

多层地壳模型近地震波走时表计算方法及程序设计

邵世勤 张 诚 邓齐赞

(国家地震局兰州地震研究所)

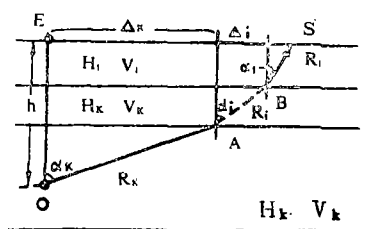
摘要

本文讨论了计算区域地震波走时表的方法,整理出完整的多层地壳模型四类近地震波时距方程式,详细讨论了理论时距方程及其数值解法,取得了拟合观测时距曲线的方法和经验,设计出理论时距方程求解、拟合观测时距曲线及编表的比较完整的计算程序。

在地震学和地震预报研究工作中,地震波走时表是必不可少的基础工具。三十年代末,H.杰弗里斯和K.E.布伦编算了世界上有名的地震波走时表^[1],1976年郭履灿等编算出中国地区P波和S波走时表^[2],1977年张诚等编算出甘肃及邻近地区近地震波走时表^[3]。在编算过程中,他们都根据走时表的适用范围、地壳模型及资料情况,采取了各有特点的计算方法。本文在多层地壳模型的基础上,讨论了理论的、观测的走时表的算法和编表法,并设计出完整的计算程序。

一、近地震波理论走时公式

假设地壳结构为水平N层模型，各层厚度为 H_i , $i = 1, 2, \dots, N$ ，地壳总厚度 $H = \sum_{i=1}^N H_i$ 。震中距为 Δ ，震源深度为 h ，震源所在层号用 K 表示， $1 \leq K \leq N$ 。为了便于



1

描述, 各类近地震波的传播速度都表示为 $V_i, i = 1, 2, \dots, N$, 且 $V_1 < V_2 < \dots < V_N$, 即不包含低速层, 每层都是常速。下面分别讨论各类波的走时方程

1. 直达波走时方程

多层模型直达波传播路径如图 1 所示。

由折射定律有:

注: 图 1 中 R_j 层的 H_k 、 V_k 应为 H_i 、 V_i

$\frac{\sin \alpha_1}{V_1} = P$ (射线常数)。由几何学有:

$$\Delta_1 = H_1 \cdot \tan \alpha_1 = \frac{PH_1 V_1}{\sqrt{1 - P^2 V_1^2}}, \quad R_1 = \frac{H_1}{\cos \alpha_1} = \frac{H_1}{\sqrt{1 - P^2 V_1^2}}$$

直达波在各层内的走时

$$t_i = \frac{R_i}{V_i} = \frac{H_i}{V_i \sqrt{1 - P^2 V_i^2}},$$

对于 $i = 1$ 至 $K + 1$, H_i 是各层的厚度, 对于 $i = K$, 即震源所在层, 其深度

$$h_k = h - \sum_{i=1}^{K-1} H_i,$$

$$\text{于是有: } \Delta_k = (h - \sum_{i=1}^{K-1} H_i) \frac{PV_k}{\sqrt{1 - P^2 V_k^2}}, \quad t_k = (h - \sum_{i=1}^{K-1} H_i) \frac{1}{V_k \sqrt{1 - P^2 V_k^2}}$$

综上所述, 走时参数方程可表示为:

$$\Delta = \sum_{i=1}^K \Delta_i = \sum_{i=1}^{K-1} PV_i H_i / \sqrt{1 - P^2 V_i^2} + (h - \sum_{i=1}^{K-1} H_i) PV_k / \sqrt{1 - P^2 V_k^2} \quad (1)$$

$$t = \sum_{i=1}^K t_i = \sum_{i=1}^{K-1} H_i / V_i \sqrt{1 - P^2 V_i^2} + (h - \sum_{i=1}^{K-1} H_i) / V_k \sqrt{1 - P^2 V_k^2} \quad (2)$$

$$\text{当 } K = 1 \text{ 时, } t = \frac{1}{V_1} \sqrt{\Delta^2 + h^2} \quad (3)$$

