杨贝贝,李伟华,赵成刚,等.基于 Comsol 的饱和多孔介质动力方程的数值模拟及应用[J].地震工程学报,2017,39(2):0321-0328.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.02.0321

YANG Bei-bei,LI Wei-hua,ZHAO Cheng-gang,et al.Numerical Simulation and Application of Dynamic Equations of Saturated Porous Media Based on COMSOL[J].China Earthquake Engineering Journal,2017,39(2):0321-0328.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.02.0321

# 基于 Comsol 的饱和多孔介质动力方程的 数值模拟及应用。

杨贝贝1,李伟华1,赵成刚1,李梦姿2

(1.北京交通大学 土木建筑工程学院,北京 100044; 2.华北水利水电大学 资源与环境学院,河南 郑州 450046)

摘要:两相饱和多孔介质的动力响应问题在地震工程领域具有重要的研究意义,由于涉及到固相和 液相的动力耦合,使得该问题的求解尤为复杂。本文利用 Comsol 在求解多场耦合问题上的优点, 针对 Biot 饱和多孔介质 u-U 耦合形式下的波动方程特征,经过一系列微分算子运算和矩阵变换得 到导数形式下的波动方程,基于 Comsol Multiphysics 提供的广义偏微分方程模式对变形后的波动 方程进行求解,并把改进后的无限元边界应用到无限域动力问题的模拟中。通过与饱和多孔介质 动力响应的解析解进行对比,验证模型求解技术的可行性和正确性,并在此基础上讨论饱和土地基 中空沟隔振效果与饱和土体参数孔隙率、泊松比的关系。通过研究分析,可以为饱和土地基中空沟 隔振设计提供一些有价值的参考。

关键词: Biot 饱和多孔介质; u-U 耦合方程; Comsol Multiphysics; 动荷载; 空沟
 中图分类号: TU443
 文献标志码: A 文章编号: 1000-0844(2017)02-0321-08
 DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.02.0321

# Numerical Simulation and Application of Dynamic Equations of Saturated Porous Media Based on COMSOL

YANG Bei-bei<sup>1</sup>, LI Wei-hua<sup>1</sup>, ZHAO Cheng-gang<sup>1</sup>, LI Meng-zi<sup>2</sup>

(1.School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
2.School of Resources and Environment, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, Henan, China)

Abstract: The dynamic response of two-phase saturated porous media is of great significance in the field of earthquake engineering. The solution to this problem is complicated due to the dynamic coupling between the solid and liquid phases. So, its volatility is very large using general numerical software, and the results are generally not ideal. Hence, it greatly hinders the speed of the numerical methods for the study of the two-phase coupling problem. In this paper, the advantages of COMSOL in solving the multi-field coupling problem is utilized, to provide the wave equation characteristics of the Biot-saturated porous medium u-U coupled mode, using a series of

① **收稿日期:**2016-04-25

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2015CB057800)

作者简介:杨贝贝(1989一),男,硕士,主要从事土动力学和地震工程学方面的研究。E-mail:14121127@bjtu.edu.cn。

通信作者:李伟华(1976-),女,博士,副教授,主要从事土动力学和地震工程学方面的教学和科研工作。E-mail: whli@bjtu.edu.cn。

differential operators and matrix transformation. Then, the wave equation of the derivative is obtained, based on the generalized partial differential equation model in the COMSOL Multiphysics module to solve the converted wave equation, and the improved infinite element boundary is applied to the simulation of the infinite domain dynamic problem. To prove the scientific nature of this method, the following methods are used to verify the accuracy of the method. By comparing with the analytical solution of the dynamic response of a saturated porous medium, the feasibility and correctness of the proposed model is verified, and based on this method, the relationship between the screening efficiency of the open trenches in the saturated soil foundation and the Poisson's ratio and porosity of the saturated soil are discussed. Through the research and analysis in this paper, the solution to the numerical solution of the dynamic coupling equations of the saturated porous media is realized, and it can also provide some valuable reference for the design of the open trenches vibration isolation in the saturated soil foundation. On the other hand, it also provides some valuable reference for practical engineering applications.

