两层介质中均匀膨胀球的应变场、位移场计算结果及其应用

钱家栋　朱仁益

（兰州地震研究所）　（北京大学地球物理系）

一、引　　言

在地震予报中，许多统计公式表明，前兆观测所记录到的可确认的异常强度一般与震源参数、前兆台站的震中距有关。但是，由于大多数前兆观测是在地面上进行的，因而前兆异常强度还往往受到台站下方地下介质结构的影响。例如松软的第四纪复盖物，对一些浅部观测方法常常有比较显著的影响。复盖层是和人类活动以及自然界中季节性因素关系密切的一层。它的存在可能会造成对前兆记录的种种周期性和非周期地干扰变化，使与地震有关的信噪比减弱；另一方面，由于它们的物理性质与其下伏基岩有着明显的差异，因而对于前兆信息从震源向上传递到地表也可能会生产一些直接的影响。在文献〔1〕中，曾经提到甘肃省武都地电台AB测线在1976年8月16日松潘—平武7.2级地震前的视电阻率异常表现，可作为一个突出的例子，这条测线下方介质具有复盖层薄和基岩电阻率低两个显著的特点，因而其异常发展不仅在几个震例中显得十分突出和完整，而且与同一台站其它几条测线相比，显示了明显的差异。

为了研究松软的复盖层对于传递来自震源的力学效应的影响，本文尝试选用一个埋藏于基岩中的均匀膨胀球的模型，在假定复盖层厚度$h \ll \zeta$（震源深度）的条件下，用弹性力学的方法进行分析计算，给出两层介质中的位移场和应变场的解析解的一般结果，并试图用来对武都台的上述结果作一定性解释。

二、模　　型

所用模型系水平两层介质如图一。Ⅰ为复盖层，其厚度为h；Ⅱ为基岩，膨胀球埋在其中。由于该问题是轴对称的，取柱坐标，原点选在地面上，z轴垂直于地面，且过球心。球心坐标为（$0, 0, \zeta$）。$\zeta = 20$公里，$h = 0.1 \sim 1$公里。

鉴于前兆异常往往是一个包围震中的一定范围内（例如震源尺度两倍到三倍范围内）的区域现象，因此它应当是在大范围水平应力作用下震源附近应力集中影响的反映〔1〕，所以我们只讨论与来自震源力学效应有关的影响，因而将力源安排在观测点下方的基岩中。

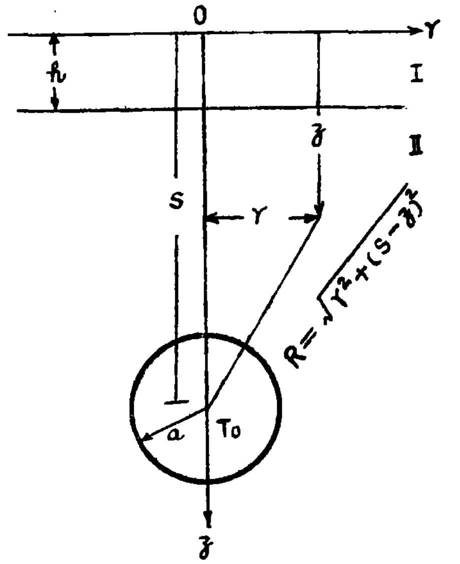


图 一

三、计算公式

根据弹性力学理论（在柱坐标下的轴对称问题中），弹性体处于平衡时，弹性体内各点满足下列平衡方程：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\dfrac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z}+\dfrac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r}+f_r=0\\[2mm] \dfrac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r}+\dfrac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}+\dfrac{\sigma_{rz}}{r}+fz=0\\[2mm] \sigma_{r\theta}=\sigma_{\theta z}=f_\theta=0\end{cases} \tag{1}$$

式中$\sigma_{rr}\cdots\sigma_{rz}\cdots$是应力分量，$f_r$、$f_\theta$、$f_z$是体积力$\vec{F}$在柱坐标中的三个分量。本问题不考虑重力，并设球内体积力有势，则球的均匀膨胀问题可化为温度应力等效处理，即设球内温度为$T=T_0$（常数），球外温度恒为零；因为是等效处理，不考虑热传导、热幅射的效应。（下面推导的公式中两介质各物理量分别用脚标或角标1与2加以区别）

这样在介质Ⅱ中有

$$\vec{F}_2=-\gamma\nabla T_2 \tag{2}$$

式中$\gamma=\dfrac{\alpha_1 E_2}{1-2\nu_2}$。$E_2$，$\nu_2$分别是介质Ⅱ的杨氏模量和泊松比，$\alpha_1$是球的温度系数。