2. 反射波走时方程

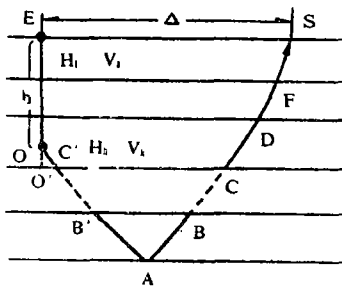


图 2

由图 2 可见, 反射波传播路径可分为三部分: 震源以上各层 ($i = 1, 2, \dots, k-1$); 震源所在层 ($i = k$); 震源以下直至反射层 ($i = k+1, \dots, n$)。对于震源以上各层, 反射波的传播与直达波相同, 对于震源以下直至反射层, 反射波的传播与入射波类似, 只是入射路径与反射路径对称, 该段走时应是反射路径走时的两倍; 震源所在层又包括 $\overline{OC'}$ 及 $\overline{CD}$ 两段, 所以

$$\Delta_k = O'C' + D'D = [2H_k - (h - \sum_{i=1}^{K-1} H_i)] PV_k / \sqrt{1 - P^2 V_k^2}$$

$$t_k = \frac{OC'}{V_k} + \frac{CD}{V_k} = [2H_k - (h - \sum_{i=1}^{K-1} H_i)] / V_k \sqrt{1 - P^2 V_k^2},$$

将三部分相加得到反射波走时方程:

$$\Delta_n = \sum_{i=1}^{k-1} PH_i V_i / \sqrt{1 - P^2 V_i^2} + [2H_k - (h - \sum_{i=1}^{k-1} H_i)] PV_k / \sqrt{1 - P^2 V_k^2} \\ + \sum_{i=k+1}^n 2PH_i V_i / \sqrt{1 - P^2 V_i^2} \quad (4)$$

$$t_n = \sum_{i=1}^{k-1} H_i / V_i \sqrt{1 - P^2 V_i^2} + [2H_k - (h - \sum_{i=1}^{k-1} H_i)] / V_k \sqrt{1 - P^2 V_k^2} \\ + \sum_{i=k+1}^n 2H_i / V_i \sqrt{1 - P^2 V_i^2} \quad (5)$$

式中 $1 \leq K \leq n \leq N$

3. 由绕射波的形成可知, 当震中距 Δ 大于临界角对应的临界震中距 Δ_n 时, 才能观测到绕射波。假设在第 n 层产生绕射, 临界角为 α_n , 则

$$\frac{\sin \alpha_n}{V_n} = \frac{1}{V_{n+1}} = P_0$$

相应的震中距

$$\Delta_n = \sum_{i=1}^{k-1} H_i V_i / \sqrt{V_{n+1}^2 - V_i^2} + [2H_k - (h - \sum_{i=1}^{k-1} H_i)] V_k / \sqrt{V_{n+1}^2 - V_k^2} \\ + \sum_{i=k+1}^n 2H_i V_i / \sqrt{V_{n+1}^2 - V_i^2}$$

由图 3 可见, $AB = \Delta - \Delta_n$, $t_{OA} + t_{BS}$ 相当于全反射的走时, $t_{AB} = \frac{\Delta - \Delta_n}{V_{n+1}}$, 故绕射波走时

公式为:

$$t_n = t_{OA} + t_{AB} + t_{BS} = \frac{\Delta}{V_{n+1}} + \sum_{i=1}^{k-1} H_i \sqrt{\frac{1}{V_i^2} - \frac{1}{V_{n+1}^2}} + [2H_k - (h - \sum_{i=1}^{k-1} H_i)] \\ \sqrt{\frac{1}{V_k^2} - \frac{1}{V_{n+1}^2}} + \sum_{i=k+1}^n 2H_i \sqrt{\frac{1}{V_i^2} - \frac{1}{V_{n+1}^2}} \quad (6)$$

