

梁建文,金立国.基础柔性对土-结构相互作用系统响应影响的一个解析解[J].地震工程学报,2017,39(5):799-810.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.05.799

LIANG Jianwen,JIN Ligu.The Effect of Foundation Flexibility on System Response of Dynamic Soil-structure Interaction: An Analytical Solution[J].China Earthquake Engineering Journal,2017,39(5):799-810.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.05.799

基础柔性对土-结构相互作用系统 响应影响的一个解析解^①

梁建文^{1,2}, 金立国²

(1.天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室,天津 300354; 2.天津大学建筑工程学院土木工程系,天津 300354)

摘要:采用波函数展开法,通过 SH 波入射均匀半空间中二维埋置半圆形刚柔复合基础-单质点模型,推导土-刚柔复合基础-上部结构动力相互作用的解析解,并验证解的正确性。研究表明:基础柔性对于系统响应峰值与系统频率有较大影响。考虑基础柔性后,上部结构相对响应峰值相比全刚性基础结果均有一定减小,且系统频率也会产生向低频偏移的现象。

关键词:基础柔性;系统响应;系统频率;复合基础;土-结构动力相互作用;波函数展开法;平面 SH 波

中图分类号:TU352

文献标志码:A

文章编号:1000-0844(2017)05-0799-012

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.05.0799

The Effect of Foundation Flexibility on System Response of Dynamic Soil-structure Interaction: An Analytical Solution

LIANG Jianwen^{1,2}, JIN Ligu²

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300354, China;

2. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300354, China)

Abstract: The closed-form analytical solution for the effect of foundation flexibility on system response amplitude and system frequency of dynamic soil-structure interaction is presented. The wave function expansion method through a two-dimensional (2D) out-of-plane model, in which a single-degree-of-freedom (SDOF) system is supported by a semi-circular rigid-flexible composite foundation embedded into a homogeneous half-space subjected to plane SH waves, is used. The accuracy of the analytical solution is verified by comparing the results of the rigid foundation-SDOF model with the results of the flexible foundation-SDOF model. The numerical results are also performed and analyzed. It is shown that foundation flexibility has a strong effect on the system amplitude and system frequency. The analysis shows the dynamic response of the foundation and the relative response of the superstructure are very different to that of the rigid foundation results, especially for the case of small shear-velocity of the flexible layer and the small size of the rigid core. The displacement of the rigid core is always larger than that of the rigid foundation.

① 收稿日期:2016-04-14

基金项目:国家自然科学基金项目(51378348,51578372)

作者简介:梁建文(1965—),男,博士,教授,主要从事地震工程研究。E-mail:liang@tju.edu.cn。

Moreover, the rigid foundation assumption cannot provide the correct deformation of the structure near the base in the actual soil-structure interaction. The peak of the relative response of the superstructure is also always smaller than that of the rigid foundation, which means the rigid foundation may overestimate the effects of scattering of incident waves and the effective input motion of the foundation. The flexibility of the foundation also significantly affects the system frequency. When considering the flexibility in the analysis, the system frequency defined by the peak of the relative response of the superstructure will shift toward lower frequencies compared with that of the rigid foundation, and the amount of shift is highly dependent on the foundation flexibility. The larger the foundation flexibility, the larger the shift value is. The largest shift value can reach 38.9% of the rigid foundation system frequency.

Key words: foundation flexibility; system response; system frequency; composite foundation; dynamic soil-structure interaction (SSI); wave function expansion method; plane SH waves

0 引言

土-结构动力相互作用一直都是地震工程研究领域中的热点问题。在实际的土-结构动力相互作用中,基础的柔性(即基础变形)是非常明显的,这一点也已被很多试验和观测所证实^[1-3]。为此,人们对柔性基础开展了一系列研究。

早期的研究^[4-8]指出,基础柔性对基础阻抗函数与基底应力分布有明显影响,但这些研究采用的均为板状地表基础,没有考虑土对基础的埋置作用,且均未涉及基础柔性对上部结构动力响应的影响。文献[9-10]首先注意到这一点,并开展了深入的研究工作,研究表明,考虑基础柔性后,靠近基础的上部结构的底部将会出现比全刚性基础假定所得结果更大的变形。文献[11]给出了复合基础上剪力墙动力响应的解析解,并与全刚性基础上剪力墙解析解^[12]进行了比较,但未涉及基础柔性对土-结构动力相互作用的系统响应峰值与系统频率的影响。