在介质Ⅰ中，$\vec{F}_1=0$。

方程（1）在介质Ⅱ中是一个非齐次线性偏微分方程组，它的通解是该非齐次方程一个特解与相应齐次方程的通解之和。这一特解可由下面的方法求得：

用位移法求解，方程（1）可化为拉梅方程

$$\mu_2\nabla^2\vec{u}_2+(\lambda_2+\mu_2)\nabla(\nabla\cdot\vec{u}_2)+\vec{F}_2=0 \tag{3}$$

式中，$\vec{u}_2$ 为介质Ⅱ的位移矢量，λ_2，μ_2 为介质Ⅱ的拉梅常数，∇，$\nabla\cdot$ 以及∇^2 分别为梯度，散度和拉卜拉斯算符。

将（2）代入（3），有

$$(\lambda_2+\mu_2)\nabla(\nabla\cdot\vec{u}_2)+\mu_2\nabla^2\vec{u}_2=\gamma\nabla T_2 \tag{4}$$

取特介$\vec{u}=\nabla\phi_2$，代入（4）有

$$(\lambda_2+2\mu_2)\nabla^2(\nabla\phi_2)=\nu\nabla T_2 \tag{5}$$

则方程

$$\nabla^2\phi_2=\begin{cases} mT_o & (R\leqslant a) \\ O & (R>a) \end{cases} \tag{6}$$

的解亦应满足方程（5）。ϕ_2称为热弹性位移势。

在（6）中，

$$m=\frac{\gamma}{\lambda_2+2\mu_2}$$

$$R=\sqrt{r^2+(\zeta-z)^2}$$

方程（6）的解与均匀带电的介质球（其电荷密度为$\frac{mT_o}{4\pi}$）的电位分布完全相同，因此有：

$$\phi_2=-\frac{A_1}{R} \qquad (R>a) \tag{7}$$

式中

$$A_1=ma^3T_o/3,\ (a为球的半径)$$

应用魏伯尔—李卜希兹积分可将（6）式化为柱坐标表达式

$$\phi_2=-A_1\int_0^\infty e^{-\alpha(\zeta-z)}J_o(\alpha r)\,d\alpha \tag{8}$$

式中，$J_o(\alpha r)$为零阶贝赛尔函数。

由（8）式可求出位移$\vec{u}_2$，并由位移与应变的公式及虎克定律求得出介质Ⅱ应力特解用ϕ_2表达的公式：

$$\overline{\sigma}_{rr}^{(2)}=-2\mu_2\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\phi_2$$

$$\overline{\sigma}_{\theta\theta}^{(2)}=-2\mu_2\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{\partial^2}{\partial r^2}\right)\phi_2$$

$$\overline{\sigma}_{zz}^{(2)}=-2\mu_2\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial r^2}\right)\phi_2 \tag{9}$$

$$\overline{\sigma}_{rz}^{(2)}=2\mu_2\frac{\partial^2}{\partial r\partial z}\phi_2$$

$$\overline{\sigma}_{r\theta}^{(2)}=\overline{\sigma}_{\theta z}^{(2)}=0$$

式中$\overline{\sigma}_{rr}$…表示非齐次方程的应力特解，以下将用$\overline{\overline{\sigma}}_{rr}$……表示相应齐次方程通解。方程(1)在介质Ⅰ中没有非齐次项，它与介质Ⅱ中相应齐次方程形式上是完全一致的：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\dfrac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z}+\dfrac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r}=0\\[2ex]\dfrac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r}+\dfrac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}+\dfrac{\sigma_{rz}}{r}=0\end{cases}\tag{10}$$

解方程(10)将可给出介质Ⅱ的相应齐次方程通解$\overline{\overline{\sigma}}^{(2)}$和介质Ⅰ的应力通解$\sigma^{(1)}=\overline{\overline{\sigma}}^{(1)}$。引入Love函数φ，使满足双调和方程

$$\nabla^2(\nabla^2\varphi)=0\tag{11}$$

则可由φ给出满足方程(10)及相容方程的应力通解：

$$\begin{cases}\overline{\overline{\sigma}}_{rr}=\dfrac{2\mu}{1-2\nu}\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\nu\nabla^2-\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}\right)\varphi\\[2ex]\overline{\overline{\sigma}}_{\theta\theta}=\dfrac{2\mu}{1-2\nu}\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\nu\nabla^2-\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\right)\varphi\\[2ex]\overline{\overline{\sigma}}_{zz}=\dfrac{2\mu}{1-2\nu}\dfrac{\partial}{\partial z}\left[(2-\nu)\nabla^2-\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\varphi\\[2ex]\overline{\overline{\sigma}}_{rz}=\dfrac{2\mu}{1-2\nu}\dfrac{\partial}{\partial r}\left[(1-\nu)\nabla^2-\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\varphi\\[2ex]\overline{\overline{\sigma}}_{r\theta}=\overline{\overline{\sigma}}_{\theta z}=0\end{cases}\tag{12}$$