**Key words**: biot saturated porous media; *u-U* coupled formulation; comsol multiphysics; dynamic load; open trenches

# 0 引言

过去研究土体在动力或地震作用下的响应问题 中一般直接把土体简化为弹性介质或黏弹性介质来 考虑,但这并不太符合实际情况,尤其是在分析饱和 黏土、饱和砂土以及饱和多孔岩石介质的问题中。 随着人类认识水平的提高和科学研究的需要,处理 饱和多孔介质问题时采用包含固相和液相的两相饱 和介质模型显得更为科学合理。

目前解决饱和介质动力响应问题多以 Biot 饱 和多孔介质波动理论<sup>[1-2]</sup>为基础, Plona 在 1980 年 通过试验证明了 Biot 动力理论的正确性。

国内外学者分别采用了解析和数值的方法对 Biot 动力方程进行了求解,以揭示动力荷载对饱和 多孔介质中两相位移和应力的影响机理和规律。 CHEN J<sup>[3]</sup>利用 Laplace 积分变换给出了二维饱和 多孔介质动力响应的解析解,并给出了在阶跃荷载 作用下土中固相位移的瞬态响应规律。赵成刚 等<sup>[4-5]</sup>采用解耦技术,提出了分析流体饱和多孔介质 中动力反应的显式有限元法并给出一维情况下两相 位移数值解。杜修力等<sup>[6]</sup>提出基于中心差分法和精 细时程积分法相结合的时域显-隐交替算法,分析了 饱和两相介质动力反应。王进廷等<sup>[7]</sup>把 Lagrange 型二次插值函数近似位移函数,推出了另一种显式 差分法来分析饱和多孔介质动力方程。Simon 等<sup>[8]</sup> 对 Biot 两相多孔介质动力方程进行了研究,并给出 了在不同动力荷载作用下 Biot 波动方程的解析解。 Zienkiewicz 等<sup>[9]</sup>又对不同形式的 Biot 饱和多孔两 相动力方程进行深入研究,通过数值的办法得到了 不同耦合形式方程的数值解。

由于饱和多孔介质动力问题的复杂性,描述该问 题的动力方程是固相和液相相互耦合的二阶偏微分方 程组,采用解析办法求解很困难,现用的较多的是数值 方法。目前求解饱和多孔介质动力响应问题的数值方 法多以有限元方法为主。随着计算机技术的发展,愈 多的研究者开始使用大型计算机有限元软件来分析饱 和多孔介质的动力问题。因而使用有限元软件来求偏 微分方程组的数值解拥有非常广阔的前景。

Comsol Multiphysics 有限元软件<sup>[10]</sup> 是一款大型的高级数值仿真软件,具有高效的非线性微分方程求解和多场直接耦合分析能力。Comsol 自带的PDE 模块可以方便地自定义偏微分方程或偏微分方程组,且 Comsol 拥有强大的后处理功能,这为后期结果的分析提供便利。

本文采用 Comsol Multiphysics 有限元软件建立饱 和动力问题的分析模型,并求出数值解,通过与现有的 解析解进行对比,验证它的正确性。并将该方法用于 饱和土地基中空沟隔振效果分析中,讨论饱和土地基 中空沟隔振效果与饱和土孔隙率、泊松比的关系。

#### 1 饱和多孔介质动力控制方程

#### 1.1 *u-U* 形式耦合方程

考虑惯性和黏性耦合作用,以 u 和 U 分别表示

流体部分和固体骨架部分的位移,此时 Biot 波动方 程<sup>[11]</sup> 可以表示为:

$$N \nabla^{2} u + \nabla \lfloor (A + N)e + Q\varepsilon \rfloor = (\rho_{11}\dot{u} + \rho_{12}U) + b(\dot{u} - \dot{U})$$

$$(1)$$

$$\nabla \left[ Qe + R\varepsilon \right] = \left( \rho_{12} \ddot{u} + \rho_{22} \ddot{U} \right) - b \left( \dot{u} - \dot{U} \right) \quad (2)$$

式中: $\rho_{11} = \rho_1 + \rho_a$ ,  $\rho_{22} = \rho_2 + \rho_a$ ,  $\rho_{12} = -\rho_a$ , 且  $\rho_1 = (1 - n)\rho_s$ ,  $\rho_2 = n\rho_f$ ,  $b = \frac{\eta n^2}{k}$ , 其中 $\rho_a$  为质量耦 合的附加质量密度,  $\rho_s$ ,  $\rho_f$  分别为土颗粒和孔隙流体 密度;  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子;  $\eta$  为流体黏滞系数; k 为 动力渗透系数, 量纲为  $L^2$ 。

