Weibull 分布的信息熵在地震预报中的应用研究

范 琦
(空军工程大学电讯工程学院,陕西 西安 710077)

摘要:根据统计分布与信息熵理论,定义了震级信息熵 Hm 和地震间隔时间信息熵 Ht,并推导了它们的计算公式.通过时空扫描和计算,发现强震前 1 ~ 3 年 Hm 和 Ht 出现低值异常,与地震有较好的对应关系,可以作为一组中期或中短期预测指标.

关键词: **Weibull** 分布; 震级信息熵; 间隔时间信息熵
中图分类号: P315.75 文献标识码: A 1000-0844(2003)02-0125-06

0 引言

Weibull 分布是概率统计方法中用来描述整体统计规律的.获原(1974)、力武(1976)和郑建中(1983)用 Weibull 分布拟合了大地震发生的间隔时间.后来王炜研究了小震发生的间隔时间,认为它们同样服从 Weibull 分布.王炜等(1987)用 Weibull 分布很好地拟合了震级的分布.范琦(2001)用最大熵原理求解出震级和地震间隔时间的最可几分布为 Weibull 分布[4].这些为 Weibull 分布在地震科学中的应用提供了有利的理论和实践依据.

震源是一个复杂的开放系统,震源与其周围地质体之间具有能量、物质和信息的交流.在长期持续的构造活动中,构造块体的运动向震源区输入能量流、物质流,使系统积累应力、应变和能量,并逐渐远离平衡态,这个过程是一个增能减熵、由无序向有序演化的过程.这是孕震过程的一种热力学描述,但在一定程度上揭示了孕震过程的动力学本质.因此,通过对这一过程熵值的计算以及熵值异常变化的研究,就有可能给出具有明确物理含义的地震预测意见.本文将 Weibull 分布与信息熵结合起来,研究孕震过程中信息熵的计算及应用.

1 震级和间隔时间分布的信息熵

1.1 信息熵与统计分布的关系

熵在物理上是表示系统混乱程度的量.系统越混乱,则系统的熵越大,系统越趋向于热平衡.熵在数学上、信息论上表示各种各样随机试验的不肯定性程度,随机试验的不肯定性越大.则随机试验的信息熵越大.它的定义式由申农(Shannon)提出:对于离散随机变量来说,熵的定义为

$$H = -c\sum_{i=1}^{n} p_i \ln p_i \tag{1}$$

对于连续随机变量而言,熵的定义为

$$H = -c\int_a^b p(x)\ln p(x)\mathrm{d}x \tag{2}$$

式中: c 为常数,常常取为 1; b, a 分别为变量的上下限; $p(x)$ 为密度函数.

由上式可以看出熵与统计分布是一一对应的函数关系.熵是密度函数的函数,是密度函数的泛函.因此密度函数形式变了,熵值也就变了.密度函数形式的变化有两种:一是概率分布类型的变化;二是同种概

收稿日期: 2002-01-29
作者简介: 范琦(1972-),男(汉族),陕西兴平人,硕士,现从事大学物理教学研究工作.

率分布类型中各参量取值的变化. 具体到地震科学中, 大部分属于第二种类型的变化.

1.2 Weibull 分布的信息熵公式

由统计分布与信息熵的关系, 将 Weibull 分布的密度函数

$$f(x)=\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right] \qquad x\geqslant\delta$$

代入式(2)得

$$\begin{aligned}
H&=-\int_{\delta}^{\infty}f(x)\ln f(x)\mathrm{d}x\\
&=-\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\ln\left\{\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\right\}\mathrm{d}x\\
&=-\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\left[\ln\frac{\alpha}{\beta}+\ln\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\mathrm{d}x\\
&=-\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\ln\frac{\alpha}{\beta}\mathrm{d}x-\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\\
&\quad\ln\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\mathrm{d}x+\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\mathrm{d}x
\end{aligned}$$

令

$$H=A_1+A_2+A_3,$$

$$\begin{aligned}
A_1&=-\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\ln\frac{\alpha}{\beta}\mathrm{d}x\\
&=-\ln\frac{\alpha}{\beta}=\ln\beta-\ln\alpha
\end{aligned}$$