应用汉克尔变换，解双调和方程(11)，得

$$\begin{cases}\varphi_1=\displaystyle\int_0^\infty\left[(a_1+c_1z)e^{\alpha z}+(b_1+d_1z)e^{-\alpha z}\right]J_0(\alpha r)\,d\alpha\\[2ex]\varphi_2=\displaystyle\int_0^\infty\left\{\left[a_2+c_2(z-h)\right]e^{\alpha(z-h)}+\left[b_2+d_2(z-h)\right]e^{-\alpha(z-h)}\right\}J_0(\alpha r)\,d\alpha\end{cases}\tag{13}$$

式中，$a_1\cdots d_1$，$a_2\cdots d_2$，为与坐标无关的八个待定常数。对于介质Ⅱ，当$z\to\infty$时，φ_2应有界，所以$a_2=c_2=o$。为了避免混乱和计算方便，将剩下的六个常数分别表示为A,B,C,D,E,F,因此有：

$$\varphi_1=\int_0^\infty\alpha^{-2}\left[(A+Cz)e^{+\alpha z}+(B+Dz)e^{-\alpha z}\right]J_0(\alpha r)\,d\alpha\tag{14}$$

$$\varphi_2=\int_0^\infty\left[E+F\alpha(z-h)\right]e^{-\alpha(z-h)}J_0(\alpha r)\,d\alpha\tag{15}$$

两式中 $E=b_2$，$F=d_2/\alpha$，$A=\alpha^2 a_1$，$C=\alpha^2 c_1$，$B=\alpha_2 b_1$，$D=\alpha^2 d_1$，

公式（14）及（15）共包含A、B、C、D、E、F 等六个待定常数，须由边界条件及边值关系确定之。

至此，方程（1）在两个介质中的应力通解可表为：

$$
\begin{cases}
\sigma^{(1)}=\overline{\sigma}^{(1)}+\overline{\overline{\sigma}}^{(1)}=\overline{\overline{\sigma}}^{(1)} \\
\sigma^{(2)}=\overline{\sigma}^{(2)}+\overline{\overline{\sigma}}^{(2)}
\end{cases}
\tag{16}
$$

其中：

$$\overline{\sigma}^{(1)}=0$$

$$
\begin{cases}
\overline{\sigma}_{rr}^{(2)}=2\mu_2 A_1\displaystyle\int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha(\zeta-z)}J_0(\alpha r)d\alpha-\frac{2\mu_2}{r}\int_0^\infty \alpha e^{-\alpha(\zeta-z)}J_1(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\sigma}_{\theta\theta}^{(2)}=-\dfrac{2\mu_2}{r}A_1\displaystyle\int_0^\infty \alpha e^{-\alpha(\zeta-z)}J_1(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\sigma}_{zz}^{(2)}=-2\mu_2 A_1\displaystyle\int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha(\zeta-z)}J_0(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\sigma}_{rz}^{(2)}=2\mu_2 A_1\displaystyle\int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha(\zeta-z)}J_1(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\sigma}_{r\theta}^{(2)}=\overline{\sigma}_{\theta z}^{(2)}=0
\end{cases}
\tag{17}
$$

