块段平均值的计算

以析取克立格法估算块段的平均值, 则用公式 (12)、(13), 即:

$$\mu_D^* = \sum_{k=0}^K C_k H_{kv}$$

$$H_{kv} = \sum_{i=1}^n b_i H_k(y_i)$$

因此,

$$\mu_D^* = \sum_{k=0}^K C_k \sum_{i=1}^n b_i H_k(y_i) \quad (18)$$

如果仅仅考虑 $K = 0$ 时, 则无论块段位置如何, 块段的估值是相等的, 即 $\mu_D^* = C_k$ 。随着 K 值的增大 μ_D^* 值是在变化的, K 值最大时将获得最好的估值。例如该矿的两个块段的估值是围绕两块段的工程位置和各工程的品位 $\times$ 厚度值变化 (图 9、图 10), 各工程信息转换值的 9 阶埃尔米特多项式计算结果见表 5、表 6。

据表 2, 表 4, 表 5, 表 6 计算两个块段的平均值, 计算结果见表 7。

从表 7 中可看出, 随着 K 值进入高阶, 则估值的变化就不大了, 其原因在于:

第一, K 值的增大协方差值变小, 权系数 b 值变小 (表 4); 第二, 随着 K 值增加, 转换系数 C_k 值变小, 当进入高阶时, 估值的变化就不大了。所以, 在一定精度下, 以增加阶数 (K) 来提高估值的精度是无意义的。

K = 9 时 析 取 克 立 格 权 系 数

表 4

K	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉
1	0.560456	0.076310	0.076310	0.076310	0.076310	0.064841	0.064841	0.064841	0.064841
2	0.562987	0.074180	0.074180	0.074180	0.074180	0.028712	0.028712	0.028712	0.028712
3	0.498697	0.054786	0.054786	0.054786	0.054786	0.014551	0.014551	0.014551	0.014551
4	0.244471	0.062749	0.062749	0.062749	0.062749	0.009451	0.009451	0.009451	0.009451
5	0.345432	0.021135	0.021135	0.021135	0.021135	0.003745	0.003745	0.003745	0.003745
6	0.281487	0.012054	0.012054	0.012054	0.012054	0.001659	0.001659	0.001659	0.001659
7	0.228499	0.006665	0.006665	0.006665	0.006665	0.000695	0.000695	0.000695	0.000695
8	0.185226	0.003612	0.003612	0.003612	0.003612	0.000281	0.000281	0.000281	0.000281
9	0.150073	0.001930	0.001930	0.001930	0.001930	0.000111	0.000111	0.000111	0.000111

0.112 0.895 1.229
90.95 157.8 190.15
● ● ●

1.228 0.032 0.108
190.08 82.00 90.50
● ● ●

0.658 1.416 0.398
141.91 211.42 121.41
● ● ●
192.4501

0.111 -0.409 0.205
90.84 51.53 101.24
● ● ●
85.99668

1.228 0.032 0.108
190.08 82.00 90.50
● ● ●

0.634 1.045 0.454
140.15 172.44 119.72
● ● ●

图 9 块段的析取克立格估值

图 10 块段的析取克立格估值

1.416—样品值的转换值; 211.42—样
品值; 192.4501—析取克立格估值

-0.409—样品值的转换值; 51.53—样
品值; 85.99668—析取克立格估值

图 9 中各工程信息转换值九阶埃尔米特多项式计算表

表 5

y _i 值	1.416	0.895	0.398	0.032	0.658	0.112	1.229	0.108	1.228
H ₀ (y _i)	1	1	1	1	1	1	1	1	1
H ₁ (y _i)	1.416	0.895	0.398	0.032	0.658	0.112	1.229	0.108	1.228
H ₂ (y _i)	1.005	-0.199	-0.842	-0.999	-0.567	-0.987	0.510	-0.988	0.508
H ₃ (y _i)	-1.409	-1.968	-1.131	-0.0960	-1.689	-0.335	-1.831	-0.323	-1.832
H ₄ (y _i)	-5.01	-1.165	2.075	2.934	0.590	2.925	-3.781	2.930	-3.774
H ₅ (y _i)	-1.459	6.830	5.350	0.480	7.144	1.666	2.676	1.607	2.694
H ₆ (y _i)	22.985	11.935	-8.244	-14.954	1.753	-14.438	22.194	-14.477	22.178
H ₇ (y _i)	41.300	-30.298	-35.378	-3.357	-41.713	-11.613	11.223	-11.208	11.068
H ₈ (y _i)	-102.412	-110.665	43.629	104.570	-39.716	99.765	-141.567	100.130	-141.656
H ₉ (y _i)	-475.413	143.341	300.392	30.199	307.574	104.076	-263.773	100.478	-262.499

6. 块段的析取克立格估值方差

根据公式(17) $\sigma_{DK}^2 = \sum_{k=1}^K C_k [\rho_{VV}^K - \sum_{j=1}^n b_j \rho_{Vj}^K]$

可以计算这两个块段的析取克立格估值方差, 其结果见表 8, 即 $\sigma_{DK}^2 = 17.612557 (\%米)^2$ 。

$$\sigma_{DK}^2 = \sum_{k=1}^K C_k [\rho_{VV}^K - \sum_{j=1}^n b_j \rho_{Vj}^K] = 17.612557$$

在同样的条件下, 用一般克立格法进行估算时, 其估值方差为 $\sigma_K^2 = 34.2078 (\%米)^2$ 。显然析取克立格法的估值精度比一般克立格法的估值精

