



离散介质中地震波传播的数值模拟

张丽琴, 於文辉, 王家映

(中国地质大学地球物理系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 伪谱法应用付里叶变换和有限差分求解波动方程. 本文利用伪谱法模拟了三维离散介质中地震波的传播. 结果表明 (1) 该方法的计算精度高 (2) 即使在均匀、各向同性的离散介质中, 地震波的传播也表现出方位各向异性的特点.

关键词: 离散介质 地震波 数值模拟; 伪谱法

中图分类号: P315.3⁺1 文献标识码: A 文章编号: 1000-0844(2004)01-0089-04

0 引言

计算机技术的发展加深了人类对地球介质中地震波传播规律的认识. 人们在声波与弹性波传播的数值模拟方面进行了大量的工作. Zhu 和 NeMechan(1991)通过对双相各向同性介质中弹性波波场的模拟, 观测到三类体波, 并且研究了孔隙度、渗透率、固相与流相之间相互作用随空间变化对 3 类体波的影响^[1]; Dai 等(1995)通过双相各向同性介质中弹性波传播有限差分数值模拟, 分析了不同孔隙流体对砂岩反射波振幅的影响^[2]; 魏修成(1995)对双相各向异性介质中弹性波做了有限差分数值模拟^[3]; 刘洋与李承楚(1999)计算了频率对横向各向同性双相介质中弹性波的相速度、衰减、振幅比和偏振特征的影响^[4]; 而后(2000)又利用伪谱法模拟了双相各向异性介质中弹性波的传播^[5]. 由于双相介质理论的复杂性, 固体基质问题、骨架问题、骨架与流体的相互作用问题等等, 加上计算方法的难度与庞大的计算工作量, 目前发表的大部分文献是二维模拟结果.

在现有弹性波场模拟方法中(射线法、反射率法、有限差分法、有限元法与边界元法、伪谱法), 射线法的高频假定只适用于光滑的非均匀结构和弱各向异性问题; 反射率法只适用于横向均匀和层状介质; 有限差分法比较容易实现, 计算速度较快, 缺点是精度不高. 伪谱法是 Gazdag^[6]和 Kosloff 等^[7]发展起来的一种算法, 它通过对空间坐标的偏微分实施快速傅立叶变换, 避免了对空间坐标的差分运算, 只在时间上作差分计算, 从而大大的加快了计算速度并节省内存. 本文利用伪谱法对於文辉等人发展起来的离散介质中地震波传播理论^[8]进行了三维数值模拟. 模拟结果表明即使固体骨架是均匀的、各向同性的, 离散介质中的地震波阵面也不是同心圆.

1 方法原理

1.1 波动方程伪谱法的数值解法

据文献[8], 三维离散介质中波动方程为

$$\begin{aligned} & (L_{11} + 2C_{17}\phi + \phi^2 c_{77}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{1}{4}(L'_{xy})^{-1} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{1}{4}(L'_{xz})^{-1} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} + (L_{12} + \phi(C_{27} + C_{17} + \\ & \phi c_{77} + \frac{1}{4}(L'_{xy})^{-1}) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + (L_{13} + \phi(C_{37} + C_{17} + \phi c_{77}) + \frac{1}{4}(L'_{xz})^{-1}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} - \\ & \phi(C_{37} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} - \phi(C_{17} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \phi(C_{17} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} \\ & = \rho_1^{21} \ddot{u}_1 + \rho_1^{22} \ddot{u}_1^2 - (\mu \phi^2) \sum_{i=1}^3 r_{1i} (\dot{u}_i^1 - \dot{u}_i^2); \\ & (L_{12} + \phi(C_{17} + C_{27} + \phi c_{77}) + \frac{1}{4}(L'_{xy})^{-1}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{1}{4}(L'_{xy})^{-1} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + (L_{22} + 2\phi C_{27} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \phi^2 c_{77} \frac{\partial^2 u_2^1}{\partial x_2^2} + \frac{1}{4} (L'_{yz})^{-1} \frac{\partial^2 u_2^1}{\partial x_3^2} + (L_{23} + \phi(C_{27} + C_{37} + \phi c_{77})) + \frac{1}{4} (L'_{yz})^{-1} \frac{\partial u_3^1}{\partial x_2 \partial x_3} - \\
& \phi(C_{27} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_1^2}{\partial x_1 \partial x_2} - \phi(C_{27} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_2^2}{\partial x_2^2} - \phi(C_{27} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_3^2}{\partial x_2 \partial x_3} \\
& = \rho_2^{21} \ddot{u}_2^1 + \rho_2^{22} \ddot{u}_2^2 - (\mu \phi^2) \sum_{i=1}^3 r_{2i} (\dot{u}_i^1 - \dot{u}_i^2); \\
& \left(\frac{1}{4} (L'_{xz})^{-1} + L_{13} \right) + (C_{17} + C_{37} + \phi c_{77}) \phi + \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial x_1 \partial x_3} + \left(\frac{1}{4} (L'_{yz})^{-1} + L_{23} \right) + \\
& (C_{27} + C_{37} + \phi c_{77}) \phi \frac{\partial^2 u_2^1}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{1}{4} (L'_{xz})^{-1} \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_1^2} + \frac{1}{4} (L'_{yz})^{-1} \frac{\partial u_3^1}{\partial x_2^2} + (L_{33} + 2C_{37} \phi + \\
& \phi^2 c_{77}) \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_3^2} - \phi(C_{37} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_1^2}{\partial x_1 \partial x_3} - \phi(C_{37} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_2^2}{\partial x_2 \partial x_3} - \phi(C_{37} + \phi c_{77}) \frac{\partial^2 u_3^2}{\partial x_3^2} = \\
& \rho_3^{21} \ddot{u}_3^1 + \rho_3^{22} \ddot{u}_3^2 - (\mu \phi^2) \sum_{i=1}^3 r_{3i} (\dot{u}_i^1 - \dot{u}_i^2) \quad (1)
\end{aligned}$$