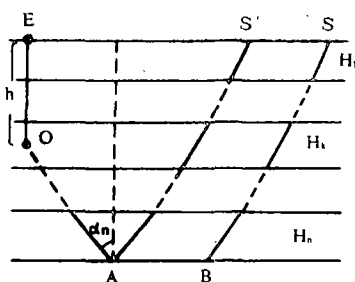


图 3

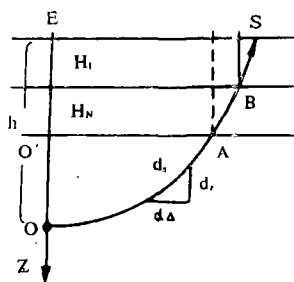


图 4

4. 震源在地壳以下的地震波走时方程

如图 4 所示, 对于从震源到地壳底部的波射线要考虑波速随深度变化引起的弯曲。取曲线 OA 段一个微元 $ds = dz \sqrt{1 + (d\Delta/dz)^2}$, 其中

$$\frac{d\Delta}{dz} = \operatorname{tg}\alpha(z) = P \cdot V(z) / \sqrt{1 - P^2 V^2(z)}, \quad P = \frac{\sin\alpha(z)}{V(z)} = \frac{\sin\alpha_N}{V_N} = \dots = \frac{\sin\alpha_1}{V_1}$$

则 $ds = dz / \sqrt{1 - P^2 V^2(z)}$, $dt = ds / V(z)$,

$$O'A = \int_{O'A} d\Delta = \int_0^{z_0} \operatorname{tg}\alpha(z) dz = \int_0^{z_0} P V(z) / \sqrt{1 - P^2 V^2(z)} \cdot dz$$

$$t_{OA} = \int_0^1 dt = \int_0^{z_0} \frac{1}{V(z)} \frac{1}{\sqrt{1 - P^2 V^2(z)}} \cdot dz$$

射线段AB是地震波在地壳的传播。参数方程为:

$$\Delta = \int_0^{z_0} P V(z) / \sqrt{1 - P^2 V^2(z)} \cdot dz + \sum_{i=1}^N P H_i V_i / \sqrt{1 - P^2 V_i^2} \quad (7)$$

$$t = \int_0^{z_0} 1 / V(z) \sqrt{1 - P^2 V^2(z)} \cdot dz + \sum_{i=1}^N H_i / V_i \sqrt{1 - P^2 V_i^2} \quad (8)$$

二、理论公式的数值解

理论公式中的震中距 Δ 用震中和台站坐标计算。设地震台的地理纬度为 ϕ , 经度为 λ , 地心余纬度为 ϕ' , 震中地理纬度为 ϕ_0 , 经度为 λ_0 , 地心余纬度为 ϕ'_0 ;

则 $\cos\Delta = a \cdot A + b \cdot B + C \cdot C$

式中 $a = \sin\phi'_0 \cdot \cos\lambda_0$,

$b = \sin\phi'_0 \cdot \sin\lambda_0$,

$c = \cos\phi'_0$,

$A = \sin\phi'_0 \cdot \cos\lambda_0$,

$B = \sin\phi'_0 \cdot \sin\lambda_0$,

$C = \cos\phi'_0$,

地带纬度 ϕ 与地心纬度 $\bar{\phi}$ 有如下关系:

$$\tan\bar{\phi} = (1 - e)^2 \tan\phi$$

式中 e 为地球扁率, 取 $e = \frac{1}{297}$, 余纬度定义为 $\phi' = 90^\circ - \bar{\phi}$ (北纬)。已知地理纬度, 即可

