# 基于极限平衡条件的土体局部稳定分析

邵龙潭,刘士乙

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室,辽宁大连 116085)

摘要:根据上体结构的应力及摩尔一库仑强度理论分析其局部稳定性。以土体内部任意曲面的剪应力积分值与抗剪强度积分值的比值为安全系数 K,并认为 |K-1.00 | ≤0.05 为极限平衡状态。
 通过两个算例模拟了地基与均质边坡随外荷载增加,土体内部由局部达到极限状态发展成整体达到极限状态,最终失稳破坏的过程。结果表明此方法模拟土体结构渐进破坏过程是可行的。
 关键词:土体;极限平衡条件;安全系数;局部破坏;有限元应力分析
 中图分类号:TU431 文献标识码:A 文章编号:1000-0844(2011)03-0209-03

# Analysis on Local Stability of Soil Mass Based on Limit Equilibrium Condition

SHAO Long-tan, LIU Shi-yi

(State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Liaoning Dalian 116085, China)

Abstract: Based on the Mohr-Coulomb strength theory and the stress analysis of geotechnical engineering structures, the local stability of soil mass is conducted. In soil mass, ratio of the integral value of the shear stress and the integral value of the shear strength along any slip surface is defined as safety factor K, and when  $|K-1, 00| \leq 0.05$ , it is supposed to be reaching the limit equilibrium state. The numerical simulation results for two cases show that, with the increase of the load, soil mass or soil slope reache limit equilibrium state from part to globe, finally, to globe failure. It is also proved that this method is available to simulate the progressive failure process of soil mass.

# Key words: Soil mass; Limit equilibrium condition; Safety factor; Local failure; Stress analysis with finite element method

0 引言

岩土结构的失稳破坏是岩土工程建设中经常遇 到的主要灾害之一。一般情况下,失稳破坏都是由 局部破坏逐渐扩展以致贯通形成滑面的渐进过程。 因此土体结构的局部稳定分析对于研究土体结构的 稳定性具有参考价值。

目前,边坡、地基和支挡结构的稳定分析主要采 用极限平衡法和有限元法<sup>[1-2]</sup>。极限平衡法假定土 体是理想塑性体材料,不考虑土体内部的应力一应 变关系,无法模拟土体由局部破坏发展至整体破坏 的渐进破坏过程。有限元法完全克服了上述缺点, 在土体的渐进破坏分析方面成为主要的工具。

王庚荪<sup>[3]</sup>采用接触单元模拟滑面上的接触摩擦 状态,进而模拟边坡的渐进破坏过程,但要事先假定 滑面位置。唐洪祥和李锡夔<sup>[4]</sup>基于压力相关弹塑性 Cosserat 连续体模型的有限元,模拟了挡土墙和开 挖边坡的渐进破坏过程。王庚荪、孔令伟等<sup>[5]</sup>应用 含剪切带单元和破坏面自动寻踪技术模拟了边坡的 渐进破坏过程。

土体的破坏型式主要为剪切破坏。土的摩尔一

收稿日期:2011-03-12

基金项目:国家重点基础研究发展计划 973 项目(编号 2010CB731502);工业装备结构分析国家重点实验室专项基金项目(S09104) 作者简介:邵龙潭(1963一),男,吉林梨树人,教授,博士生导师,主要从事土力学基本理论、边坡稳定分析方法以及土工测试技术和试 验仪器开发等方面的研究工作.