因为 $\int_{\delta}^{\infty}f(x)\mathrm{d}x=1$, 有

$$\begin{aligned}
A_2&=-\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\ln\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\mathrm{d}x\\
&=-\int_{\delta}^{\infty}(a-1)\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\ln\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\mathrm{d}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)\\
&=-\frac{\alpha-1}{\alpha}\int\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\ln\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\mathrm{d}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}
\end{aligned}$$

令

$$\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}=y$$

则

$$A_2=-\frac{\alpha-1}{\alpha}\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-y}\ln y\mathrm{d}y$$

注意到

$$\int_0^{\infty}x^{n-1}\mathrm{e}^{-\alpha x}\ln x\mathrm{d}x=\frac{\Gamma(n)}{\alpha^n}(\varphi(n)-\ln\alpha) \qquad n>0,\ \alpha>0$$

$$\varphi(n)=\int_0^1\frac{t^{n-1}-1}{t-1}\mathrm{d}t-\gamma$$

其中 γ 为欧拉常数 0.5772156….

$$A_2=-\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)\circ\left(\frac{\Gamma(1)}{1}\right)[\varphi(1)-\ln 1]=\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)\circ\gamma;$$

$$\begin{aligned}
A_3&=\int_{\delta}^{\infty}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\mathrm{d}x\\
&=\int_{\delta}^{\infty}\exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\right]\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}\mathrm{d}\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}
\end{aligned}$$

令
$$\left(\frac{x-\delta}{\beta}\right)^{\alpha}=y$$
则
$$A_3=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-y}y\,\mathrm{d}y$$
注意到
$$\int_0^{\infty}x^{n-1}\mathrm{e}^{-\alpha x}\mathrm{d}x=\frac{\Gamma(n)}{\alpha^n}\qquad n>0,\ \alpha>0$$
则
$$A_3=\frac{\Gamma(2)}{1^2}=1$$
$$\therefore H=\ln\beta-\ln\alpha+\frac{(\alpha-1)\circ\gamma}{\alpha}+1 \tag{3}$$

式(3)即为 Weibull 分布的信息熵公式, 其中 α 为 Weibull 分布的形状参数, β 为 Weibull 分布的尺度参数, γ 为欧拉常数(等于 0.5772156…).

1.3　震级信息熵 *Hm* 和间隔时间信息熵 *Ht* 的引入

由于震级和地震间隔时间都服从 Weibull 分布, 所以可用式(3)计算震级分布和地震间隔时间分布的信息熵. 将用震级数据通过极大似然法估计出 α 和 β 代入式(3)求得的信息熵值称为震级信息熵 *Hm* 值; 同样将用地震间隔时间数据通过极大似然法估计出的 α 和 β 代入式(3)求得的信息熵值称为间隔时间信息熵 *Ht* 值. 根据系统理论, *Hm* 值和 *Ht* 值应在地震前出现低值异常.

2　基于 *Hm*、*Ht* 的中期地震预测方法研究

2.1　资料选取和分析方法

本文采用的地震资料来自中国地震局 1970～1999 年 10 月 M_L 2.0 以上的地震目录. 根据作者总结出的震级与余震区等效半径, 以及与余震持续时间的关系, 对地震目录中的余震进行了删除. 所选的空间研究区域为 2°×2°的矩形区域或者是以 150 km 为半径的圆形区域. 考虑参与计算的样本数, 取时间扫描的活动窗长为 1 年, 滑动步长可以根据实际需要取.

据此绘出研究区域的 *Hm* 和 *Ht* 随时间的变化曲线, 并对曲线异常变化与地震发生的关系进行分析, 总结出异常指标.

2.2　*Hm*, *Ht* 指标的检验和特征

为了分析 *Hm*、*Ht* 指标的预测效果和指标特征, 作者对 1970～1999 年间发生在祁连—海原地震带上的 9 次 M_S 6.0 左右地震和 4 次重要的 M_S 7.0 以上地震进行了 *Hm*、*Ht* 指标的回顾性检验. 检验的空间区域是以历史地震的震中为中心的 2°×2°的矩形区域. 时间扫描的条件如上所述, 检验结果见表 1, 表 2.