以 σ<sup>1</sup> 和 s 分别表示固体土骨架部分和流体部分 承担的应力,则固体部分应力-应变关系为:

$$\sigma'_{ij} = 2N\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} (Ae + Q\varepsilon)$$
(3)  
流体部分应力- 应变关系为:

$$s = Qe + R\varepsilon \tag{4}$$

两者满足以下关系:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij}s \tag{5}$$

式中: $\sigma_{ij}$ 为土体单元总应力; $\delta_{ij}$ 为Kronecker符号;  $\varepsilon_{ij}$ 为土骨架应变, $\varepsilon_{ij} = \frac{u_{i,j} + u_{j,i}}{2}$ ; $e \in$ 分别为土骨 架和流体的体积应变,且 $e = \operatorname{div} u, \varepsilon = \operatorname{div} U; N, A,$ Q, R均为弹性参数,N, A类似弹性理论中的拉梅 常数,R, Q则是反映流体的弹性及流体和固体骨架 间的弹性相互作用。

#### 1.2 u-U 耦合方程广义变换

根据 Comsol Multiphysics 有限元软件中提供的求解偏微分方程 PDE 模块,需要对 *u-U*形式的耦合方程进行广义变换。在二维直角坐标系下对式(1)、(2)进行微分算子运算和矩阵变换。

定义如下变量:

 $u(x,y) = u_x i + u_y j, U(x,y) = U_x i + U_y j$  (6) 其中: $u_x , u_y$ 分别表示位移场 u 和 U 的 x, y 向分量。

由哈密顿算子:
$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j}, \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$
可得梯度:

$$\nabla \boldsymbol{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \boldsymbol{i} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \boldsymbol{j}$$
(7a)

$$\nabla^{2} \boldsymbol{u} = \left(\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}}\right) \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_{x} \\ \boldsymbol{u}_{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{u}_{x}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \boldsymbol{u}_{x}}{\partial y^{2}} \\ \frac{\partial^{2} \boldsymbol{u}_{y}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \boldsymbol{u}_{y}}{\partial y^{2}} \end{pmatrix}$$
(7b)

故

$$e = \nabla \cdot \boldsymbol{u} = \frac{\partial \boldsymbol{u}_x}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{\partial \boldsymbol{u}_y}{\partial \boldsymbol{y}}$$
(8a)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{U} = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \tag{8b}$$

由 e,ε 可得它们的散度为:

$$\nabla e = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \end{pmatrix}$$
(9a)

$$\nabla \varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} \end{pmatrix}$$
(9b)

式(1) 可化为:  $N \nabla^2 u + (A + N) \nabla e + Q \nabla \varepsilon = (\rho_{11}\ddot{u} + \rho_{12}\ddot{U}) +$ 

$$b(\dot{u} - \dot{U}) \tag{10}$$

将式(7)~(9)代入式(10)中可得;

$$\begin{pmatrix} (A+2N)\frac{\partial^{2}u_{x}}{\partial x^{2}} + (A+N)\frac{\partial^{2}u_{y}}{\partial x\partial y} + N\frac{\partial^{2}u_{x}}{\partial y^{2}} + Q\frac{\partial^{2}U_{x}}{\partial x^{2}} + Q\frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial x\partial y} \\ (A+2N)\frac{\partial^{2}u_{y}}{\partial y^{2}} + (A+N)\frac{\partial^{2}u_{x}}{\partial x\partial y} + N\frac{\partial^{2}u_{y}}{\partial x^{2}} + Q\frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial y^{2}} + Q\frac{\partial^{2}U_{x}}{\partial x\partial y} \end{pmatrix} = \rho_{11} \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2}u_{x}}{\partial t^{2}} \\ \frac{\partial^{2}u_{y}}{\partial t^{2}} \end{bmatrix} + \rho_{12} \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2}U_{x}}{\partial t^{2}} \\ \frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial t^{2}} \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} \frac{\partial u_{x}}{\partial t} - \frac{\partial U_{x}}{\partial t} \\ \frac{\partial u_{y}}{\partial t} - \frac{\partial U_{y}}{\partial t} \end{bmatrix}$$
(11)

式(2)可化为:

$$Q \nabla e + R \nabla \varepsilon = (\rho_{12} \ddot{u} + \rho_{22} \ddot{U}) - b(\dot{u} - \dot{U})$$
(12)