库仑强度理论指出:在一定压力范围内,土的抗剪强 度可以用库仑公式表示,当土体中一点任一平面上 的剪应力达到土的抗剪强度时,就认为该点发生剪 切破坏。当土体内一点出现剪切破坏时,也称该点 处于极限平衡状态。此时从应力角度来说,该点处 于极限状态,从力的平衡角度来说,该点剪切破坏平 面微元面积上的土体内力达到极限平衡,即微元土 体在破坏平面上的剪切力等于抗剪力。一点(某一 方向上)的剪应力等于抗剪强度,就是土体的强度条 件,或者称为极限平衡条件。

将土体一点的极限平衡条件推广,可以得到土体沿任一曲面局部或者整体的极限平衡条件。文献 [6]证明了当土体整体沿曲面的剪应力和抗剪强度的积分值(代数和)相等时,土体整体沿该曲面达到极限状态,并由此给出土体稳定安全系数的定义,说明其物理意义是土体沿曲面整体达到极限平衡时的平均强度折减系数或强度储备系数。

本文进一步将摩尔一库伦强度理论推广到土体 内的任意局部曲面,就平面问题给出土体在局部曲 面上的极限平衡条件,以此为判据,根据有限元应力 分析结果,当土体沿某一局部曲面达到极限平衡时, 则认为土体在这一局部曲面上出现剪切破坏。搜索 确定这一曲面的扩展过程可以确定土体的渐进破坏 过程。

1 土体局部的极限平衡条件

文献[6]说明了土体沿任意曲面 *l* 整体达到极限平衡的充分必要条件是

$$\int \tau_f \mathrm{d}l = \int \tau \mathrm{d}l \tag{1}$$

该条件也可以推广到土体内任意曲面的局部。



图1 局部曲面上任意形状脱离体平衡示意图



局部曲面上的土体达到极限平衡状态同样是指 在局部曲面上土体滑动力的合力与阻滑力的合力相 等,并且对曲面外任意一点滑动力矩与阻滑力矩相 等。只要我们认识到,当局部曲面上土体的滑动力 与阻滑力相等时,由此曲面向土体边界所取的任意 形状脱离体,都会满足平衡条件,如图 1,那么土体 沿局部曲面 l 的极限平衡条件 $\int \tau_f dl = \int \tau dl$  的证明 与沿曲面整体达到极限平衡条件的证明相同,可以 参见文献[4],这里不再赘述。

由此,同样可以定义土体沿局部曲面的抗滑稳 定安全系数,公式与整体相同。

# 2 基于极限平衡条件的渐进破坏分析

由土体的极限平衡条件,定义安全系数 K 作为 土体内部任意曲面(包括微元长度、局部曲面和整体 曲面)是否达到极限平衡状态的准则:

$$K = \frac{\int \tau_f dl}{\int \tau dl}$$
(2)

若|K-1.00|≪ε,ε 是反映计算误差的一个小 量(本文算例取为 0.05),则认为土体沿曲面(局部 或整体)达到极限平衡状态。

土体的渐进破坏一般是伴随加载过程或者土的 强度降低而发生的。采用弹塑性或非线性弹性(非 线性弹性时要考虑应力调整)有限元法计算土体结 构的应力,根据每一次的应力计算结果计算沿局部 或整体曲面的安全系数,当安全系数接近于1时,认 为达到极限平衡状态。

搜索确定土体内达到极限平衡状态的曲面仍然 采用文献[6]中介绍的方法:即将待搜索的曲面(线) 离散,以直线线段连接相邻的节点近似地代表曲面 (线),搜索节点坐标确定曲面(线)。求解时在拟定 的搜索区域内给定合适数量的 x 坐标(为保证破坏 曲面平滑,可以密一些),在每一个 x 坐标对应的平 行于纵坐标轴的直线上滑动纵坐标 y,以节点的 y<sub>i</sub> 为搜索变量。

以土体结构的逐级加载过程为例,为了确定渐 进破坏过程,对于每一级荷载先以连接每一个相邻 节点的微小线段作为局部曲面,逐一计算每一个线 段上的土体安全系数,当满足 | K-1.00 |  $\leq \epsilon$  时即 认为出现剪切破坏,标志出剪切破坏的线段。在进 行下一级荷载计算时,除逐一计算每一个线段上的 土体安全系数外,再把安全系数计算扩展到每两个 相连的线段,同样以 | K-1.00 |  $\leq \epsilon$  为标准判断是 否出现剪切破坏,以此类推,直到发生整体破坏为 止。

3 算例举例

第3期

# 3.1 均质边坡

某均质边坡如图 2 所示,坡高 H=20 m;内摩 擦角  $\varphi=17^{\circ}$ ;土体容重为 20 kN/m<sup>3</sup>;粘聚力 c=42kPa;E=10 MPa;v=0.3;坡角为 40°。距坡顶 20 m 作用均布荷载,递增荷载 P 分别为 0、50、75、85、 100、150、160、170、175 kPa。



图 2 某边坡有限元网格划分 Fig. 2 Mash of FEM model for a slope.