其中 μ 、 ϕ 分别是孔隙流体的粘滞系数和离散介质的有效孔隙度 $\gamma_{ij} = 1/K_{ij}$ 是介质的渗流阻抗张量 K_{ij} 是介质的有效渗透率张量,单位是 cm^2 $\rho_i^{11} = (1 + \phi)\rho_s + \rho_{ai}$ $\rho_i^{22} = \phi\rho_f + \rho_{ai}$ 其中 ρ_s 、 ρ_f 、 ρ_{ai} 分别是固体密度、孔隙流体密度、流-固质量耦合附加密度,单位均为 g/cm^3 $\rho_i^{12} = \rho_i^{21} = -\rho_{ai}$ 其中 i 分别取 x 、 y 、 z 三个方向,对各向同性介质 $\rho_{a1} = \rho_{a2} = \rho_{a3}$ u_i^1 、 u_i^2 分别是固相及流相位移分量 c_{17} 、 c_{77} 是流体模量。 L_{ij} 、 $(L'_{yz})^{-1}$ 、 $(L'_{xz})^{-1}$ 、 $(L'_{xy})^{-1}$ ($i, j = 1, 2, 3$)是弹性区、粘性区、孔隙响应的综合效应模量。

1.2 伪谱法的数值解法

伪谱法的数值解法是采用傅氏变换达到计算对空间的偏导数,采用差分方法计算对时间的偏导数。

波动方程中的空间导数项是通过傅立叶变换的求导性质来完成的。设 $f(x)$ 和 $F(k)$ 为一傅立叶变换对, F 和 F^{-1} 分别表示正反傅立叶变换,则这一性质可表示为

$$f'(x) = F^{-1} \{ (-ik) F[f(x)] \} \quad (2)$$

波动方程中的时间导数项我们采用的是二阶中心差分法求解。即

$$\dot{u} = \frac{u_j^{k+1} - u_j^{k-1}}{2 \cdot \Delta t} \quad (3)$$

$$\ddot{u} = \frac{u_j^{k+1} - 2u_j^k + u_j^{k-1}}{(\Delta t)^2} \quad (4)$$

按照上述的空间导数和时间导数的处理方法将波动方程写成用于计算的差分格式。其具体的差分格式可见文献[8]。

震源函数取雷克子波形式:

$$h(t) = [1 - 2(\pi f_p t)^2] \cdot \exp[-(\pi f_p t)^2] \quad (5)$$

其中 f_p 是峰值频率,它与主频 f_b 的关系为 $f_p = f_b/1.3$

2 数值模拟

本文模拟的是均匀、完全各向同性的离散介质模型——孔隙弹性介质模型中地震波的传播。计算参数如下:弹性模量 $C_{11} = C_{22} = C_{33} = 27 \text{ GPa}$, $C_{12} = C_{13} = C_{23} = 3 \text{ GPa}$, $C_{44} = C_{55} = C_{66} = 12 \text{ GPa}$,粘性模量 $C_{11} = C_{22} = C_{33} = 19 \text{ GPa} \cdot \text{s}$, $C_{12} = C_{13} = C_{23} = 38 \text{ GPa} \cdot \text{s}$, $C_{44} = C_{55} = C_{66} = 76 \text{ GPa} \cdot \text{s}$,弹性区特征长度 $0.8 \text{ } \mu\text{m}$,粘性区特征长度 $0.2 \text{ } \mu\text{m}$,孔隙度 0.2 ,弹性区孔隙参数 0.535 ,粘性区孔隙参数 0.05 ,流体模量 $C_{17} = C_{27} = C_{37} = 4.2 \text{ GPa}$, $C_{77} = 4 \text{ GPa}$,粘滞系数 0.001 ps ,固体密度 $2.5 \text{ kg}/\text{m}^3$,流体密度 $1 \text{ kg}/\text{m}^3$,耦合密度 $0.42 \text{ kg}/\text{m}^3$ 。计算网格空间步长 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 15 \text{ m}$,时间步长 $\Delta t = 0.3 \text{ ms}$,网格点数 $100 \times 100 \times 100$ 。图1为粘弹性波固相位移和流相位移的 x_1 、 x_2 、 x_3 分量在 $t = 420 \text{ ms}$ 时的波场快照。

从图1可以看出,均匀、各向同性孔隙弹性离散介质中,水平极化的固相位移和流相位移分量(即 x_1 分量)的波场快照表现出明显的一个波,即慢S波。该波的波前呈圆形,即表现为各向同性的特征。而在垂直极化的固相位移和流相位移分量(即 x_2 分量和 x_3 分量)的波场快照中表现出明显的两种波,由外到内依次为快P波和快S波。这两种波的波前均不是一个光滑的圆,而是近于棱形,表现出各向异性的特点。我们把这种现象解释为受孔隙影响的结果。因离散介质理论将实际地球介质抽象为弹性区、粘性区、空白区,并利用区间内聚定理将介质细观结构参数与介质力学性质联系起来,由此建立起来