求出地心纬度和地心余纬度, 再利用上述公式可以求出震中距。

根据折射定律, 射线常数 P 是入射角 α 的函数。当地壳结构模型选定, 入射角和震中距是一一对应的, 可以由震中距参数方程近似求解 P 值。本文用线性内插法求解。即构造区间 $[a, b]$ 及其函数 $F(P)$, 从 a 开始以一个基本步长 ΔP 分隔该区间, 依次计算: $P_i = a + i\Delta P$ 及 $F(P_i)$, 判断相邻两个函数值是否同号。若 $F(P_i)$ 与 $F(P_{i+1})$ 符号相同, 则再增加步长继续计算、判断, 直至出现函数值反号。我们将这个过程称为挑选区间。函数值反号说明该小区间 $[P_i, P_{i+1}]$ 内必有一个实根使得 $F(P) = \Delta$ 。为此将该小区间视为新的区间 $[a, b]$, 采用线性内插公式: $P = b - F(b) \frac{b - a}{F(b) - F(a)}$, (10) 将 P 逐次代替 a 或 b , 使得区间逐次缩小逼近真解, 直到 $|F(P_i) - \Delta| < 0.5$ 公里即满足要求。

从计算公式本身和物理意义可知, P 值应满足不等式: $0 \leq P < \frac{1}{V_{max}}$ 。以此作为第

一次选择构造区间 $[a, b]$ 的原则,实际上,为了节省计算时间,加快收敛速度,根据各种波射线的路径,分别选取各自的初值 P_0 :

$$\text{直达波: } P_0 = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + h^2}} \cdot \frac{1}{V_{m.s}} \quad (11)$$

$$\text{反射波: } P_0 = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + (2H - h)^2}} \cdot \frac{1}{V_{m.s}} \quad (12)$$

式中 Δ 为震中距, h 为震源深度, H 为地壳厚度, $V_{m.s}$ 为地壳底层速度。在选择区间的过程中,即要保证 P 值的精度又要使得自变量 P 不至于超界,程序设计中采取变步长的方法自动调整,使区间套逐步缩小。

对地壳下面的地震波只考虑 P 波和 S 波,假设速度随深度是线性变化: $V = a + bz$ 。公式(07)、(08)中定积分采用梯形公式:

$$\Delta v = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N \left(\frac{PV_i}{\sqrt{1 - P^2 V_i^2}} + \frac{PV_{i+1}}{\sqrt{1 - P^2 V_{i+1}^2}} \right) \Delta z + \sum_{i=1}^N \frac{PH_i V_i}{\sqrt{1 - P^2 V_i^2}} \quad (13)$$

$$t_v = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N \left(1/V_i \sqrt{1 - P^2 V_i^2} + 1/V_{i+1} \sqrt{1 - P^2 V_{i+1}^2} \right) \Delta z + \sum_{i=1}^N H_i / V_i \sqrt{1 - P^2 V_i^2} \quad (14)$$

式中 V_i 是地壳各层速度, $i = 1, 2, \dots, N$

V_j 是地壳下的速度, $V_j = a + b \cdot z_j$, $j = 0, 1, \dots, 10$

三、观测走时曲线

1. 海拔高程差的观测走时改正

设地震台对标准面的高差为 δh , 地震台在标准面以上 δh 取正值, 在标准面以下 δh 取负值, 高差对走时产生的误差为 δt_1 。对单层模型:

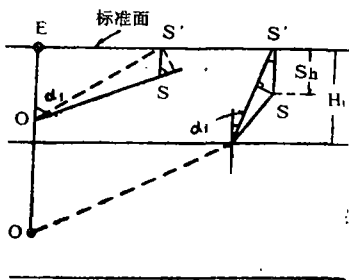


图 5

$$\delta t_1 = \frac{\delta h \cdot \cos \alpha_1}{V_1},$$

$$\cos \alpha_1 = (h + \delta h) / \sqrt{\Delta^2 + (h + \delta h)^2}$$

对多层模型:

$$\delta t_1 = \frac{\delta h \cdot \cos \alpha_1}{V_1},$$

$$\cos \alpha_1 = \sqrt{1 - P^2 V_1^2}$$

2. 震源深度差的观测走时改正

利用波的理论公式分别求出震源深度 h 和标准深度 Z 处的理论走时(对同一个 Δ 而言), 将它们的时间差作为深度改正量: $\delta t_2 = T(Z) - T(h)$ 。