$$
\begin{cases}
\overline{\overline{\sigma}}_{rr}^{(1)}=4\mu_1\displaystyle\int_0^\infty\left\{\alpha e^{\alpha z}A-\alpha e^{-\alpha z}B+\left(\frac{3}{2}+\alpha z\right)e^{\alpha z}C+\left(\frac{3}{2}-\alpha z\right)e^{-\alpha z}D\right\}J_0(\alpha r)d\alpha \\
\qquad-\dfrac{4\mu_1}{r}\displaystyle\int_0^\infty\left[e^{\alpha z}A-e^{-\alpha z}B+\frac{1+\alpha z}{\alpha}e^{\alpha z}C+\frac{1-\alpha z}{\alpha}e^{-\alpha z}D\right]J_1(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\overline{\sigma}}_{\theta\theta}^{(1)}=2\mu_1\displaystyle\int_0^\infty(e^{\alpha z}C+e^{-\alpha z}D)J_0(\alpha r)d\alpha+\frac{4\mu_1}{r}\int_0^\infty\left[e^{\alpha z}A-e^{-\alpha z}B+\frac{1+\alpha z}{\alpha}e^{\alpha z}C\right. \\
\qquad\left.+\dfrac{1-\alpha z}{\alpha}e^{-\alpha z}D\right]J_1(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\overline{\sigma}}_{zz}^{(1)}=4\mu_1\displaystyle\int_0^\infty\left[-\alpha e^{\alpha z}A+\alpha e^{-\alpha z}B+\left(\frac{1}{2}-\alpha z\right)e^{\alpha z}C+\left(\frac{1}{2}+\alpha z\right)e^{-\alpha z}D\right] \\
\qquad J_0(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\overline{\sigma}}_{rz}^{(1)}=4\mu_1\displaystyle\int_0^\infty\left[\alpha e^{\alpha z}A+\alpha e^{-\alpha z}B+\left(\frac{1}{2}+\alpha z\right)e^{\alpha z}C-\left(\frac{1}{2}-\alpha z\right)e^{-\alpha z}D\right] \\
\qquad J_1(\alpha r)d\alpha \\
\overline{\overline{\sigma}}_{r\theta}^{(2)}=\overline{\overline{\sigma}}_{\theta z}^{(1)}=0
\end{cases}
\tag{18}
$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{rr}^{(2)} &= 4\mu_2\int_0^{\infty}\left\{\alpha^3\left[\frac{3}{2}-\alpha(z-h)\right]e^{-\alpha(z-h)}F-\alpha^3e^{-\alpha(z-h)}E\right\}J_0(\alpha r)d\alpha \\
&\quad -\frac{4\mu_2}{r}\int_0^{\infty}\left\{\alpha^2[1-\alpha(z-h)]e^{-\alpha(z-h)}F-\alpha^2e^{-\alpha(z-h)}E\right\}J_1(\alpha r)d\alpha \\
\bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(2)} &= 2\mu_2\int_0^{\infty}\alpha^3e^{-\alpha(z-h)}FJ_0(\alpha r)d\alpha \\
&\quad +\frac{4\mu_2}{r}\int_0^{\infty}\left\{\alpha^2[1-\alpha(z-h)]e^{-\alpha(z-h)}F-\alpha^2e^{-\alpha(z-h)}E\right\}J_1(\alpha r)d\alpha \\
\bar{\sigma}_{zz}^{(2)} &= 4\mu_2\int_0^{\infty}\left\{\alpha^3\left[\frac{1}{2}+\alpha(z-h)\right]e^{-\alpha(z-h)}F+\alpha^3e^{-\alpha(z-h)}E\right\}J_0(\alpha r)d\alpha \\
\bar{\sigma}_{rz}^{(2)} &= -4\mu_2\int_0^{\infty}\left\{\alpha^3\left[\frac{1}{2}-\alpha(z-h)\right]e^{-\alpha(z-h)}F-\alpha^3e^{-\alpha(z-h)}E\right\}J_1(\alpha r)d\alpha \\
\bar{\sigma}_{r\theta}^{(2)} &= \bar{\sigma}_{\theta z}^{(2)} = 0
\end{aligned}
\right. \tag{19}
$$

考虑到不同结构的岩石泊松比差异不大，为使计算简单，在(17)—(19)式中已取 $\nu_1=\nu_2=\frac{1}{4}$(下同)

在地表面和两介质分界面上应有下列边界条件和边值关系：

当 $z=0$ 时，$\sigma_{zz}^{(1)}=\sigma_{rz}^{(1)}=0$ (20)

当 $z=h$ 时，$\sigma_{zz}^{(1)}=\sigma_{zz}^{(2)}$，$\sigma_{rz}^{(1)}=\sigma_{rz}^{(2)}$ (21)

当 $z=h$ 时，$u_r^{(1)}=u_r^{(2)}$，$u_z^{(1)}=u_z^{(2)}$ (22)

式中 u_r，u_z 是位移矢量 $\vec{u}$ 的两个分量，由于轴对称，$u_\theta=0$。

为了满足(22)式，还必须分别求出 u_r，u_z 的表达式。由柱坐标下应变公式：

$$
\varepsilon_\theta=\frac{u_r}{r}+\frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta}=\frac{u_r}{r}
$$