取坡体底边界为固定约束,左右边界为水平约 束,其它边界自由。

本文基于非关联流动法则,采用与 M-C 准则 精确匹配的 D-P 准则计算边坡的应力场。

图 3(图版1图 3)给出随外荷载递增所产生的 达到极限平衡状态的曲面微元及局部或整体曲面。 坡角处最先出现达到极限平衡状态的区域,随荷载 增加,极限平衡状态的区域逐步扩展。当荷载为 175 kPa时,滑动面贯穿整个边坡,对应的安全系数 为1.03。滑动面的形状与位置与 ANSYS 计算所 得的等效塑性应变区域基本一致。



图 4 由 ANSYS 计算的等效塑性应变分布 Fig. 4 Equivalent plastic strain distribution from ANSYS.

### 3.2 地基极限承载力

在经典塑性力学中,岩土体材料假定为无重的 理想弹塑性体,在此基础上可以得到一系列的解析 解(理论解)。

对于图 5 所示的地基,宽 30 m;深 15 m;荷载作 用宽度为 2 m;地基底边边界为固定约束,左右边界 为水平约束。取 c=10 kPa; $\varphi=10^\circ$ ;弹性模量 E=30 000 kPa; 泊松比 v=0.3;递增荷载 P 分别为 40、50、60、70、80、83、83、5 kPa。 同样基于非关联流动法则,采用与 M-C 准则 精确匹配的 D-P 准则计算地基的应力场。



图5 某地基有限元网格划分

Fig. 5 Mash of FEM model for a foundation.

图 6(图版 I 图 6)给出随外荷载递增所产生的 达到极限平衡状态的曲面微元及局部或整体曲面。 达到极限平衡状态的区域逐步向下扩展,但由于下 部两侧土体的约束并无向下的带状贯通区域。荷载 由 70 kPa 增加至 83.5 kPa 时,逐步形成带状的极 限平衡状态的区域,即滑动面或剪切带。极限荷载 83.5 kPa 为 Prandtl 理论解,与本文所得结果一致。 滑动面的形状与位置与 ANSYS 计算所得的等效塑 性应变区域及 Prandtl 解也一致。



图 7 由 ANSYS 计算的等效塑性应变分布 Fig. 7 Equivalent plastic strain distribution from ANSYS.

## 4 结论

本文根据土体结构的应力及摩尔一库仑强度理 论分析其局部稳定性。以土体内部任意曲面的剪应 力积分值与抗剪强度积分值的比值为安全系数 *K*, 认为|*K*−1.00|≪0.05 为极限平衡状态。

均质边坡算例表明:随着外荷载的递增直至达 到极限荷载,边坡土体内部由局部达到极限状态发 展成整体达到极限状态,最终失稳破坏。坡角处最 先出现达到极限平衡状态的区域,随荷载增加,极限 平衡状态的区域逐步向坡顶扩展。

地基极限承载力算例表明:达到极限平衡状态 的区域由地基上部逐步向下扩展,但荷载由 70 kPa 增加至 83.5 kPa 时,下部土体由于受到两侧土体的 约束,整体破坏并不向下发展,而是在顶部形成带状 的极限平衡状态的区域,即滑动面或剪切带,最终地 基失稳。

211

由上述分析可知,OCR 随深度变化和 OCR =1 正常固结土的不排水地基变形特性是不同的,采用 引入 OCR 随深度变化关系的 UH 模型有限元程序 能够合理考虑地基土体实际的 OCR,在非均质不排 水地基的有限元分析中是有必要的。

