

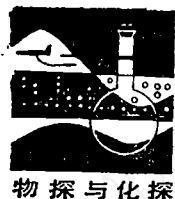
二度磁异常向下延拓的一种方法

孙莲池

(冶金部物探公司航空物探一队)

从二度磁异常上延理论出发,推导出一种下延方法。该法有较高的延拓精度。为减少实测数据中高频干扰给下延结果带来的影响,还讨论了磁异常的光滑问题,并推导出一个能压制高频干扰、突出低频异常的下延公式。

关键词: 二度磁异常;上下延拓;延拓系数



物探与化探

二度磁异常的向下延拓已经有很多人从拉格朗日插值多项式、傅氏级数等不同数学角度出发,推导出一系列公式^[2]。本文是由上延理论反推出的一种下延方法。

种下延方法。

下延问题的数学提法

在地球物理勘探中,所谓向下延拓,就是根据已知平面上的磁场,确定已知平面以下磁性体以上空间的磁场。在图1所示的坐标系中,取 $z=0$ 平面与地面重合, $z=H$ 平面紧靠近磁性体顶端。则磁异常的向下延拓就归结为如下的数学问题:求一个函数 $Z(x, z)$,它在 $0 < z < H$ 范围内调和,在 $z=0$ 平面上取已知值 $Z_0(x)$,在无穷远处正则:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 Z(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z(x, z)}{\partial z^2} = 0 \\ 0 < z < H \\ Z(x, z)|_{z=0} = Z_0(x) \\ Z(x, z) = 0 \quad \text{在无穷远处} \end{cases} \quad (1)$$

通常无法给出 $Z_0(x)$ 的解析表达式,我们所知道的往往只是它的一组离散数据,因

而无法求出(1)式中 $Z(x, z)$ 的解析表达式。我们设(1)式的数值解为

$$Z_h(0) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j Z_0(jh) \quad (2)$$

式中 $Z_0(jh)$ 为 $z=0$ 平面上的离散磁场值, h 为点距和下延深度, a_j 为下延系数。

在(2)式中,要求 $z=h$ 平面上的磁场值 $Z_h(0)$ 关键是要知道下延系数 a_j ($j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$)。为求 a_j ,下面我们首先讨论上下延拓系数之间的关系。

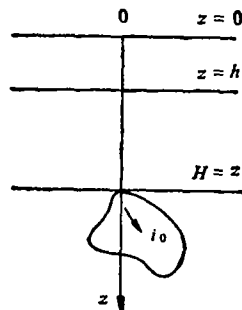


图1 下延空间范围

上下延拓系数之间的关系

如图1,由 $z=0$ 平面上的磁场求 $z=h$ 平面上的磁场为场的下延问题。反之,由 $z=h$ 平面上的磁场求 $z=0$ 平面上的磁场则属场的上延问题。大家知道,对于二度磁异

常的上延问题有以下的积分公式

$$Z_0(X) = \frac{h}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z_h(x) dx}{(x-X)^2 + h^2} \quad (3)$$

在(3)式中,令 $X=jh$,并将 x 轴分成无数个等距小间隔,每个小间隔的范围是 $(i-\frac{1}{2})h-(i+\frac{1}{2})h$ 。对每个小间隔的磁场值 $Z_h(x)$ 用 $Z(ih)$ 代替,并分段积分求和,则得下式

$$Z_0(jh) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_{i-j} Z_h(ih) \quad (4)$$

其中

$$C_{i-j} = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{4}{4(i-j)^2 + 3}$$

利用(4)式,可由 $z=h$ 平面上的离散磁场值 $Z_h(ih)$ ($i=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$)计算 $z=0$ 平面上的离散磁场值 $Z_0(jh)$ ($j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$)。

同样利用(2)式也可将上延得到的 $z=0$ 平面上的磁场值再下延到 $z=h$ 平面上。

将(4)式代入(2)式

$$\begin{aligned} Z_h(0) &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j \left[\sum_{i=-\infty}^{\infty} C_{i-j} Z_h(ih) \right] \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{i-j} Z_h(ih) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{i-j} \right] Z_h(ih) \\ &= \dots \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{-i-j} \right] Z_h(-2h) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{-1-j} \right] Z_h(-h) \\ &+ \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{-j} \right] Z_h(0) + \\ &+ \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{1-j} \right] Z_h(h) \\ &+ \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{2-j} \right] Z_h(2h) + \dots \end{aligned}$$