同上述变换可得;

$$\begin{pmatrix}
Q \frac{\partial^{2} u_{x}}{\partial x^{2}} + Q \frac{\partial^{2} u_{y}}{\partial x \partial y} + R \frac{\partial^{2} U_{x}}{\partial x^{2}} + R \frac{\partial^{2} U_{y}}{\partial x \partial y} \\
Q \frac{\partial^{2} u_{y}}{\partial y^{2}} + Q \frac{\partial^{2} u_{x}}{\partial x \partial y} + R \frac{\partial^{2} U_{y}}{\partial y^{2}} + R \frac{\partial^{2} U_{x}}{\partial x \partial y}
\end{pmatrix} = \rho_{12} \begin{bmatrix}
\frac{\partial^{2} u_{x}}{\partial t^{2}} \\
\frac{\partial^{2} u_{y}}{\partial t^{2}}
\end{bmatrix} + \rho_{22} \begin{bmatrix}
\frac{\partial^{2} U_{x}}{\partial t^{2}} \\
\frac{\partial^{2} U_{y}}{\partial t^{2}}
\end{bmatrix} - b \begin{bmatrix}
\frac{\partial u_{x}}{\partial t} - \frac{\partial U_{x}}{\partial t} \\
\frac{\partial u_{y}}{\partial t} - \frac{\partial U_{y}}{\partial t}
\end{bmatrix}$$
(13)

### 2 有限元分析模型

#### 2.1 Comsol 软件的二次开发

Comsol Multiphysics 有限元软件提供的 PDE 模块可以自定义所需要用的偏微分方程或偏微分方 程组,该模块主要分为系数型、广义型、弱解型三种 形式。为了灵活和方便地求解上述 *u-U* 形式的耦 合方程,本文选用广义型进行求解。根据广义变换 后的波动方程(11)、(13)对 Comsol 提供的 PDE 模 块进行二次开发,即可实现饱和多孔介质 *u-U* 形式 动力耦合有限元模型的建立。

一般在 PDE 中边界条件包括 Dirichlet(狄里克 莱)边界条件和 Neumann(纽曼)边界条件。位移初 始条件用 Dirichlet 边界来实现,应力、流量初始条 件可以通过 Neumann 边界条件来设定。

根据 PDE 中提供的广义型偏微分方程形式:

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = f \qquad (14)$$

故可根据式(14)把式(11)、(13)的质量项和阻尼项 写成如下矩阵形式:

$$e_{a} \frac{\partial^{2} u}{\partial t^{2}} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & 0 & \rho_{12} & 0 \\ 0 & \rho_{11} & 0 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 0 & \rho_{22} & 0 \\ 0 & \rho_{12} & 0 & \rho_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} u_{x}}{\partial t^{2}} \\ \frac{\partial^{2} U_{x}}{\partial t^{2}} \\ \frac{\partial^{2} U_{x}}{\partial t^{2}} \end{bmatrix}$$
(15)  
$$d_{a} \frac{\partial u}{\partial t} = \begin{bmatrix} b & 0 & -b & 0 \\ 0 & b & 0 & -b \\ -b & 0 & b & 0 \\ 0 & -b & 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_{x}}{\partial t} \\ \frac{\partial U_{x}}{\partial t} \\ \frac{\partial U_{x}}{\partial t} \\ \frac{\partial U_{x}}{\partial t} \end{bmatrix}$$
(16)

根据式(11)、(13)、(15)及(16)来完成 PDE 模块的二次开发。

#### 2.2 无限元边界

目前应用于饱和土中有限元分析的人工边界主 要有黏弹性边界和无限元边界<sup>[12]</sup>。由于黏弹性边 界应用起来较复杂,精度虽高但不易控制。本文基 于无限元分析的指导思想在构造无限元位移函数 时,在其形函数中引入衰减函数模拟波动向无穷远 处传播和能量的消散。具体思路如下。 利用有限元分析的知识把整体坐标 (*x*,*y*)中的平面单元映射成局部坐标(ξ,η)中的无限元,具体关系为:

$$x = \sum_{i=1}^{q} N_{i}(\xi, \eta) x_{i}, y = \sum_{i=1}^{q} N_{i}(\xi, \eta) y_{i} \quad (17)$$

式中:q = 4; $x_i$ , $y_i$ 是节点i在整体坐标系中的坐标 值; $N_i$ 为形函数,

$$N_{i} = \frac{1}{4} (1 + \xi_{i}\xi) (1 + \eta_{i}\eta) f_{i}(\xi, \eta) \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$
(18)