值得指出的是,Millikan 图书馆开展的动力实测^[1]表明,基础除有明显出平面变形外,基底应力并不像全刚性基础基底应力那样均匀分布,而是向刚度较大构件周围集中。以一个四周被剪力墙约束的基础底板为例,当剪力墙刚度较大,剪力墙与基础底板连接处会产生一个类似于刚性的区域,从而使基础底板的动力响应不同于按照刚性底板分析的结果。由此可见,在土-结构动力相互作用中考虑上部结构与基础连接处的刚性区域对基础和上部结构动力响应的影响是非常有意义的。

本文通过半空间中二维埋置半圆形刚柔复合基础-单质点模型,采用波函数展开法获得 SH 波入射下复合基础和上部结构动力响应的解析解,并进一

步分析基础柔性对于复合基础和上部结构动力响应峰值以及土-结构相互作用的系统频率的影响。

1 模型

如图 1 所示,土-刚柔复合基础-上部结构动力相互作用二维模型。 o 点为图中相应直角坐标与柱坐标系的原点, y 轴的方向为垂直纸面向外,刚柔复合基础在 y 轴方向无限延伸。刚柔复合基础半径为 a ,其内部由两部分构成,分别是半径为 b 的刚核和刚核之外的柔性层(处在边界 Γ_a 与 Γ_b 之间)。半空间剪切模量为 μ ,剪切波速为 β ,质量密度为 ρ ;基础柔性层介质的剪切模量为 μ_0 ,剪切波速为 β_0 ,质量密度为 ρ_0 ;刚核质量密度也为 ρ_0 ,但剪切波速与剪切模量均为无穷大。上部结构为单质点,沿 y 轴单位长度内的质量为 M_b ,无阻尼自振频率为 ω_b 。沿 y

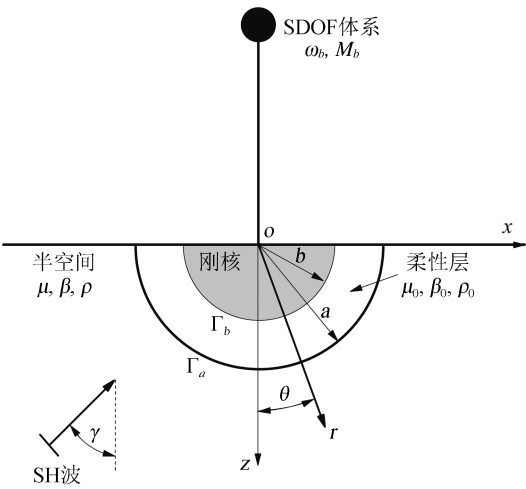


图 1 土-刚柔复合基础-上部结构动力相互作用模型
Fig.1 The model of dynamic soil-structure interaction with rigid-flexible composite foundation

轴单位长度上,整个复合基础总质量为 M_0 ,刚核质量为 M^* ,被复合基础所替代的土体的质量为 M_s 。一平面 SH 波在半空间内入射,波的圆频率为 ω ,入射角为 γ ,入射波幅值为 1。由于模型是二维模型,且入射平面 SH 波是剪切波,因此整个模型中只有剪切变形。

入射 SH 波引起的自由场运动 v^{i+r} [12]:

$$v^{i+r} = 2J_0(kr) + 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(kr) \cdot \cos(2n\gamma) \cdot \cos(2n\theta) + 4i \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(kr) \cdot \sin(2n+1)\gamma \cdot \sin(2n+1)\theta \quad (1)$$

式中: $J_p(x)$ 表示自变量为 x ,阶次为 p 的第一类 Bessel 函数,且 $k = \omega/\beta_0$ 。

基础周围半空间中波的散射场可以表示为:

$$v^R = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n H_{2n}^{(1)}(kr) \cdot \cos(2n\theta) + b_n H_{2n+1}^{(1)}(kr) \cdot \sin(2n+1)\theta] \quad (2)$$