图 10 中各工程信息转换值九阶埃尔米特多项式计算表

表 6

y_i 值	-0.409	0.032	0.205	1.045	0.111	1.228	0.108	0.454	0.634
$H_0(Y_i)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$H_1(Y_i)$	-0.409	0.032	0.205	1.045	0.111	1.228	0.108	0.454	0.634
$H_2(Y_i)$	-0.8327	-0.9990	-0.9580	0.0920	-0.9877	0.5080	-0.9883	-0.7939	-0.5980
$H_3(Y_i)$	1.1586	-0.0960	-0.6064	-1.9938	-0.3316	-1.8322	-0.3227	-1.2684	-1.6472
$H_4(Y_i)$	2.0243	2.9939	2.7496	-2.3596	2.9262	-3.7739	2.9302	1.8058	0.7498
$H_5(Y_i)$	-5.4623	0.4797	2.9892	5.5095	1.6513	2.6944	1.6074	5.8935	7.0640
$H_6(Y_i)$	-7.8874	-14.9539	-13.1353	17.5556	-14.4478	22.1782	-14.4712	-6.3533	0.7291
$H_7(Y_i)$	35.9995	-3.3566	-20.6280	-14.7115	-11.5118	11.06812	-11.2080	-38.2455	-41.9217
$H_8(Y_i)$	40.4881	104.5701	87.7183	-138.2627	99.8570	-141.6558	100.1296	27.1095	-31.6844
$H_9(Y_i)$	-304.5560	30.1987	183.0063	-26.9925	103.1781	-262.4988	180.4783	318.2718	315.2860

块段估值与 K 值的关系

表 7

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
μ_{D1}^*	94.9029	97.4633	86.9297	86.447	85.2784	85.6834	86.1500	86.0254	85.9562	85.9968
μ_{D2}^*	94.9029	178.5238	190.8245	192.2906	193.5309	193.5445	192.3621	192.2238	192.3872	192.4501

析取克立格估值方差计算表

表 8

K	$b \times \rho_{1v}^K$	$b_i \times \rho_{1v}^K (i=1, \dots, 4)$	$b_i \times \rho_{1v}^A (i=1, \dots, 4)$	$\rho_{1v}^A \sum_{i=1}^4 b_i \rho_{1v}^A$	$C_2[\rho_{1v}^A - \sum_{i=1}^4 b_i \rho_{1v}^A]$
1	0.56045 $\times 0.81$	0.07631 $\times 0.51 \times 4$	0.064841 $\times 0.3705 \times 4$	0.887 - 0.70574	13.551487
2	0.562987 $\times 0.6561$	0.07418 $\times 0.2601 \times 4$	0.028712 $\times 0.13727 \times 4$	0.786769 - 0.462318	5.453729
3	0.498687 $\times 0.531441$	0.054786 $\times 0.132651 \times 4$	0.014551 $\times 0.050859 \times 4$	0.697864 - 0.297053	-0.568791
4	0.24447 $\times 0.430467$	0.062749 $\times 0.067652 \times 4$	0.009451 $\times 0.018843 \times 4$	0.619005 - 0.12934	-0.630884
5	0.345432 $\times 0.348678$	0.021135 $\times 0.034503 \times 4$	0.003745 $\times 0.006981 \times 4$	0.549058 $\times 0.123466$	-0.108313
6	0.281487 $\times 0.282430$	0.012054 $\times 0.017596 \times 4$	0.001659 $\times 0.0025866 \times 4$	0.487014 $\times 0.080366$	-0.075352
7	0.228499 $\times 0.228768$	0.006665 $\times 0.008974 \times 4$	0.000695 $\times 0.000958 \times 4$	0.431982 - 0.052515	-0.006034
8	0.185226 $\times 0.185302$	0.003612 $\times 0.004577 \times 4$	0.000281 $\times 0.000355 \times 4$	0.383168 - 0.034389	-0.002999
9	0.150073 $\times 0.150095$	0.00193 $\times 0.002334 \times 4$	0.000111 $\times 0.000132 \times 4$	0.33987 - 0.022543	-0.000286

度高出一倍。

应用析取克立格法进行估算,其估值的精度显然比线性地质统计学法要高,估值更接近于真值。另外所要求的条件比多元高斯分布法要少,因此,此法比多元高斯分布法简单。但是比线性地质统计学法复杂,计算工作量大,计算成本相当高,因此,目前仍处于研究阶段。但是,它能解决更精确的可回采储量局部估算问题。随着理论研究的不断提高,计算成本不断降低,析取克立格法会逐步应用于生产实践。

参 考 文 献

- [1] Journel, A. G. and Huijbregts, C. H. J.

1978, Mining geostatistics Academic Press London

- [2] Michel David: 1977, Geostatistical ore reserve estimation

- [3] Jean-Michel Rendu: 1980, Disjunctive Kriging comparison of theory with actual results, J. Int. Assoc. Math. Geol., vol. 12, No. 1

- [4] G. Matheron: 1976, A simple substitute for conditional expectation: the disjunctive Kriging, A dvanced geostatistics in the mining industry

- [5] G. Matheron: 1976, Forecasting block grade distributions: The transfer function, A dvanced geostatistics in the mining industry

- [6] A. Marechal: 1976, The practice of transfer functions: numerical methods and their application, A dvanced geostatistics in the mining industry