式中: $\xi_i$ 、 $\eta_i$ 为节点i在局部坐标系中的坐标; $f_i$ ( $\xi$ , $\eta$ ) 为衰减函数,为了保证衰减效果,本文取指数型衰减 函数:

 $f_i(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = e^{\left[(\boldsymbol{\xi}_i + \boldsymbol{\eta}_i) - (\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta})\right]/L} e^{-ik(\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta})}$ (19)

式中:L 为控制变量衰减程度的衰减因子; $k = \omega/c$  为波数。当单元仅沿 $\xi$ 方向无限伸展时,取 $\eta = \eta_i = 0$ 。无限元的位移函数取

$$u = \sum_{i=1}^{q} N_{i} u_{i}, \ v = \sum_{i=1}^{q} N_{i} v_{i}$$
(20)

式中:u<sub>i</sub>、v<sub>i</sub>为节点 i 的位移。

#### 3 验证

为了验证 Comsol Multiphysics 数值模拟方法的正确性,建立图1所示的计算模型,将计算结果与 J.CHEN 给出的解析解<sup>[3]</sup>进行比较。



验证采用的计算模型如图 1 所示,为二维半无 限流体饱和多孔介质表面受到竖向集中的单位阶跃 荷载作用,荷载形式为:

$$H(t) = \begin{cases} 0, & t < 0\\ 1, & t \ge 0 \end{cases}$$
(21)

边界如图1所示,荷载作用在坐标原点处,y轴

向下。设顶部边界为透水边界,即在 y = 0 时,孔隙 压力为零。利用本文方法引入无限元人工边界选取 模型尺寸。

为方便对比,采用了下列无量纲参数;

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu + \alpha^2 M}, \ \mu^* = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu + \alpha^2 M},$$
$$M^* = \frac{M}{\lambda + 2\mu + \alpha^2 M}, \ \rho^* = 1, \ \rho_i^* = \frac{\rho_i}{\rho}, \qquad (22)$$

 $m^* = -\rho, \kappa^* = 1$ 

式中: $m = \frac{\rho_a}{n^2} + \frac{\rho_i}{n}$ ;  $\kappa = \frac{k}{\eta}$ ;  $\lambda \downarrow \alpha M$  均为流体饱和 介质的材料数,与  $A \downarrow N \downarrow R$ , Q 的关系如下:

 $N = \mu$ ,  $Q = n(\alpha - n)M$ ,  $A = \lambda + M (\alpha - n)^2$ ,  $R = n^2 M_{\alpha}$ 

将坐标与时间同样进行无量纲化:

$$y_i = \frac{u_i}{\rho k C_p}, \ \tau = \frac{t}{\rho k}$$
(23)

其中: $C_{p} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu + \alpha^{2}Q}{\rho}}$ 为液相和固相相对位移 为 0 时流体饱和多孔介质的压缩波波速。

为0时流体饱和多扎介质的压缩波波速。 相相LOUDX<sup>13</sup>从出始工具织会数、\*

根据 J.CHEN<sup>[3]</sup>给出的无量纲参数  $\lambda^* = 0.128$  6,  $\mu^* = 0.274$  6,  $M^* = 0.467$  9,  $\rho^* = 1.0$ ,  $\rho_f^* = 0.439$  9,  $m^* = 2.256$ ,  $\kappa^* = 1.0$ ,  $\alpha = 0.83$ 。用 Comsol Multiphysics 二次开发来计算无量纲坐标(1,2)处竖向 固相位移。图 2(a)给出了无量纲坐标(1,2)处的竖 向固相位移  $u_y$ 与无量纲时间  $\tau$  的关系;图 2(b)给出 了无量纲坐标(1,2)处的水平向固相位移  $u_x$ 与无量 纲时间  $\tau$  的关系,由图 2 可看出,解析解和数值解结 果吻合较好,说明此方法可行,且满足精度要求。

#### 4 空沟隔振效果分析

近年来我国交通基础设施取得了迅速发展,如 高速公路、高速铁路、城市轨道交通等。这些设施给 人们带来交通便利的同时,也带来了环境振动的问 题。在振源与建筑物之间设置空沟、填充沟、排桩等 屏障是处理振动影响的有效途径。由于空沟这种屏 障具有施工方便、隔振效果显著等特点,在研究和实 践中受到广泛重视。