对于复合基础柔性层内的波场可以写为:

$$v^F = \sum_{n=0}^{\infty} [c_n H_{2n}^{(1)}(k_0 r) + d_n J_{2n}(k_0 r)] \cdot \cos(2n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} [e_n H_{2n+1}^{(1)}(k_0 r) + f_n J_{2n+1}(k_0 r)] \cdot \sin(2n+1)\theta \quad (3)$$

式中: $H_p^{(1)}(x)$ 表示自变量为 x ,阶次为 p 的第一类 Hankel 函数,且 $k_0 = \omega/\beta_0$ 。

$$a_0 = \frac{c_0 [H_0^{(1)}(k_0 a) J_0(k_0 b) - H_0^{(1)}(k_0 b) J_0(k_0 a)] + \Delta J_0(k_0 a) - 2J_0(k_0 a) J_0(k_0 b)}{H_0^{(1)}(k_0 a) J_0(k_0 b)} \quad (12)$$

$$a_n = \frac{c_n \cdot G_n - 4 \times (-1)^n \cdot J_{2n}(ka) \cdot \cos 2n\gamma}{H_{2n}^{(1)}(ka)} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

$$b_n = \frac{e_n \cdot K_n - 4i \times (-1)^n \cdot J_{2n+1}(ka) \cdot \sin(2n+1)\gamma}{H_{2n+1}^{(1)}(ka)} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

式中:

$$G_n = H_{2n}^{(1)}(k_0 a) - \frac{H_{2n}^{(1)}(k_0 b)}{J_{2n}(k_0 b)} \cdot J_{2n}(k_0 a) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

$$K_n = H_{2n+1}^{(1)}(k_0 a) - \frac{H_{2n+1}^{(1)}(k_0 b)}{J_{2n+1}(k_0 b)} \cdot J_{2n+1}(k_0 a) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

将式(1)、(2)和(3)代入边界条件(7),并利用式(9)~(14)表示的各待定系数之间的关系,进一步化简可得:

$$c_0 \cdot \Omega + \Theta \cdot \Delta = 2\Psi \quad (17)$$

$$c_n = \frac{\mu J_{2n}(k_0 b) [H_{2n}^{(1)}(ka) \cdot W_n^1 - 4 \times (-1)^n J_{2n}(ka) \cdot W_n^2 \cdot \cos 2n\gamma]}{\mu_0 H_{2n}^{(1)}(ka) [J_{2n}(k_0 b) \cdot W_n^3 - H_{2n}^{(1)}(k_0 b) \cdot W_n^4] - \mu J_{2n}(k_0 b) \cdot G_n \cdot W_n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

$$e_n = \frac{\mu J_{2n+1}(k_0 b) [H_{2n+1}^{(1)}(ka) \cdot P_n^1 - 4i \times (-1)^n J_{2n+1}(ka) \cdot P_n^2 \cdot \sin(2n+1)\gamma]}{\mu_0 H_{2n+1}^{(1)}(ka) [J_{2n+1}(k_0 b) \cdot P_n^3 - H_{2n+1}^{(1)}(k_0 b) \cdot P_n^4] - \mu J_{2n+1}(k_0 b) \cdot K_n \cdot P_n^2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (19)$$

式中:

上述三个波场 v^{i+r} 、 v^R 与 v^F 均满足偏微分波动方程:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (4)$$

式中: v 分别表示 v^{i+r} 、 v^R 、 v^F ; β 分别表示与这三个波场对应的 β 或 β_0 。

问题的边界条件:

$$\sigma_{\theta y} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \quad \text{at } \theta = \pm \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

$$v^{i+r} + v^R = v^F \quad \text{at } r = a \quad (6)$$

$$\mu \frac{\partial(v^{i+r} + v^R)}{\partial r} = \mu_0 \frac{\partial v^F}{\partial r} \quad \text{at } r = a \quad (7)$$

$$v^F = \Delta \quad \text{at } r = b \quad (8)$$

式中: v 分别表示 v^{i+r} 、 v^R 、 v^F ; μ 分别表示与这三个波场对应的 μ 或 μ_0 。在式(2)与(3)中, a_n 、 b_n 、 c_n 、 d_n 、 e_n 和 f_n 均为待定的复常数, Δ_0 为待定的刚核对上部结构的有效输入位移。下面利用边界条件(6)~(8)来求解这些未知量。