分析检验结果和 *Hm*, *Ht* 随时间变化曲线, 可以总结出 *Hm*, *Ht* 指标的异常特征如下: (1) *Hm* 的幅度异常指标为: $Hm\leqslant Hm-\frac{1}{2}\sigma(Hm)$, 其中 *Hm* 为 *Hm* 的均值, σ(*Hm*) 为 *Hm* 的均方差; (2) *Hm* 的异常时段一般持续 1 ～4 年, 地震常常发生在曲线的最低点以后的回升过程, 甚至发生在异常结束以后; (3) *Ht* 的幅度异常指标为: $Ht\leqslant Ht-\frac{1}{2}\sigma(Ht)$, 其中 *Ht* 为 *Ht* 的均值, σ(*Ht*) 为 *Ht* 的均方差; (4) *Ht* 的异常时段一般持续 15 年, 地震常常发生在曲线的最低点以前的下降过程, 也有少数发生在最低点以后的回升过程, 甚至发生在异常结束时.

其中永登、天祝、肃南和托来地区的 *Hm*、*Ht* 随时间变化曲线见图 1 图 4.

3　方法的物理本质和稳定性讨论

关于系统自组织演化的理论, 耗散结构理论率先定量地考虑了这个问题, 并以一个既简单又深刻的公式开创了研究系统演化的新局面: $\mathrm{d}s=\mathrm{d}es+\mathrm{d}is$. 这一公式指出: 在开放条件下, 按照热力学第二定律, 此时只要求系统内熵产生 $\mathrm{d}is\geqslant 0$, 而对于系统与环境之间的熵交换则没有确定的要求, 即 $\mathrm{d}es$ 可正可负. 当 $\mathrm{d}es<0$ 时, 系统把熵产生排入环境中, 相当于系统从外界引入负熵. 如果系统充分开放, 从外界引人了足

够的负熵,使得 $|d\,es| > d\,is$,则有 $ds < 0$,于是系统的总熵本身就降低了.这也就意味着系统有序程度的提高,系统可以自发地组织起来,形成有序结构.还有一个过程,就是系统发生突变打破现有的有序结构,然后再自发地组织起来,形成新的有序结构.

表 **1** 震级信息熵异常回顾性检验结果

序号	地震					指标 / *Hm*	异常时段/年	异常形态
	地点	时间	纬度/°N	经度/°E	震级/ *M*			
1	永登	1995-07-22	36.22	103.10	5.8	< 0.40	4(19881992)	异常结束 3 年后发震
2	托来	1993-10-20	38.4	98.7	6.0	< 0.49	2(19901992)	异常结束 1 年后发震
3	嘉峪关	1992-01-12	39.8	98.4	5.4	< 0.50	2(19901992)	异常结束后发震
4	门源	1991-10-01	37.48	101.24	5.2	< 0.38	4(19881992)	回升过程中发震
5	天祝	1990-10-20	37.14	103.6	6.2	< 0.39	4(19881992)	回升过程中发震
6	肃南	1988-11-22	38.7	99.6	5.7	< 0.47	2(19861988)	异常结束 1 年后发震
7	门源	1986-08-26	37.7	101.57	6.4	< 0.38	1(19861987)	最低点附近发震
8	海原	1982-04-14	36.8	105.5	5.7	< 0.48	2(19801982)	异常结束后发震
9	天祝	1996-06-01	37.1	102.7	5.4	< 0.39	4(19881992)	异常结束 5 年后发震
10	海城	1975-02-04	40.6	122.8	7.3	< 0.26	1(19731974)	异常结束 1 年后发震
11	唐山	1976-07-28	39.4	118.0	7.8	< 0.29	2(19751977)	回升过程中发震
12	丽江	1996-02-03	27.2	100.3	7.0	< 0.1	3(19931996)	最低点附近发震
13	花莲	1999-09-21	23.7	121.1	7.6	< 0.9	2(19971999)	回升过程中发震