国内外很多学者对空沟隔振问题进行了大量的 试验研究和数值分析。Ahmad 等<sup>[13]</sup>用三维边界元 法(BEM)研究了空沟对机器振动的屏蔽效果;Yang 等<sup>[14]</sup>运用 FEM 系统地研究了空沟、填充沟和弹性 基础等三种屏障对铁路的隔振效果;熊浩等<sup>[15]</sup>采用 二维格子法,研究了二维均质地基中空沟对作用于 路基顶部交通荷载的隔振效果;袁万等<sup>[16]</sup>基于 Biot 饱和多孔介质 U-W 格式动力控制方程,采用 Galerkin 法和 Fourier 变换建立了饱和土地基中空沟分 析模型;徐平等<sup>[17]</sup>通过现场试验和数值模拟的方法 研究了空沟在冲击荷载作用下空沟的设计尺寸对空 沟隔振效果的影响。



图 2 坚向及横向固相位移数值计算与解析解结果对比 Fig.2 Comparison of numerical and analytical solutions of vertical and transverse solid phase displacement

目前对空沟隔振的研究很多是基于均匀弹性介 质的,而针对饱和多孔介质地基中隔振的研究还不 是很多,且所研究的范围大多数是空沟的几何尺寸 对空沟隔振的影响规律,很少研究饱和多孔介质独 有的土性参数对空沟隔振效果的影响。本文是基于 前文验证的方法来研究饱和多孔介质土性参数孔隙 率和泊松比对空沟隔振效果的影响规律。采用数值 模拟的方式对空沟隔振效果进行研究,探讨在饱和 多孔介质地基中饱和土孔隙率和泊松比对空沟隔振 效果的影响。图 3 为有限元模型示意图,模型的左 右侧面和底面施加无限元人工边界。模型宽度取 200 m、深度取 200 m。空沟中心距离原点位置为 r、空沟宽度为w、深度为d。





用正弦波来模拟交通荷载,假定它集中施加于 饱和多孔地基上。正弦波力源表达式为:

$$f(t) = A_0 \sin(2\pi f_0 t) \tag{24}$$

式中: $f_{\circ}$ 为正弦波荷载频率,在这取 2 Hz; $A_{\circ}$ 为荷 载幅值,取  $1 \times 10^4$  Pa。

饱和多孔地基土参数参考文献[18]中考虑了孔 隙率变化对动力方程中弹性参数的影响,并根据上 述文献给出的孔隙率与体积模量之间的数学关系推 导出本文所用到的土性参数。具体数值如下表1。

同样为了研究方便,本文中空沟的隔振效果采 用位移幅值系数来评价:

$$A_{s} = P_{1}/P_{2}$$
 (25)

式中:*P*<sub>1</sub>是设置空沟后地表某处的位移幅值;*P*<sub>2</sub>是 无空沟时同一位置处的位移幅值。

表 1 饱和土地基土体参数 Tabe 1 Parameters for the saturated ground

								0					
了购卖				V	0	D		$\nu = 0.1$		$\nu = 0.2$		v=0.3	
北际平	$\rho_{11}$	$\rho_{12}$	$\rho_{22}$	Λ dry	Q	K	b	$(\mu/N)$	Α	$(\mu/N)$	Α	$(\mu/N)$	Α
n	$/(kg \cdot m^{-3})$	$/({\rm kg} \cdot {\rm m}^{-3})$	$/(kg \cdot m^{-3})$	/MPa	/MPa	/MPa		/MPa	/MPa	/MPa	/MPa	/MPa	/MPa
								/ IVII a	/ 1 <b>VII</b> a	/ IVII a	/ WII a	/ IVII a	/ IVII a
0.1	2 835	-450	550	26 055	321.1	182.2	0	28 420	7 672	19 540	13 590	12 030	18 600
0.2	2 520	-400	600	16 111	642.1	364.3	0	17 580	5 525	12 080	9 187	11 150	12 290
0.3	2 205	-350	650	6 167	963.1	546.5	0	6 727	3 379	4 625	4 781	2 846	5 967

#### 4.1 饱和多孔地基中空沟隔振效果分析

在饱和多孔地基土中,空沟的中心距离荷载中 心r=21 m,沟宽w=2 m,沟深d=5 m。饱和地基 土性参数选取n=0.1、v=0.1时这一组参数。

图 4 和图 5 分别表示饱和地基土在荷载为上述 正弦波时,地基中无空沟和有空沟时的位移云图与 均质饱和多孔地基中无空沟和有空沟时表面不同位 置处水平向位移幅值的变化规律。