首先,将式(3)代入边界条件(8),并化简可得:

$$d_0 = \frac{\Delta - c_0 H_0^{(1)}(k_0 b)}{J_0(k_0 b)} \quad n = 0 \quad (9)$$

$$d_n = -c_n \frac{H_{2n}^{(1)}(k_0 b)}{J_{2n}(k_0 b)} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

$$f_n = -e_n \frac{H_{2n+1}^{(1)}(k_0 b)}{J_{2n+1}(k_0 b)} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

将式(1)、(2)和(3)代入边界条件(6),并化简可得:

$$\Psi = \mu k J_0(k_0 b) [H_0^{(1)}(ka) J_1(ka) - H_1^{(1)}(ka) J_0(ka)] \quad (20)$$

$$\Omega = \mu_0 k_0 H_0^{(1)}(ka) [H_1^{(1)}(k_0 a) J_0(k_0 b) - H_0^{(1)}(k_0 b) J_1(k_0 a)] - \mu k H_1^{(1)}(ka) [H_0^{(1)}(k_0 a) J_0(k_0 b) - H_0^{(1)}(k_0 b) J_0(k_0 a)] \quad (21)$$

$$\Theta = \mu_0 k_0 H_0^{(1)}(ka) J_1(k_0 a) - \mu k H_1^{(1)}(ka) J_0(k_0 a) \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{aligned} W_n^1 &= 4 \times (-1)^n \left[\frac{2n}{a} J_{2n}(ka) - k J_{2n+1}(ka) \right] \cos 2n\gamma \\ W_n^2 &= \frac{2n}{a} H_{2n}^{(1)}(ka) - k H_{2n+1}^{(1)}(ka) \\ W_n^3 &= \frac{2n}{a} H_{2n}^{(1)}(k_0 a) - k_0 H_{2n+1}^{(1)}(k_0 a) \\ W_n^4 &= \frac{2n}{a} J_{2n}(k_0 a) - k_0 J_{2n+1}(k_0 a) \end{aligned} \right. \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_n^1 &= 4i \times (-1)^n \left[\frac{2n+1}{a} J_{2n+1}(ka) - k J_{2n+2}(ka) \right] \sin(2n+1)\gamma \\ P_n^2 &= \frac{2n+1}{a} H_{2n+1}^{(1)}(ka) - k H_{2n+2}^{(1)}(ka) \\ P_n^3 &= \frac{2n+1}{a} H_{2n+1}^{(1)}(k_0 a) - k_0 H_{2n+2}^{(1)}(k_0 a) \\ P_n^4 &= \frac{2n+1}{a} J_{2n+1}(k_0 a) - k_0 J_{2n+2}(k_0 a) \end{aligned} \right. \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

通过式(10)、(13)、(14)、(18)以及(19)即可求解出当 $n=1, 2, 3, \dots$ 时 a_n, c_n 和 d_n 以及 $n=0, 1, 2, 3, \dots$ 时 b_n, e_n 和 f_n 的值。对于 a_0, c_0 及 d_0 , 由于其解的表达式中均含有 Δ , 下面求解 Δ 。

对于刚核, 可以根据文献[12]直接列出其动力平衡方程:

$$-\omega^2 M^* \Delta = -(F_{\Gamma_b} + F_{\text{ext}}) \quad (25)$$

式中: M^* 是单位长度上刚核的质量; F_{Γ_b} 是单位长度上基础柔性层施加给刚核的作用力; F_{ext} 是单位长度上部结构施加给刚核的惯性力。其中 F_{Γ_b} 可以写为如下形式:

$$F_{\Gamma_b} = -b \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_{ry} \big|_{r=b} d\theta = -b \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mu_0 \frac{\partial v^F}{\partial r} \bigg|_{r=b} d\theta \quad (26)$$

进一步将式(3)代入式(26)化简可得:

$$F_{\Gamma_b} = b \mu_0 k_0 \pi \left\{ c_0 \left[H_1^{(1)}(k_0 b) - \frac{J_1(k_0 b)}{J_0(k_0 b)} \cdot H_0^{(1)}(k_0 b) \right] + \frac{J_1(k_0 b)}{J_0(k_0 b)} \cdot \Delta \right\} \quad (27)$$