#### 4 结语

(1) UH 模型参数较少,简单实用,便于其在有 限元中的应用;

(2)根据三轴压缩状态的不排水抗剪强度公式,可以由地基的不排水抗剪强度试验数据计算土体各点实际的超固结比;

(3) 将初始超固结比 OCR 随深度的变化关系 引入到 UH 模型的有限元程序中,使得 UH 模型有 限元程序能够合理考虑土体实际的超固结比,在对 非均质不排水地基进行有限元分析中起到重要作 用。

#### [参考文献]

- [1] 姚仰平,侯伟,周安楠.基于伏斯列夫面的超固结土模型[J]. 中国科学(E辑),2007,37(11):1417-1419.
- [2] Roscoe K H, Schofield A N, Thurairajah A. Yielding of clays in state wetter than critical[J]. Geotechnique, 1963, 8: 22-53.
- [3] Asaoka A, Nakano M, Noda T. Elastoplastic behavior of structured overconsolidated soils[J]. Journal of Applied Mechanics, Japanese Society of Civil Engineering, 2000, (3):

335-342.

- [4] Nakai T, Hinokio M. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters
  [J]. Soils and Foundations, 2004, 44 (2): 53-70.
- [5] 姚仰平,李自强,侯伟,等.基于改进伏斯列夫线的超固结土 本构模型[J].水利学报,2008,39(11):1244-1250.
- [6] Yao Y P, Hou W, Zhou A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays [J]. Geotechnique, 2009, 59(5): 451-469.
- [7] Yao Y P, Luo T, Sun D A, el at. A simple 3-D constitutive model for both clay and sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(2): 240-246.
- [8] Yao Y P, Zhou A N, Lu D C. Extended transformed stress space for geomaterials and its application[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2007, 133(10), 1115-1123.
- [9] 姚仰平,路德春,周安楠,等.广义非线性强度理论及其变换 应力空间[J].中国科学(E辑),2004,34(11):1283-1299.
- [10] 姚仰平,路德春,周安楠.岩土类材料的变换应力空间及其应用[J].岩土工程学报,2005,29(1):24-29.
- [11] 罗汀,秦振华,姚仰平,等. UH 模型切线刚度矩阵对称化及 其应用[J]. 力学学报(待用),2011.
- [12] Potts D M, Zdravkovic L. Finite element analysis in geotechnical engineering: Theory [M]. London: Thomas Telford, 1999.
- [13] Zdravkovic L, Potts D M, Jackson. Numerical study of the effect of preloading on undrained bearing capacity[J]. International Journal of Geomechanics, 2003, 1 (1); 1-10.
- [14] 姚仰平, 冯兴, 黄祥, 等. UH 模型在有限元分析中的应用 [J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 237-245.

#### (上接211页)

通过算例分析,验证了本文方法模拟土体结构 渐进破坏过程是可行的。

#### [参考文献]

- [1] 穆鹏,吴伟红,杨涛. 2009 年兰州市九州石峡口滑坡成因及 其西侧高边坡稳定性研究[J].西北地震学报,2010,32(4): 343-348.
- [2] 范昭平,张丽华. 地震作用下边坡稳定性分析[J]. 西北地震 学报, 2010, 32(4): 339-342.
- [3] 王庚荪. 边坡的渐进破坏及稳定分析[J]. 岩石力学与工程学

报,2000,19(1):29-33.

\*\*\*\*\*

- [4] 唐洪祥,李锡夔. 土工结构物渐进破坏过程 COSSERAT 连续 体有限元分析[J]. 大连理工大学学报,2010,50(3):320-326.
- [5] 王庚荪, 孔令伟, 郭爱国,等. 含剪切带单元模型及其在边坡 渐进破坏分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24 (21): 3852-3857.
- [6] 邵龙潭,李红军. 土工结构稳定分析一有限元极限平衡方法 及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2011.