由图 5 可见,在正弦波荷载作用下,空沟的隔振 效果较好。设置空沟后的位移幅值均减小,但距离 空沟越远,空沟的隔振效果越小。

#### 4.2 孔隙率对隔振效果的影响

计算模型为空沟的中心距离荷载中心r=21 m,



图 4 空沟对地基表面动力响应的云图 Fig.4 The dynamic response of theopen trenches on the foundation surface



图 5 空沟对地基表面动力响应的隔振效果



沟宽 w=2 m,沟深 d=5 m下,泊松比 $\nu=0.1$ ,孔隙 率分别取 n=0.1、0.2、0.3,饱和土地基参数在计算 时分别选取在不同孔隙率下的土性参数,这样就能 研究孔隙率为单一变量而其他土性参数为因变量情 况下孔隙率对空沟隔振效果的影响规律。图 6 表示 在饱和多孔地基土中,荷载为上述正弦波荷载时,均 质饱和多孔地基表面水平向位移幅值系数的变化 规律。

由图 6 可见,随着饱和地基土孔隙率逐渐变大,

水平向最大位移幅值系数变大。从位移幅值变化规 律可以看出,孔隙率的增大对空沟隔振效果是不利 的。由此可以得出在大孔隙率的饱和多孔地基中用 空沟进行隔振效果不太好。





#### 4.3 泊松比对隔振效果的影响

计算模型为空沟的中心距离荷载中心 r = 21 m,沟宽 w = 2 m,沟深 d = 5 m 下,孔隙率 n = 0.1,泊松比分别取 v = 0.1、0.2、0.3,饱和土地基参数 在计算时分别选取在不同泊松比下的土性参数,这样就能研究泊松比为单一变量而其他土性参数为因 变量情况下泊松比对空沟隔振效果的影响规律。图 7表示在饱和多孔地基土中,荷载为正弦波时,均 质饱和多孔地基表面水平向位移幅值系数的变化 规律。





Fig.7 The variation of  $A_s$  with distance under different poisson's ratio

由图 7 可见,随着饱和地基土泊松比逐渐增大, 水平向位移幅值系数变大。从位移幅值系数变化规 律可以看出,相比孔隙率对隔振效果的影响,泊松比 的影响更大,随着泊松比的增大,空沟的隔振效果 变差。

## 5 结论

本文基于 Comsol Multiphysics 有限元软件的 PDE 模块进行二次开发,并对饱和多孔介质 *u*-U 耦合形式下的波动方程进行求解。建立饱和多孔介 质动力问题的分析模型,并将求出的数值解与解析 解进行对比验证,然后利用 Comsol Multiphysics 有 限元软件来研究饱和土地基中空沟隔振效果,并讨 论饱和土孔隙率和泊松比对空沟隔振效果的影响规 律,得出如下结论:

(1) 基于饱和多孔介质动力 u-U 耦合控制方 程,经过微分算子运算和矩阵变换得到导数形式下 的波动方程,借助 Comsol Multiphysics 计算平台, 实现饱和多孔介质动力耦合方程数值办法的求解。

(2)通过二维饱和多孔介质动力响应解析解和 数值解的对比分析,验证模型求解技术的可行性和 正确性,同时表明本文所用的无限元边界能够有效 地模拟动荷载在无限域饱和多孔介质中的传播。

(3) 通过有限元模拟分析得到在饱和多孔地基 土中设置空沟进行隔振是可行的,空沟的隔振效果 不仅与空沟的物理尺寸有关,还和饱和地基土孔隙 率和泊松比等因素有关。研究发现随着饱和土孔隙 率和泊松比的增大,空沟的隔振效果变差,而且泊松 比对隔振效果影响更大。

#### 参考文献(References)

- [1] Biot M A.Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluidsaturated Porous Solid. I .Low-frequency Range[J].Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2):168-178.
- [2] Biot M A. Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluidsaturated Porous Solid. II. Higher Frequency Range[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2):179-191.
- [3] CHEN J.Time Domain Fundamental Solution to Biot's Complete Equations of Dynamic Poroelasticity. Part I: Two-Dimensional Solution[J].J Solids Structures, 1994, 31(10): 1447-1490.
- [4] 赵成刚,闫华林,李伟华等.考虑耦合质量影响的饱和多孔介质 动力响应分析的显式有限元法[J].计算力学学报,2005,22
   (5):555-561.