上部无阻尼单质点体系的惯性力可以根据如下公式确定。单质点体系在入射波作用下的平衡方程为:

$$(\ddot{\Delta}_b + \ddot{\Delta}) + \omega_b^2 \Delta_b = 0 \quad (28)$$

Δ_b 为单质点相对位移:

$$\Delta_b = \frac{\omega^2}{\omega_b^2 - \omega^2} \Delta \quad (29)$$

所以, 作用在单质点上的惯性力 F_{ext} 为:

$$F_{\text{ext}} = \omega^2 M_b (\Delta_b + \Delta) = \omega^2 M_b \cdot T(\omega) \cdot \Delta \quad (30)$$

式中:

$$T(\omega) = \frac{\omega_b^2}{\omega_b^2 - \omega^2} \quad (31)$$

将式(27)与(30)代入式(25)化简可得:

$$\left\{ \omega^2 [M^* + M_b T(\omega)] - b \mu_0 k_0 \pi \frac{J_1(k_0 b)}{J_0(k_0 b)} \right\} \cdot \Delta = b \mu_0 k_0 \pi \left[H_1^{(1)}(k_0 b) - \frac{J_1(k_0 b)}{J_0(k_0 b)} H_0^{(1)}(k_0 b) \right] \cdot c_0 \quad (32)$$

综上, 联立求解式(17)与式(32)即可得到刚核位移 Δ 。求出 Δ 以后即可根据式(9)、(12)和(17)求得 a_0, c_0 和 d_0 的值, 至此所有未知量全部解出。其中, Δ, a_0, c_0 和 d_0 均与入射角无关。这是因为, 在式(17)与(32)中除了未知系数 Δ 与 c_0 以外, 其余系数均与入射角 γ 无关。因此, 在 Δ 与 c_0 的最终表达式中也不会含有入射角 γ 。根据式(9)与(12)可知, a_0 与 d_0 也和入射角无关。

由于本文采用的入射波幅值为 1, 本文 Δ 与 Δ_b 采用自由场地表位移幅值 v^{i+r} 归一化:

$$\bar{\Delta} = \Delta / |v^{i+r}|, \quad \bar{\Delta}_b = \Delta_b / |v^{i+r}| \quad (33)$$

为将刚柔复合基础计算结果与全刚性基础相应结果进行对比, 这里将文献[12]中式(18)与式(24)中 $\tan k_b H / k_b H$ 替换为本文的 $T(\omega)$, 从而直接写出

全刚性基础—单质点模型的响应计算公式:

$$\bar{\Delta}^R = \frac{J_1(ka) - \frac{J_0(ka)H_1^{(2)}(ka)}{H_0^{(2)}(ka)}}{\frac{ka}{2} \left[\frac{M_0}{M_s} + \frac{M_b}{M_s} \cdot T(\omega) \right] - \frac{H_1^{(2)}(ka)}{H_0^{(2)}(ka)}} \quad (34)$$

$$\bar{\Delta}_b^R = \frac{\omega^2}{\omega_b^2 - \omega^2} \cdot \bar{\Delta}^R \quad (35)$$

式中: M_0 表示全刚性基础单位长度的质量; M_s 表示被全刚性基础所替代的单位长度土体的质量; $\bar{\Delta}^R$ 表示全刚性基础的位移; $\bar{\Delta}_b^R$ 表示单质点与全刚性基础的相对位移。

2 方法验证

对于单质点体系,定义无量纲参数 η ^[13]:

$$\eta = \frac{\omega_b a}{\pi \beta} \quad (36)$$

η 取决于单质点体系与半空间之间的相对刚度以及单质点体系与基础之间的相对质量;较小的 η 意味着较柔的单质点体系或者较坚硬的半空间场地条件,较大的 η 意味着较刚的单质点体系或者较柔弱的半空间场地条件;当 η 趋于无穷大时(即 $\eta \rightarrow \infty$) 表示刚性单质点体系,当 η 趋于零时(即 $\eta \rightarrow 0$) 表示无穷柔性单质点体系^[13]。为此本文简称 η 为“上部结构刚度”。

图 2 给出本文计算结果与文献[14]柔性基础—

单质点计算结果的对比情况。图 3 给出本文结果与半径为 a 的全刚性基础-单质点结果式(34)与式(35)的对比情况。由图可以看出,本文结果与相应的对比结果吻合很好,由此证明本文方法的正确性。