可知 $u_r=\varepsilon_\theta r$，所以有：

$$
u_r=\frac{r}{E}[\sigma_{\theta\theta}-\nu(\sigma_{rr}+\sigma_{zz})] \tag{23}
$$

将(17)—(19)结果及 $\nu_1=\nu_2=\frac{1}{4}$ 代入(23)，则

$$
\left\{
\begin{aligned}
u_r^{(1)} &= 2\int_0^{\infty}\left[e^{\alpha z}A-e^{-\alpha z}B+\frac{1+\alpha z}{\alpha}e^{\alpha z}C+\frac{1-\alpha z}{\alpha}e^{-\alpha z}D\right]J_1(\alpha r)dr \\
u_r^{(2)} &= \int_0^{\infty}\alpha\left\{A_1e^{-\alpha(\zeta-z)}-2\alpha[E-F(1-\alpha z+\alpha h)]e^{-\alpha(z-h)}\right\}J_1(\alpha r)d\alpha
\end{aligned}
\right. \tag{24}
$$

由应力函数 φ 和热弹性位移势 ϕ 表示Z方向的位移的公式可导出

$$u_z = \frac{1}{1-2\nu}\left[2(1-\nu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\varphi + \frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{25}$$

将（8），（14），（15）式代入（25）注意$\nu_1=\nu_2=\frac{1}{2}$，$\phi_1=0$，得出：

$$\begin{cases} u_z^{(1)} = -2\displaystyle\int_0^\infty\left[e^{\alpha z}A + e^{-\alpha z}B - \frac{1-\alpha z}{\alpha}e^{\alpha z}C + \frac{1+\alpha z}{\alpha}e^{-\alpha z}D\right]J_0(\alpha r)\,d\alpha \\ u_z^{(2)} = -\displaystyle\int_0^\infty\left\{A_1 e^{-\alpha(\zeta-z)} + 2\alpha\left[(1+\alpha z-\alpha h)F + E\right]e^{-\alpha(z-h)}\right\}\alpha J_1(\alpha r)\,d\alpha \end{cases} \tag{26}$$

将（17）—(19)，（24），（26）代入（20）—（22）中，便可导出关于A、B、C、D、E、F的一个六元一次方程组：

$$\begin{cases} A - B - \frac{1}{2\alpha}D - \frac{1}{2\alpha}D = 0 \\ A + B + \frac{1}{2\alpha}C - \frac{1}{2\alpha}D = 0 \\ 2aA - 2bB - \frac{1-2\alpha h}{\alpha}aC - \frac{1+2\alpha h}{\alpha}bD + 2\mu^*\alpha^2E + \mu^*\alpha^2F = A_1^*\mu^* \\ 2aA + 2bB + \frac{1+2\alpha h}{\alpha}aC - \frac{1-2\alpha h}{\alpha}bD - 2\mu^*\alpha^2E + \mu^*\alpha^2F = A_1^*\mu^* \\ 2aA - 2bB + \frac{2(1+\alpha h)}{\alpha}aC + \frac{2(1-\alpha h)}{\alpha}bD + 2\alpha^2E - 2\alpha^2F = A_1^* \\ 2aA + 2bB - \frac{2(1-\alpha h)}{\alpha}aC + \frac{2(1+\alpha h)}{\alpha}bD - 2\alpha^2E - 2\alpha^2F = A_1^* \end{cases} \tag{27}$$

式中

$$\begin{cases} a = e^{\alpha h} \\ b = e^{-\alpha h} \\ A_1^* = A_1\alpha e^{-\alpha\zeta} \\ \mu^* = \mu_2/\mu_1 \end{cases}$$

在解方程组（27）时，注意到$h \ll \zeta$，则可得：

$$\begin{cases} A \approx \frac{A_1^*}{6\mu^*}\left[(\mu^*-1)b^3 + (2\mu^*+1)b\right]\left[1+2\frac{\mu^*-1}{\mu^*}\alpha h\right] \\ B \approx -\frac{A_1^*}{3\mu^*}(\mu^*-1)b^3\alpha h\left[1+2\frac{\mu^*-1}{\mu^*}\alpha h\right] \\ C = -2\alpha B \\ D = 2\alpha A \\ E \approx \frac{A_1^*h}{\mu^*\alpha}b^2\left[1+2\frac{\mu^*-1}{\mu^*}\alpha h\right] \\ F \approx \frac{1}{(\mu^*+2)\alpha^2}\left[A_1^*(\mu^*-1) + 6b^2A\right] \end{cases} \tag{28}$$