ZHAO Cheng-gang, YAN Hua-lin, LI Wei-Hua, et al. Dynamic Analysis of Fluid Saturated Porous Media by Using Explicit Finite Element Method Considering the Effects of Coupling Mass[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2005, 22(5);555-561.(in Chinese)

- [5] 赵成刚,王进廷,史培新,等.流体饱和两相多孔介质动力反应 分析的显式有限元法[J].岩土工程学报,2001,23(2);178-182. ZHAO Cheng-gang, WANG Jin-ting, SHI Pei-xin, et al. Dynamic Analysis of Fluid-saturated Porous Media by Using Explicit Finite Element Method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001,23(2);178-182. (in Chinese)
- [6] 杜修力,宋佳,李亮.u-p 格式饱和两相介质动力问题的显-隐式 交替算法[J].岩土工程学报,2016,38(3):395-403.
  DU Xiu-li, SONG Jia, LI Liang. Explicit-implicit Staggered Algorithm of u-p Formulation for Dynamic Problems of Fluidsaturated Porous Media[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016,38(3):395-403. (in Chinese)
- [7] 王进廷,杜修力.有阻尼体系动力分析的一种显式差分法[J]. 工程力学,2002,19(3):109-112.
  WANG Jin-ting,DU Xiu-li. An Explicit Difference Method for Dynamic Analysis of a Structure System with Damping[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(3):109-112. (in Chinese)
- [8] Simon B R,Zienkiewicz O C,Paul D K.An Analytical Solution for the Transient Response of Saturated Porous Elastic Solids [J].International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1984, 8(4): 381-398.
- [9] Zienkiewicz O C, Shiomi T. Dynamic Behaviour of Saturated Porous Media; the Generalized Biot Formulation and Its Numerical Solution[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1984, 8(1):71-96.
- [10] 程学磊,崔春义,孙世娟.COMSOL Multiphysics 在岩土工程中的应用[M].北京:中国建筑工业出版社,2014.
  CHENG Xue-lei,CUI Chun-yi,SUN Shi-juan. Application of COMSOL Multiphysics in Geotechnical Engineering[M].Beijing:China Architecture & Building Press,2014. (in Chinese)
  [11] 吴世明.土介质中的波[M].北京:科学出版社,1997.
- [11] 天世明.工作與中的版[M].北京:科学语版社,1997.
  WU Shi-ming. Wave Propagation in Soils[M]. Beijing: Science Press,1997. (in Chinese)
- [12] 房营光.岩土介质与结构动力相互作用理论及其应用[M].北

京:科学出版社,2006.

FANG Ying-guang. Theory and Application of Dynamic Interaction between Rock and Soil Media[M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese)

- [13] Ahmad S, Al-Hussaini T M, Fishman K L. Investigation on Active Isolation of Machine Foundations by Open Trenches
   [J].Journal of Geotechnical Engineering, 1996.
- [14] Yang J. Sato T. On the Velocity and Damping of Elastic Waves in Nearly Saturated Soils[C]//Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Japan National Conference on Geotechnical Engineering, 1998.
- [15] 熊浩,高广运,王小岗. 均质地基中空沟对交通荷载的隔振分析[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2011, 42(8):2459-2468.
  XIONG Hao, GAO Guang-yun, WANG Xiao-gang. Analysis of Isolating Vibration from Traffic by Open Trench in Homogenous Ground[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2011, 42(8):2459-2468. (in Chinese)
- [16] 袁万,蔡袁强,史吏,等. 基于 2.5 维有限元饱和土地基中空沟 隔振性能研究[J]. 岩土力学, 2013,34(7):2111-2118.
  YUAN Wan,CAI Yuan-qiang,SHI Li, et al. Study of Vibration-isolation Efficiency of Open Trench in Saturated Ground by 2.5D Finite Element Method[J]. Rock & Soil Mechanics, 2013,34(7):2111-2118. (in Chinese)
- [17] 徐平,张天航,石明生,等. 空沟对冲击荷载隔离的现场试验 与数值模拟[J]. 岩土力学, 2014,35(增刊1):341-346.
  XU Ping, ZHANG Tian-hang, SHI Ming-sheng, et al. In-situ Test and Numerical Simulation of Isolation of Impact Loads by Open Trenches[J]. Rock & Soil Mechanics, 2014, 35(Supp 1):341-346. (in Chinese)
- [18] Lin C H, Lee V W, Trifunac M D. The Reflection of Plane Waves in a Poroelastic Half-space Saturated with Inviscid Fluid[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2005, 25(3):205-223.