3 数值算例与分析

图 4~5 展示了基础刚度对于基础动力响应和上部结构相对响应的影响。为便于和全刚性基础相应结果对比,各图中亦画出了对应情况下的全刚性基础结果 $\bar{\Delta}^R$ 与 $\bar{\Delta}_b^R$ 。计算中所采用的参数为:复合基础柔性层剪切波速与半空间剪切波速比值(本文简称为“基础刚度”) $\beta_0/\beta=2, 3, 5$ 和 100;复合基础质量密度与半空间质量密度比值 $\rho_0/\rho=1/2$, 相当于 $M_0/M_s=1/2$;刚核半径与整个复合基础半径的比值(本文简称为“刚核大小”) $b/a=0.25, 0.50$ 和 0.75;单位长度上,单质点质量与整个复合基础质量的比值(本文简称为“上部结构质量”) $M_b/M_0=1, 2$ 和 4;上部结构刚度 $\eta=1/12, 1/6, 1/3$ 与 ∞ ;波的入射角 $\gamma=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 和 90° 。上述参数亦在各图中明确标出。

图 4 展示了基础刚度对于复合基础刚核动力响应的的影响。可以看出,当复合基础具有明显柔性时($\beta_0/\beta=2, 3$),刚核动力响应峰值明显比相应全刚性基础结果大。例如 $\eta=1/3, b/a=0.25, M_b/M_0=4$ 的情况,当 $\beta_0/\beta=2, 3, 5$ 和 100 时,刚核响应峰值分

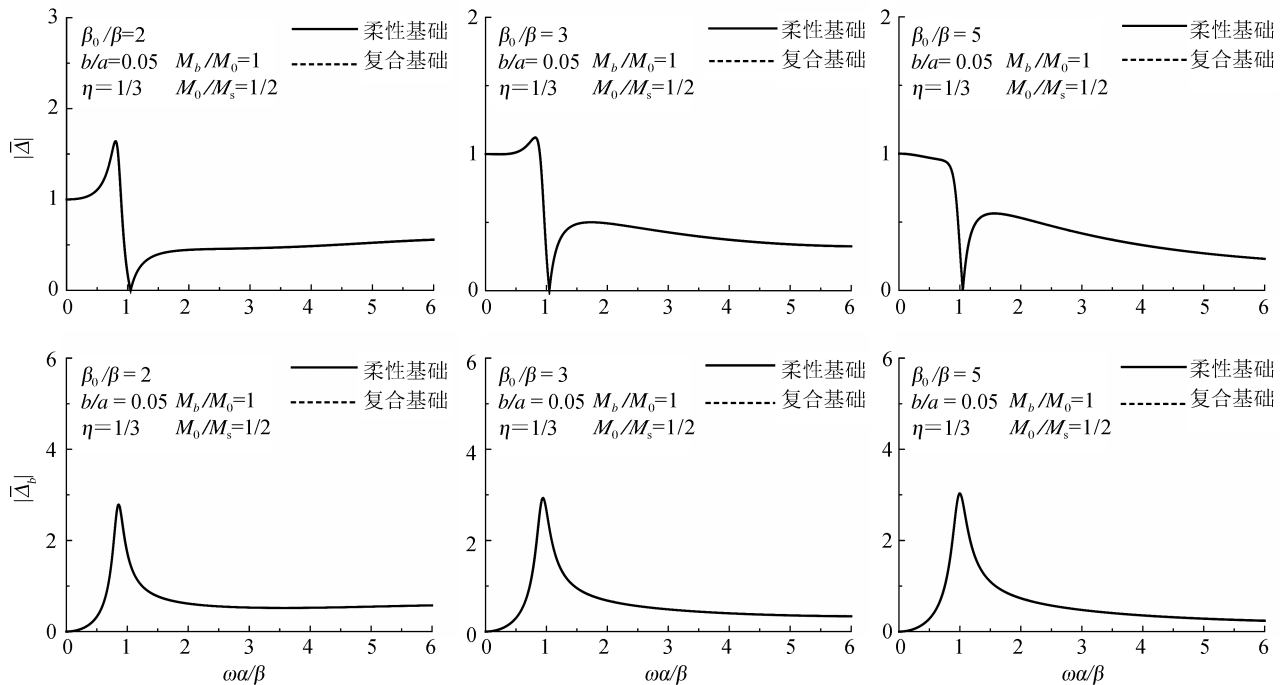


图 2 本文结果与柔性基础-单质点结果^[14]的对比

Fig.2 Comparison with the results of flexible foundation-SDOF^[14]