将（28）代入（18），（19），（24），（26），即可求得两介质中的应力场、位移场表达式，由虎克定律即可求出应变场表达式来：

$$\begin{cases} \varepsilon_{ii} = \dfrac{1}{2\mu}\sigma_{ii} - \dfrac{\nu}{2\mu(1+\nu)}\Theta = \dfrac{1}{2\mu}(\sigma_{ii} - \tfrac{1}{6}\Theta) \\ \varepsilon_{rz} = \dfrac{1}{2\mu}\sigma_{rz} \end{cases} \quad (29)$$

$$(i = r, \theta, z)$$

式中：

$$\Theta = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + {}_{zz}, \quad \nu = \tfrac{1}{4}。$$

四，计算结果

计算前，对(17)—(19)式应用伯魏尔—李卜希兹积分将无穷积分化为解析解表达式·计算时，给定“震源”深度$\zeta = 20$km，两介质弹性模量$\mu_1 = 160$kg/cm^2（$E_1 = 400$kg/cm^2），$\mu_2 = 160000$kg/cm^2（$E_2 = 400000$kg/cm^2）。为了描写复盖层厚度的影响，h的取值从0～1公里，对全部计算结果进行了检验，它满足边界条件和边值关系（20）—（22）；此外还用$\mu_1 = \mu_2 = 160000$kg/cm^2，$h \neq 0$的结果与$\mu_1 \neq \mu_2$，$h = 0$的结果作了对比，两者完全相同。证明计算公式及计算过程无误，在各参数下给出的结果应是方程（1）在$h \ll \zeta$条件下的解，

顺便指出，日本学者罔田惇为了研究地壳形变，曾经论讨过半无限空间中均匀膨胀球模型[2]。本文在取$h = 0$作验证时，所得地表垂直位移场结果与之相同。实际上，当$h = 0$时，由（28）式可知：

$$\begin{aligned} A &= \tfrac{1}{2}A_1\alpha e^{-\alpha\zeta} \\ B &= C = 0 \\ D &= A_1\alpha_2 e^{-\alpha\zeta} \end{aligned} \quad (30)$$

将（30）代入（26），并令$z = 0$，可得地表垂直位移场：

$$u_z^{(1)} = -3A_1\int_0^\infty \alpha e^{-\alpha\zeta}J_0(\alpha r)d\alpha \quad (31)$$

与文献〔2〕中（15）式相同。两者常数因子的差异，可能是由于两者求解问题的方法不同所致。因此，文献〔2〕中的计算结果实际上可作为本文在复盖层厚度h趋于0时的一个特例。

由于计算数据繁多，以下我们将只给出地表垂直位移场和介质内部体应变$\varepsilon(=\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz})$在复盖层存在与不存在时的对比计算结果。

（一）复盖层对地表垂直位移场的影响

在图二中，取$h = 0.3, 0.6, 0.9$ km，$z = 0$，纵坐标为Δu_z表示所设参数下(复盖层有一定厚度时)地表垂直位移场与$h = 0$（无复盖层）的结果之差，即由于松软复盖层的存在所产生的附加垂直位移量。

由于复盖层比基岩松软($\nu_1 = \nu_2$，$\mu_1 \ll \mu_2$)，地面附加垂直位移场Δu_z存在着一个大约为“震源”深度一倍半的特征点r_0（≈29km）。当$r < r_0$时，$\Delta u_z > 0$，即地面隆起增大；当$r > r_0$时，$\Delta u_z < 0$，即地面隆起减小。复盖层厚度h愈大，上述两个相反的效应愈显著。