比较上式两边 $Z_h(ih)$ 的系数可得

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j C_{i-j} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i=0 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } i=\pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty \text{ 时} \end{cases} \quad (5)$$

(5)式即为二度磁异常上下延拓系数之间的关系。

下延系数的求法

因为上延系数是已知的,故可利用上下延拓系数之间的关系(5)式来求向下延拓系数。(5)式中的累加有无穷多项,但在实际工作中,考虑到计算工作量和边缘损失,下限系数总是取有限个。为此将(5)式近似为

$$\sum_{j=-N}^N a_j C_{i-j} \doteq \begin{cases} 1 & \text{当 } i=0 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } i=\pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \text{ 时} \end{cases} \quad (5')$$

在(5')式中,分别令 $i=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$,则得 $2N+1$ 阶线性方程组

$$\begin{bmatrix} C_0 & C_1 & \dots & C_{-N} & \dots & C_{-2N+1} & C_{-2N} \\ C_1 & C_0 & \dots & C_{-N+1} & \dots & C_{-2N+2} & C_{-2N+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ C_N & C_{N-1} & \dots & C_0 & \dots & C_{-N+1} & C_{-N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ C_{2N-1} & C_{2N-2} & \dots & C_{N-1} & \dots & C_0 & C_{-1} \\ C_{2N} & C_{2N-1} & \dots & C_N & \dots & C_1 & C_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{-N} \\ a_{-N+1} \\ \vdots \\ a_0 \\ \vdots \\ a_{-N-1} \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

方程组系数阵中 C_{i-j} 可由

$$C_{i-j} = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{4}{4(i-j)^2 + 3}$$

算得。故给 N 具体数值,解此方程组即可得一组下延系数。表1是 $N=6$ 、 $N=7$ 、 $N=8$ 的三组系数。

表 1

$a_j \backslash j$	0	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5	± 6	± 7	± 8
$N=6$	7.2840	-3.8470	1.0895	-0.3774	0.0844	-0.0415	-0.0070		
$N=7$	7.2841	-3.8470	1.0897	-0.3775	0.0853	-0.0438	0.0016	-0.0135	
$N=8$	7.2841	-3.8469	1.0897	-0.3774	0.0852	-0.0433	0.0003	-0.0083	-0.0084

从表1的三组数据可以看出, N 的取值对下延系数的前几项基本上没有影响,而且除尾项外,系数的正负号都是交替出现的。由此可以推测,当 N 趋于无穷大时,下延系数是一个收敛的交错级数。

为检验方法的精度,取 $N=8$ 的一组系数在理论模型曲线上延拓,并将本方法的延拓结果和文献[2]中认为精度比较高的一个公式

$$\begin{aligned} Z_h(0) &= 5.2605 Z_0(0) - 2.2486 \\ &\times [Z_0(h) + Z_0(-h)] + 0.2673 \\ &\times [Z_0(2h) + Z_0(-2h)] - 0.0604 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times [Z_0(3h) + Z_0(-3h)] - 0.0190 \\ &\times [Z_0(4h) + Z_0(-4h)] - 0.0124 \\ &\times [Z_0(5h) + Z_0(-5h)] - 0.0087 \\ &\times [Z_0(6h) + Z_0(-6h)] \quad (7) \end{aligned}$$

的延拓结果进行比较。

模型选择无限延深直立薄板,顶宽 $2b=100$ 米,有效磁化强度 $J_0=10000 \times 10^{-3}$ 安/米,有效磁化倾角 $i_0=45^\circ$,埋深250米,下延50米。延拓数据如表2。由异常部位的统计结果,本方法的延拓数据均方误差为 3nT ,公式(7)延拓的数据为 10nT 。从图2可见,延拓结果和理论曲线基本吻合。

表 2

点 号	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
理论数据	479	544	621	707	792	849	832	707	499	283	113
本文方法延拓数据	480	545	622	708	794	853	839	713	502	284	115
(7)式延拓数据	491	555	630	715	800	857	840	716	509	293	124

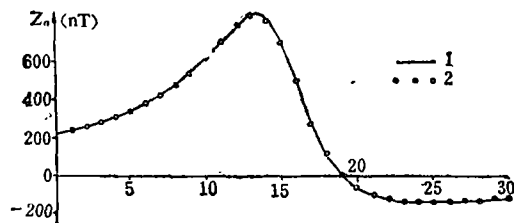


图 2 板状体模型上延拓与理论曲线对比

1—理论曲线, 2—延拓曲线

异常的光滑处理

异常的下延是不适定的,只要在原始数

据 $Z_0(jh)$ 中有微小的变化,下延结果 $Z_h(ih)$ 就有可能变化很大。而野外的实测数据又总是带有一定的误差和高频干扰的,因而在下延之前,一般先要对实测数据进行光滑处理,然后再对光滑后的数据 $\tilde{Z}_0(jh)$ 下延。即

$$Z_h(0) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j \tilde{Z}_0(jh) \quad (8)$$