表 **2** 间隔时间信息熵异常回顾性检验结果

序号	地震					指标 / *Ht*	异常时段/年	异常形态
	地点	时间	纬度/°N	经度/°E	震级/ *M*			
1	永登	1995-07-22	36.22	103.10	5.8	< 2.39	2(19941996)	下降过程发震
2	托来	1993-10-20	38.4	98.7	6.0	< 2.46	3(19901993)	回升过程发震
3	嘉峪关	1992-01-12	39.8	98.4	5.4	< 2.50	2(19911993)	下降过程发震
4	门源	1991-10-01	37.48	101.24	5.2	< 2.30	5(19861991)	回升过程发震
5	天祝	1990-10-20	37.14	103.6	6.2	< 2.50	3(19881991)	最低点附近发震
6	肃南	1988-11-22	38.7	99.6	5.7	< 2.46	3(19881991)	下降过程发震
7	门源	1986-08-26	37.7	101.57	6.4	< 2.30	5(19861991)	最低点附近发震
8	海原	1982-04-14	36.8	105.5	5.7	< 2.50	无	无
9	天祝	1996-06-01	37.1	102.7	5.4	< 2.50	2(19761998)	下降过程发震
10	海城	1975-02-04	40.6	122.8	7.3	< 2.45	3(19751978)	下降过程发震
11	唐山	1976-07-28	39.4	118.0	7.8	< 2.39	2(19761978)	下降过程发震
12	丽江	1996-02-03	27.2	100.3	7.0	< 2.40	3(19931996)	异常结束后发震
13	花莲	1999-09-21	23.7	121.1	7.6	< 2.50	1(19992000)	下降过程发震

震源系统作为一个开放系统也具有上面的自组织演化过程,地震事件就是震源系统的突变事件.于是,在地震发生前震源系统的信息熵有一个下降过程.地震震级和地震间隔时间具有明确的物理意义,且来自于地球深处,带有可靠的地震信息.因此,通过数学方法计算出地震震级和地震间隔时间分布的信息熵,并对其异常变化进行研究,就可以给出具有明确物理意义的地震预测意见.

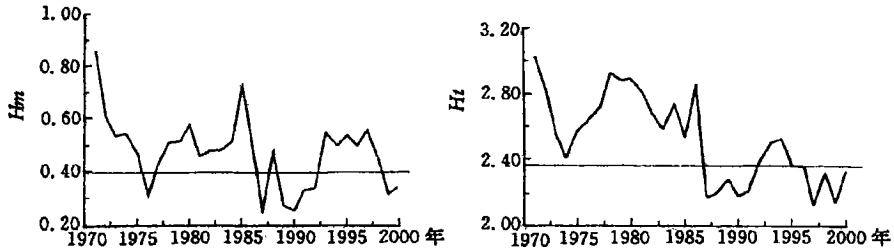

图 1　永登地区的 *Hm*, *Ht* 随时间变化曲线

Fig. 1　Curves of *Hm*、*Ht* with time in Yongdeng region, Gansu province.

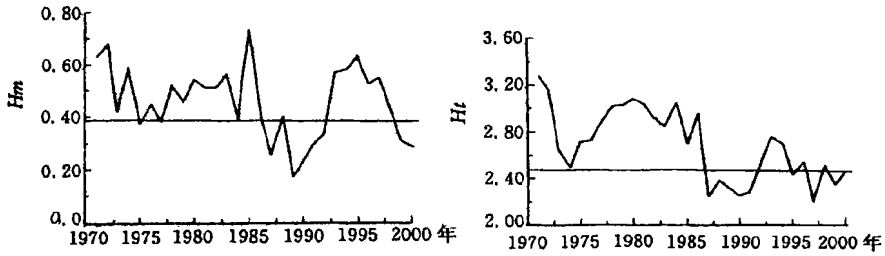

图 2　天祝地区的 *Hm*、*Ht* 随时间变化曲线

Fig. 2　Curves of *Hm*、*Ht* with time in Tianzhu region, Gansu province.