经过两次改正, 观测走时 $\bar{T} = T + \delta t_2 - \delta t_1$ 。

3. 观测走时曲线

我们对以双曲线式 $t = \sqrt{a_0 + a_1 \Delta^2}$ 拟合可能引起的误差进行了检验。对双层地壳模

型P的理论时距曲线, 从 $\Delta = 0$ 公里开始, 每隔10公里取一组数值 (Δ, t) , 至1000公里共取101组, 作为观测值进行拟合, 得到系数 a_0 和 a_1 , 然后再算出对应于上面101组的拟合数值, 所有对应的数值的差为 $\pm 0.01 \sim \pm 0.05$ 秒, 证明用双曲线式拟合是可行的。

我们用一般多项式 $t = b_0 + b_1 \Delta + b_2 \Delta^2$ 对 $h = 20$ 公里的观测数值拟合, 发现直达波、反射波、绕射波的拟合曲线都向上凹, 与理论曲线有两个交点, Δ 小于100公里的直达波、反射波的时距曲线成为直线, $\Delta = 0$ 公里和 $\Delta = 1000$ 公里的走时偏差最大, 经分析认为, 这是由于我们的观测数据主要分布在100—600公里范围内, 拟合曲线向 $\Delta = 0$ 和 $\Delta = 1000$ 公里外推, 出现了较大偏差。因此不能采用多项式拟合。

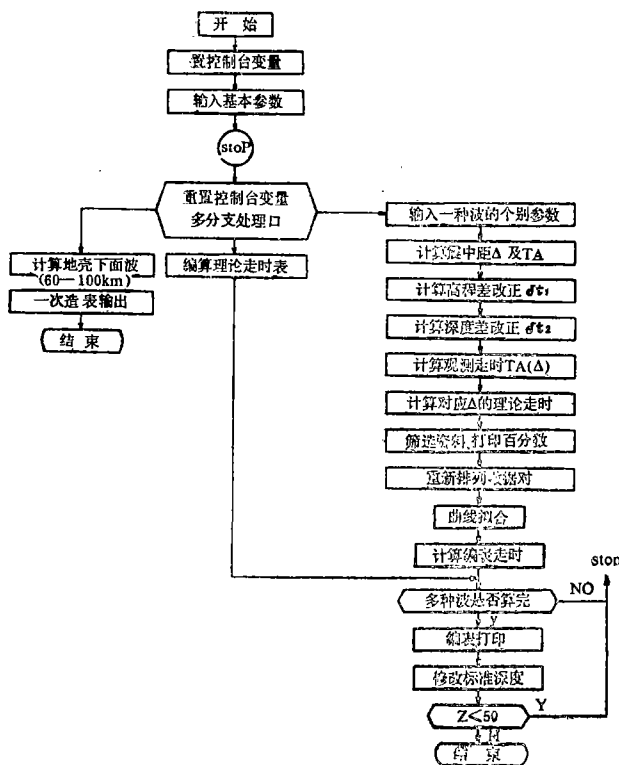
曲线拟合过程是: (1) 将实测走时进行台站高程差和震源深度差改正后得出观测走时; (2) 将观测走时与对应的理论走时进行比较, 筛选出精度较高的资料, P波挑选误差范围是4秒, S波是5秒, 它们以数据对 (Δ_1, t_1) 的形式出现; (3) 将参加拟合的数据对, 按 Δ_1 由小到大顺序排列; (4) 调用子程序进行曲线拟合, 绕射波可直接得到线性方程的拟合系数 a_0 和 a_1 , 由计算机按照方程 $t = a_0 + a_1 \Delta$ 计算观测走时表, 直达波和反射波调用之前将数据对平方再做自变量, 调用结果得到系数 a_0 和 a_1 , 这时观测曲线方程为

$$t = \sqrt{a_0 + a_1 \Delta^2}, \text{ 依此式计算走时表。}$$

四、计算步骤及程序使用说明

1. 由观测数据计算近地震波走时表的步骤:

(1) 输入原始数据; (2) 计算震中距及实测走时; (3) 计算改正量 δt_1 、 δt_2 及



观测走时; (4) 计算理论走时并筛选、排列; (5) 求拟合曲线, 计算编表走时; (6) 重复1至5步计算各种波的走时; (7) 造表打印某一深度的走时表; (8) 重复1至7步计算不同深度的走时表, 计算流程图附后, 图中还给出了编算理论走时表的过程。

2. 程序使用说明

全部计算过程是用ALGOL60算法语言在DJS-6机上实现的。

(1) 主要符号简介

N: 台站总数; M: 地震总数; L: 地壳层数加1; Z: 标准深度; ZH[1: N]: 台站高程; ZA[1: N, 1: 2], 台站纬度和经度; E[1: M, 1: 2]: 震中纬度和经度; Ho[1: M]: 震源深度; To[1: M]: 发震时刻; HL[1: L]: 地壳各层厚度; HL[L]是地壳厚度; VL[1: L]各层速度; TT: 筛选的语言, II: 波类型数(本文允许12种, 如 $\bar{P}$ 、 P_n 、 P_m 等); PP: 波种类数, 本文考虑直达、反射、绕射和地壳下面的波; LL: 发生反射或绕射的层数; A[1: M]: 记录各次地震的台站数目; B[1: MN]: 台站编号; TA[1: MN]: 地震到时, 以后存放观测走时; TG[1: MN]: 理论走时; T: 存放编表数据。

(2) 输入和输出

首先控制台置N、M、L、Z。输入元素顺序是ZA、ZH、E、Ho、To; V_p , V_s , HL。选择好波类型II、波种类PP、LL及误差TT之后输入相应观测资料A、B、TA。计算中快打输出筛选资料的百分数及拟合系数, 最后宽打输出走时表。

(3) 编表过程

本文将同一个深度的各种波的走时编在一张表内, 于是程序设计时在基本参数输入之后有一次暂停, 这是多分支处理口, 根据控制台参数的再置可以选择。编表时, 一种波算完可以换另一种波, 直到各种波算完造表打印输出。这是对一标准深度。程序可以自动修改连续计算直至50公里为止。如果为了分析对照, 完全按理论公式编表, 也可以从该分理口转向另一个分支, 编表方法完全相同。同样还可以转向计算地壳以下的地震波走时表, 该表深度在60—100公里, 各个深度的P波、S波走时印在一张表内。表的格式和内容见《甘肃地区近地震波走时表》。

本文所介绍的编算近地震波走时表的方法和程序, 在编制甘肃、青海南部、陕西、宁夏地区的走时表时起到了有效的作用。如果将地震定位、地壳模型的反演和走时曲线计算编表程序连接一体, 就更系统和完善了。这样的工作还有待今后进行。

(本文1986年4月15日收到)

参 考 文 献

- [1] H. 杰弗里斯, K.E. 布伦, Seismological Tablok, Brlt. Ass. Adv. Sei., 1970.
- [2] 郭履灿等, 中国地区P波和S波走时表, 地震学报, Vol. 1, No. 2, 1981.
- [3] 张 诚等, 怎样编制近震时距曲线, 地震战线, No. 1, 1979.
- [4] 中国科学院沈阳计算技术研究所, 电子计算机常用算法, 科学出版社, 1976.

THE CALCULATION METHOD AND THE DESIGNING PROGRAMME
OF THE TRAVEL TIME TABLE FOR THE NEARBY SEISMIC
WAVE OF MULTIPLE-LAYER CRUST MODEL

Shao Shiqin Zhang Cheng Deng Qizang

(Lanzhou Seismological Institute, State Seismological Bureau, China)

Abstract

This Paper discusses how to calculate the travel time of nearby-seismic wave, gives out the four kinds of equations of time interval of near-by seismic wave for the interval multiple-layer crust model, deals with the theoretical time-interval equations and their solution ways, obtains the experience and the methods of time interval curve for the fitting observation, designs the solution of the theoretical time interval equations as well as the fitting observationary curve and the calculation program in making the table.