目前常用的光滑公式有一阶五点最小二乘法公式

$$\tilde{Z}_0(jh) = 0.2 \sum_{k=-2}^2 Z_0[(j+k)h]$$

和二阶五点最小二乘法公式

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_0(jh) = & 0.4857 Z_0(jh) + 0.3429 \\ & \{Z_0[(j-1)h] + Z_0[(j+1)h]\} \\ & - 0.0857 \{Z_0[(j-2)h] \\ & + Z_0[(j+2)h]\} \end{aligned}$$

现在讨论介于二者之间并能使原始数据误差在下延过程中传递最小的光滑公式。

若 5 个相邻测点的实测数据 $Z_0(jh)$ 、 $Z_0[(j\pm 1)h]$ 、 $Z_0[(j\pm 2)h]$ 可看做是线性变化的, 则有如下关系

$$\tilde{Z}_0(jh) = Z_0(jh)$$

$$\tilde{Z}_0(jh) = \frac{1}{2} \{Z_0[(j-1)h] + Z_0[(j+1)h]\}$$

$$\tilde{Z}_0(jh) = \frac{1}{2} \{Z_0[(j-2)h] + Z_0[(j+2)h]\}$$

我们也可以用上三式的加权平均值做为 j 点的光滑值

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_0(jh) = & b_0 Z_0(jh) + b_1 \{Z_0[(j-1)h] \\ & + Z_0[(j+1)h]\} + b_2 \{Z_0[(j-2)h] \\ & + Z_0[(j+2)h]\} \end{aligned}$$

或

$$\tilde{Z}_0(jh) = \sum_{k=-2}^2 b_k Z_0[(j+k)h] \quad (9)$$

式中 b_k 为待定加权系数, 并有 $b_{-k} = b_k$ 、

$\sum_{k=-2}^2 b_k = 1$ 。将 (9) 式代入 (8) 式并整理有

$$\begin{aligned} Z_h(0) = & \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=-2}^2 b_k a_{j-k} \right) Z_0(jh) \\ = & \sum_{j=-\infty}^{\infty} d_j Z_0(jh) \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $d_j = \sum_{k=-2}^2 b_k a_{j-k}$ 是具有光滑效果的下延系数。为使原始数据的误差传递最小, 我们要求 b_k 的选取要使下延系数 d_j 的平方和

$$\phi = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=-2}^2 b_k a_{j-k} \right)^2$$

为最小。

将表 1 中 $N=8$ 的一组系数 a_j 代入上式,

并令 $\frac{\partial \phi}{\partial b_k} = 0$, 可解出光滑系数 b_k

$$b_0 = 0.2892$$

$$b_{\pm 1} = 0.2417$$

$$b_{\pm 2} = 0.1137$$

由以上系数可见, 公式

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_0(jh) = & 0.2892 Z_0(jh) + 0.2417 \\ & \times \{Z_0[(j-1)h] + Z_0[(j+1)h]\} \\ & + 0.1137 \{Z_0[(j-2)h] \\ & + Z_0[(j+2)h]\} \end{aligned}$$

是介于二阶五点和二阶五点之间的一个光滑公式。

将 b_0 、 $b_{\pm 1}$ 、 $b_{\pm 2}$ 代入 (10) 式并取 $N=8$, 可得到一个具有光滑效果的下延公式

$$\begin{aligned} Z_h(0) = & 0.4959 Z_0(0) + 0.4304 \\ & \times [Z_0(-h) + Z_0(h)] + \\ & + 0.1322 [Z_0(-2h) + \\ & + Z_0(2h)] - 0.2675 [Z_0 \\ & \times (-3h) + Z_0(3h)] + 0.0469 \\ & \times [Z_0(-4h) + Z_0(4h)] \\ & - 0.0357 [Z_0(-5h) + \\ & Z_0(5h)] - 0.0036 [Z_0(-6h) \\ & + Z_0(6h)] - 0.0092 [Z_0 \\ & \times (-7h) + Z_0(7h)] - 0.0043 \\ & \times [Z_0(-8h) + Z_0(8h)] \quad (11) \end{aligned}$$