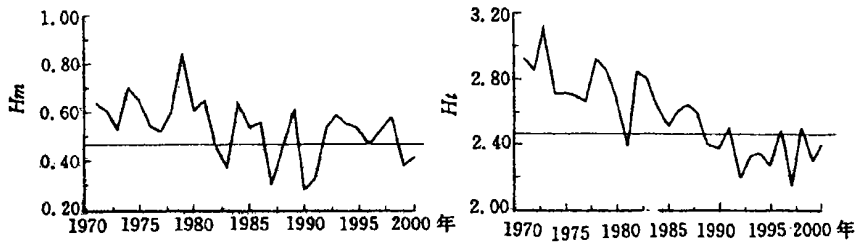

图 3　肃南地区的 *Hm*、*Ht* 随时间变化曲线

Fig. 3　Curves of *Hm*、*Ht* with time in Sunan region, Gansu province.

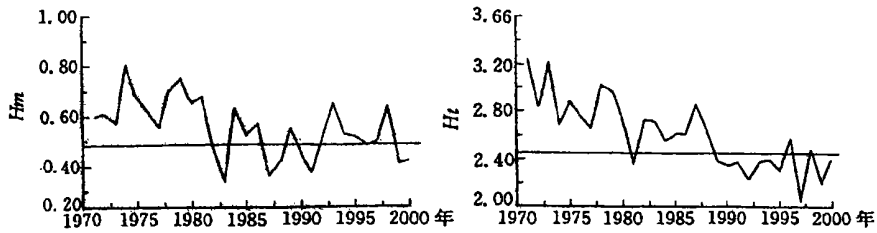

图 4　托来地区的 *Hm*、*Ht* 随时间变化曲线

Fig. 4　Curves of *Hm*、*Ht* with time in Tuolai region, Gansu province.

我们采用的 Weibull 分布有三个参数. 它具有广泛的适应性和很好的稳定性. 同时从实际研究中可以看出, 本方法的稳定性很好, *Hm*、*Ht* 随时间变化曲线的趋势不受研究区大小的影响, 只要每次估计参数时的样本数不少于 50 个, 能满足统计准确性要求即可. 这一点可以从图 1 图 4 看出, 虽然所选的研究区不

同,但托来和肃南地区的 Hm、Ht 曲线的趋势十分相似,天祝和永登地区的 Hm、Ht 曲线的趋势也十分相似.从构造上讲,这是由于托来和肃南在同一个构造区内,天祝和永登在同一个构造区内的缘故.由此说明, Hm、Ht 确能真实地反映构造区的运动变化.从实际的研究中,我们还得出 Hm、Ht 随时间变化曲线的趋势不受时间窗长短的影响.

作者根据图 1 图 4 的 Hm、Ht 曲线变化,在 2000 年的硕士论文中提出了未来 1~3 年内,甘肃省的托来—肃南及天祝—永登一带可能会发生 $M_S6.0$ 左右地震的地震预测意见.后来 2000 年 6 月 6 日的景泰 $M_S5.9$ 地震和 2001 年 7 月 11 日的肃南 $M_S5.3$ 地震的发生,说明 Hm、Ht 指标是一组较好的地震预测指标.

[参考文献]

[1] 方开泰,许建伦.统计分布[M].北京:科学出版社,1987.
[2] 张学文,马力.熵气象学[M].北京:气象出版社,1992.
[3] 蒋仁言.威布尔模型·特性·参数估计和应用[M].北京:科学出版社,1998.
[4] 范琦.地震震级和地震间隔时间的统计分布研究[J].西北地震学报,2001,**23**(1):7—12.

APPLIED STUDY ON INFORMATION ENTROPY OF WEIBULL DISTRIBUTION IN EARTHQUAKE PREDICTION

FAN Qi
(*Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Shanxi Xi' an 710077, China*)

Absract: On the basis of statistical distribution and information entropy theory, information entropy of magnitude (Hm) and information entropy of interval time (Ht) are defined, and their formulas are derived. By means of specio-temporal scanning and calculating, Hm and Ht appear low-value anomaly in 13 years before strong earthquake. Having the better correlation with earthquakes, the Hm and Ht can be used as earthquake forecast indexes for mid or mid-short term.

Key words: Weibull distribution; Information entropy of magnitude; Information entropy of interval time