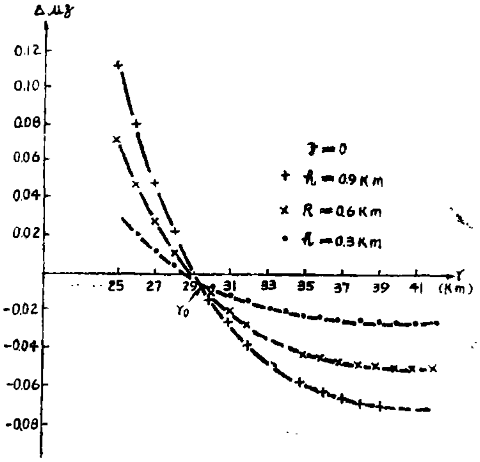


图　二

（二）复盖层对介质内部应变场的影响

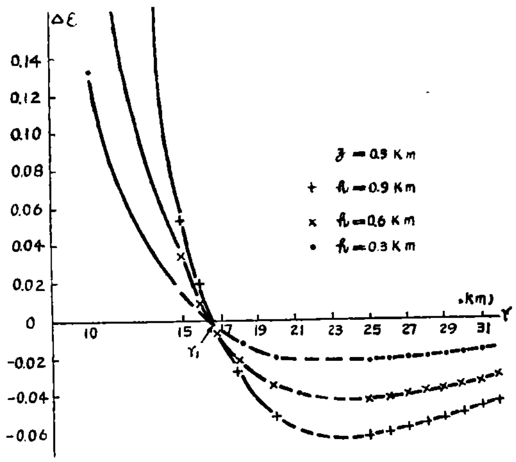


图　三 a

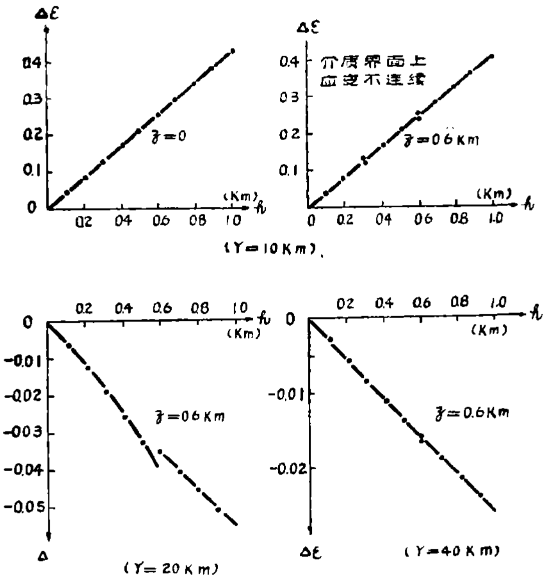


图　三 b

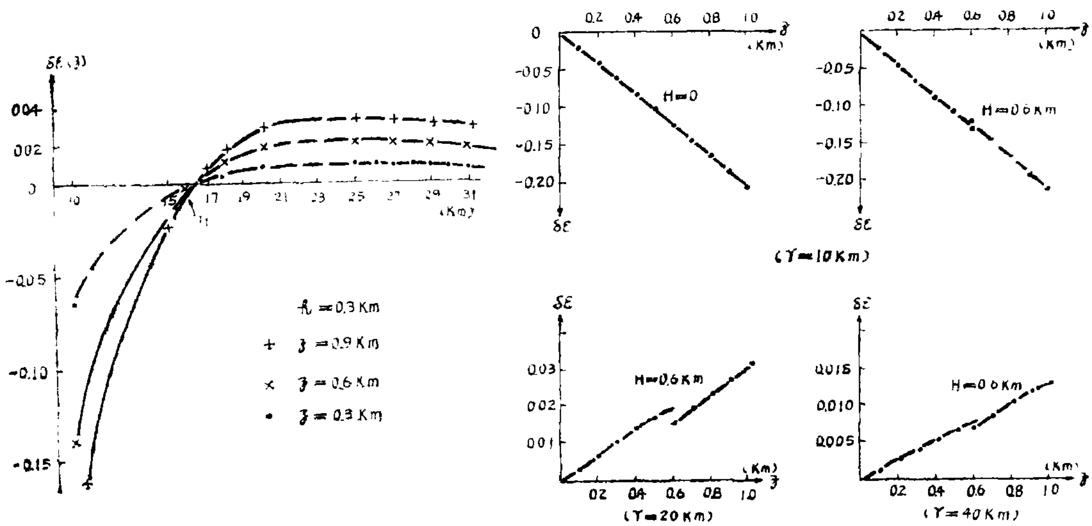
在图三（a）中，取z＝0.3km，h＝0.3、0.6、0.9km，纵坐标为Δε，表示在所取参数下的体积应变量与h＝0，z＝0.3时的结果之差，即由于考虑复盖层的影响时所产生的附加体应变量。横坐标是观测点在径向上的位置r。当取z＝0.6km时，曲线形态与图三（a）相同。

由图可以看出，存在着另一个特征点 $r_1 = 17$km，它与"震源"深度大体相当。在 $r < r_1$ 时，由于复盖层的存在，在地表以下介质中，附加体应变量 $\Delta\varepsilon > 0$，而在 $r > r_1$ 时，$\Delta\varepsilon < 0$，并且，复盖层愈厚，上述两种相反的效应亦愈显著。

在图三(b)中，取 $r = 10, 20, 40$km 三个测点，并取 $z = 0.6$km，分别作出 $\Delta\varepsilon \sim h$ 曲线，借以描述复盖层厚度改变时，$\Delta\varepsilon$ 的变化情况。