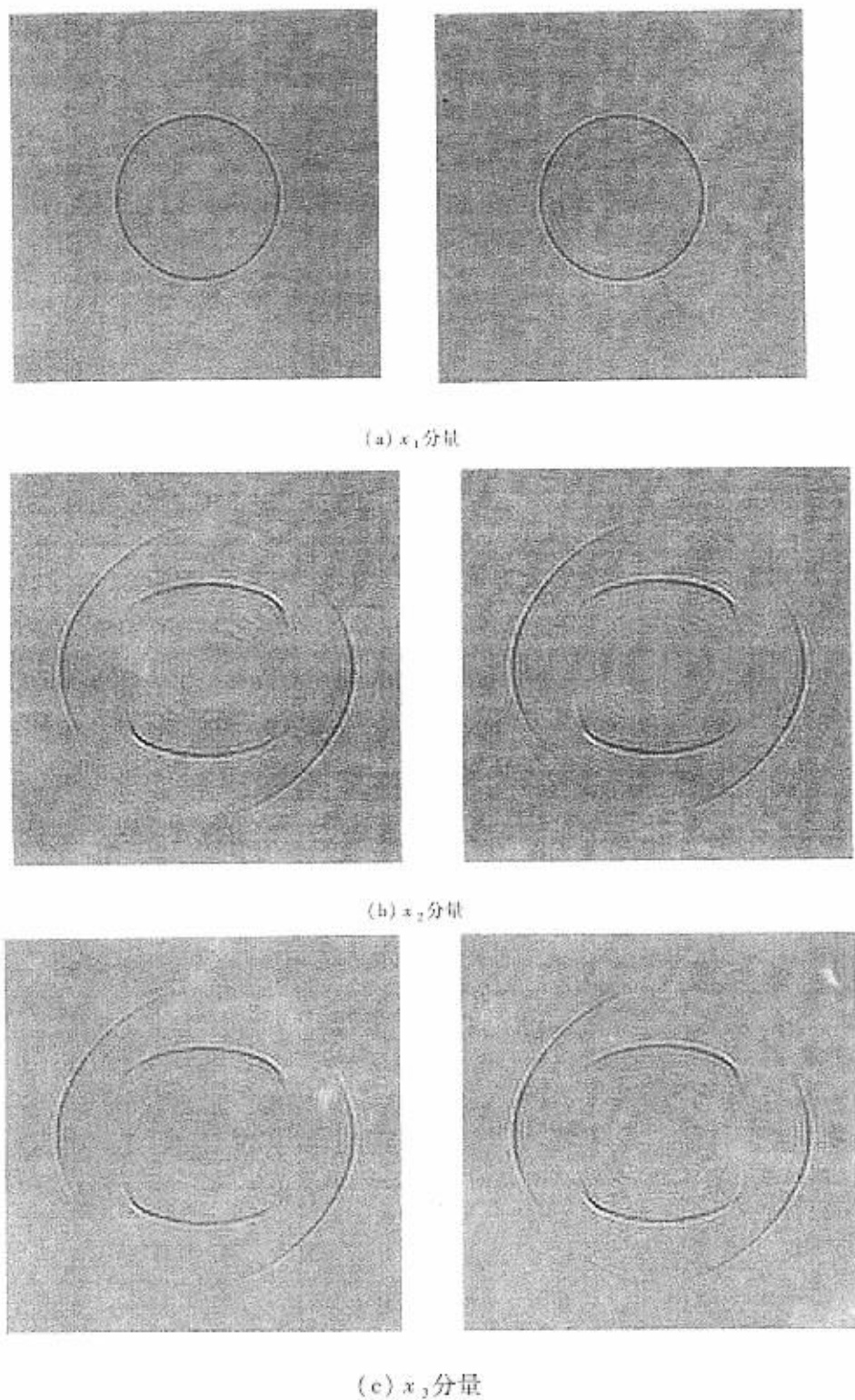


图1 粘弹性波固相位移(左)和流相位移(右)的 x_1 ,
 x_2 , x_3 分量在 $t = 420$ ms时的波场快照

Fig. 1 Wave field snapshot of x_1 - , x_2 - , x_3 - in solid (left) and fluid phase (right)
 for displacement component of viscoelastic wave ($t = 420$ ms).

的波动方程充分考虑了不同相态之间耦合力问题。因此基于离散介质理论建立的离散介质模拟更接近于实际的地球介质。

3 结 论

基于离散介质中地震波传播理论,利用伪谱法的数值模拟方法进行了三维正演模拟。模拟结果表明(1)该方法计算精度高,但运算速度慢,占用计算机内存较多(2)由于孔隙响应的加入,使得即使固体骨架是均匀的、各向同性的,离散介质中的地震波阵面不是同心圆,而是表现出了方位各向异性的特点。

[参 考 文 献]

- [1] Zhu X ,McMechan G A. Numerical simulation of seismic responses of poroelastic reservoirs using Biot theory[J]. *Geophysycs* ,1991 **56** 328 – 339.
- [2] Dai N ,Vafidis A ,Kanasewich E R. Wave Propagation in heterogeneous ,porous media :A velocity – stress ,finite – difference method[J]. *Geophysics* , 1995 **60** 327 – 340.
- [3] 魏修成. 双相各向异性介质中的地震波场研究[学位论文] D]. 石油大学(北京) ,1995.
- [4] 刘洋 ,李承楚. 双相各向异性介质中弹性波传播特征研究[J]. *地震学报* ,1999 ,**21**(4) 367 – 373.
- [5] 刘洋 ,李承楚. 双相各向异性介质中弹性波传播伪谱法数值模拟研究[J]. *地震学报* ,2000 **22**(2) :132 – 138.
- [6] Gazdag J. Modeling of the acoustic wave equation with transform method[J]. *Geophysics* , 1981 ,**46**(6) 854 – 859.
- [7] Kosloff D ,Baysal E. Forward modeling by a Fourier method[J]. *Geophysics* , 1982 **47** :1402 – 1412.
- [8] 於文辉. 离散介质中地震波理论与慢纵波[博士论文] D]. 中国地质大学(武汉) 2002.

NUMERICAL SIMULATION OF SEISMIC WAVES PROPAGATION IN DISCRETE MEDIA

Zhang Li-qin , Yu Wen-hui , Wang Jia-ying

(*The Department of Geophysics , China University of Geosciences , Wuhan 430074 ,China*)

Abstract : In this paper , seismic waves propagating in 3-D discrete media are simulated with pseudo-spectrum method , which using Fourier transform and finite difference to solve wave equation. The result shows :(1) The method has a high computational accuracy.(2) The characteristic of seismic waves propagating shows azimuthal anisotropy even in homogeneous isotropic discrete media.

Key Words : Discrete media ; Seismic wave ; Numerical simulation ; Pseudo-spectrum method