为检验下延公式 (11) 的精度和光滑效果, 我们用计算机在有效磁化强度 $J_0 = 10000 \times 10^{-3}$ 安/米, 有效磁化倾角 $i_0 = 60^\circ$, 半径 $R = 200$ 米, 埋深 $h = 500$ 米的水平圆柱体理论数据上叠加了均方差为 30 nT 的随机误差。然后分别用公式 (11) 和公式 (7) 下延 50 米, 再和相应的理论曲线对比, 公式 (11) 的均方误差为 40 nT, 公式 (7) 的均方误差为 134 nT。若先用二阶五点公式光滑再用 (7) 式下延, 其均方误差为 59 nT;

先用一阶五点公式光滑再用(7)式下延,均方差为48nT。由此可见,公式(11)对带有高频干扰的原始数据,具有较高的延拓精度。并由图3可以看出,该公式的下延曲线比较稳定。

最后指出,表1系数和公式(11)比

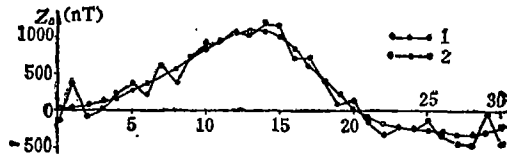


图3 两个下延公式的延拓结果比较

1—公式(11)的延拓曲线; 2—公式(7)的延拓曲线

较,前者对理论曲线有较高的延拓精度,对高频误差反映也较灵敏。后者对高频误差有很强的压制能力,但对于陡立异常由于公式本身的光滑作用,使得下延曲线的极值部位要比实际曲线的强度偏低。因而我们认为,对于强度大干扰小的异常最好使用表1中的系数延拓,而对具有高频震荡的低缓异常使用公式(11)式下延比较合适。

参考文献

- [1] 杜维本: 地球物理学报, 1982, 第1期。
- [2] 刘士毅等: 物探与化探, 1980, 第2期。
- [3] 长春地质学院磁法教研室: 《磁法勘探》, 北京, 地质出版社, 1979年。

Downward Continuation of 2-D Magnetic Anomaly

Data: A New Formula

Sun Lianchi

Based upon the theory of upward continuation of two-dimensional magnetic anomaly data, a corresponding downward continuation formula has been derived. Magnetic continuation test of anomaly on profiles over an ideal model and comparison with conventional continuation formula show that the formula we derived has a higher accuracy. In addition, another downward continuation formula, being capable of suppressing the high-frequency disturbance and enhancing the low frequency significant anomaly, is also derived in this paper, and its validity of use is also ascertained by practical calculation of field examples.

六家金刚石钻头在祁雨沟硬岩中的钻进效果

司白堂

(河南有色地质勘探公司)

我们在祁雨沟矿区的硬岩钻进中,经常遇到金刚石钻头的打滑现象,给钻探带来困难。为选择合适的钻头,在这里比较了6个厂家生产的钻头。钻头规格为60S,金刚石的粒度为60~80目,浓度80~100%,品级JR3~JR5。

辽宁有色地质勘探公司对该区岩石进行了测定:石英斑岩单轴抗压强度1850~2470 kg/cm²,可钻性11~12级;以斑岩为主的角砾岩,单轴抗压强度1550~1730 kg/cm²,可钻性10级。

各厂家钻头在硬岩中的部分试验效果列于下表。

经3500余米的钻进,初步看出:A型钻头在致

钻头品种	纯钻时间 (小时)	回次数	进尺 (米)	时效 (米/时)	投入 钻头数
A	28.75	23	18.67	0.65	3
B	11.75	7	2.00	0.17	1
C	38.17	15	9.50	0.25	5
D	295.83	213	74.35	0.25	27
E	43.17	47	35.43	0.88	5
F	18.17	5	1.96	0.11	2

密的岩层中,时效仅0.35米/小时;B、C、D型钻头在硬岩中时效仅0.11~0.25米/小时。本区使用D型钻头最多,经常需配合投砂才能进尺,致使钻头过度地消耗。E型钻头(中南工业大学试制),在本区没出现过打滑现象;在打滑地层中钻进(35.43米)统计,平均时效达到0.88米/小时,在其他地层中平均时效达到2米/小时以上。由于这种钻头使用JR3型金刚石,故使钻头造价也有所下降,成为本区所适用的一种金刚石钻头。