（三）介质内部应变量随深度的变化

在图四(a)中，取 $h = 0.3$km，$z = 0.3, 0.6, 0.9$ km，纵坐标 $\delta\varepsilon = \varepsilon(z) - \varepsilon(0)$，表示在地下某一深度 z 处体应变量与 $z = 0$ 处的体应变量之差。横坐标仍为 r。



a　　　　　　b

图　四

由图可见，介质内部的体应变量随深度的变化规律也可以以 r_1 为界，分成两个不同的区域，$r < r_1$，$\delta\varepsilon < 0$，介质内部体应变量比地表要小，即随深度的增加而减小；$r > r_1$，$\delta\varepsilon > 0$，介质内体应变量随深度的增大而增大。

在图四(b)中，取 $r = 10, 20, 40$km 三个测点，并取 $h = 0.6$km，作出 $\delta\varepsilon \sim Z$ 曲线，借以祥细描述 $\delta\varepsilon$ 随深度 z 变化的情况。

五、讨　论

以下，我们用上述结果对武都台视电阻率变化作一简单讨论。

视电阻率变化与应变的关系，国内外不少人进行过研究文献[3]和*，他们的结果表明：在不考虑含水量改变的条件下，视电阻率的异常变化与体应变量成正比。

这样根据上节计算结果，可以看出，在均匀膨胀球的假定下，"震源"力学效应以特征

* 见《1975年广州全国地电专业会议文集》文稿《压力与（矿井岩层）视电阻率关系的实验》

点r_1为界分成两个不同的区域。在$r>r_1$的区域。在视电阻率的探测深度以内，由于附加应变场随复盖层厚度的增长而减弱，因而视电阻率异常强度会随着复盖层厚度的增加而减小；同时，随着探测深度的增加，体应变量自地表向下逐渐增大，因而探测深度愈大，其异常会明显。但在$r<r_1$的区域，上述效应是相反的。不过，由于特征点的位置与“震源”深度相当，因而对于浅源大地震而言，其震源深度一般为10-20km，因此，对大多数台站而言，主要位于$r>r_1$的区域之中。在引言中提到的甘肃武都台，距松—平大震震中100km，约为该次大震震源深度的五倍，也就是处在$r>r_1$范围内的台站。该台AB测线，其下方介质条件与其它三条测线的差异正是在于它具有复盖层薄和下伏基岩电阻率低因而探测深度大这两个特点。因此，上述讨论似可作为该测线异常强度大的一个可能的解释。也就是说AB测线的台址条件可能更有利于使来自震源的前兆信息传递到更接近于地表的浅层。

当然，电阻率的变化除与孔隙变形等力学效应有关外，还与岩石含水体积的改变有关，文献*中还曾讨论了岩石电性特征对视电阻率异常干扰背景的影响。这些问题已超出本文讨论范围，在此不再祥述。

本文所取两层介质和均匀膨胀球体并非震源力学过程和包围震中广大范围内介质条件的实际模拟，因此没有对视电阻率异常强度随震中距增大的演变规律进行一般讨论。但是，它作为一个力源，对于分析一个台站复盖层对前兆异常强度的影响具有一定的意义。

六、结 论

1.松软的复盖层对来自震源的力学效应有一定的影响。

2.在均匀膨胀球的假定下，两层介质地表附加位移场和介质内部的附加应变场随复盖层厚度的变化规律，在径向上以特征点r_0和r_1为界分成两个不同的区域。在内区，随复盖层厚度的增加，附加场增加；在外区，附加场随复盖层厚度的增加而减弱。

3.特征点在径向上的位置与“震源”深度有关，r_0约为震源深度的一倍半，r_1约与震源深度相当。因此，对浅源大震而言，内区是很狭窄的。

本文在计算过程中得到兰州地震究研所地震观测研究室邵世勤同志的帮助，在此致谢。

（本文1980年　月　日收到）

参 考 文 献

〔1〕钱家栋 桂西太等几个浅源大地震前后地壳浅部视电阻率被测结果《1979年巴黎国际地震予报讨论会文集》地震出版社 1980年出版。

〔2〕Atusi Okada,Some Investigations of the Character of Crustal Deformation,Bulletin of the Earthquake Research Institute Vol 40(1962)

〔3〕Yoshio Yamazaki Futher Experiments on Sedimentavy Rocks,B、E、R、I,VoI,44(1966)。

* 见《1978年广州全国地电专业会议文集》文稿《浅源大地震前后视电阻率变化特征》