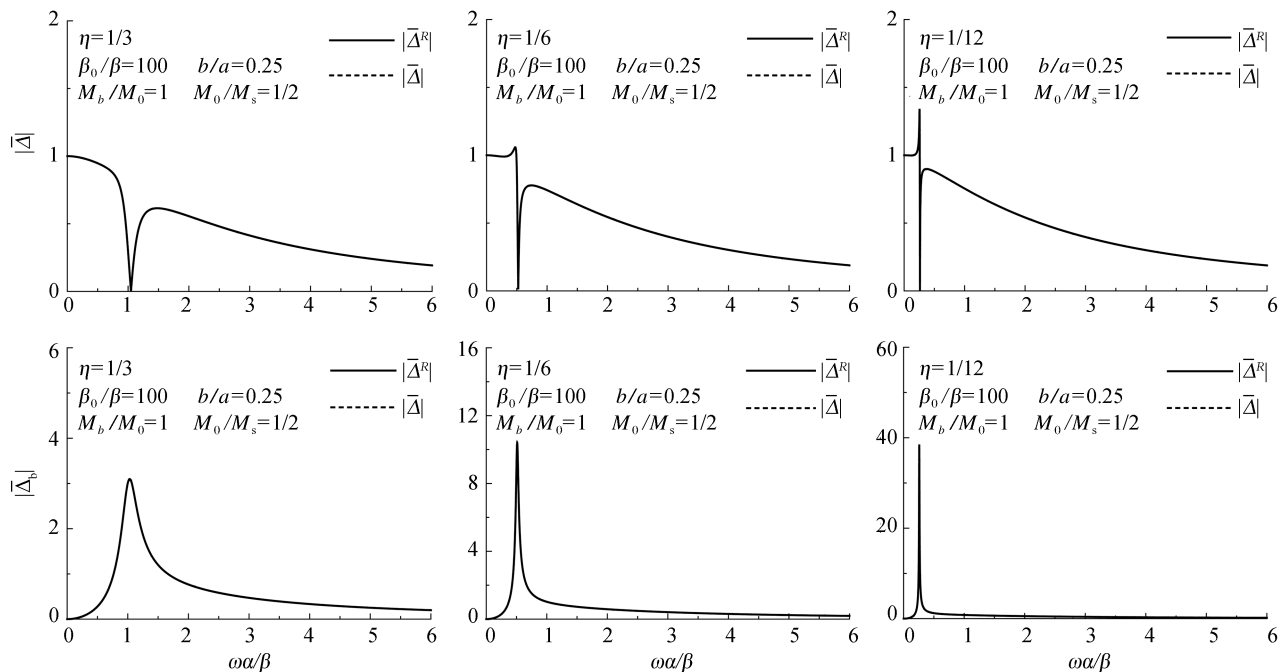


图3 本文结果与全刚性基础-单质点结果式(34)与(35)的对比

Fig.3 Comparison with the results of rigid foundation-SDOF according to Eqs.(34) and (35)

别为 1.348、1.168、1.104 和 1.078，峰值对应频率分别为 0.504、0.46、0.41 和 0.374；而相应全刚性基础响应峰值为 1.078。再如 $\eta = 1/6$ 、 $b/a = 0.25$ 且 $M_b/M_0 = 4$ 的情况，当 $\beta_0/\beta = 2、3、5$ 和 100，相应刚核响应峰值分别为 1.486、1.285、1.197 和 1.154，峰值对应频率分别为 0.389、0.386、0.379 和 0.372；而相应全刚性基础响应峰值为 1.154。可以看出，上述例子中 $\beta_0/\beta = 2$ 时刚核动力响应峰值分别是相应全刚性基础响应峰值的 1.25 倍和 1.29 倍，且峰值对应的频率也明显不同。这说明随着基础刚度 (β_0/β) 增大，刚核动力响应减小并逐渐趋于相应的全刚性基础结果，也同时展示了上部结构刚度 (η) 对刚核动力响应的影响。保持 b/a 与 M_b/M_0 不变，随着上部结构刚度 (η) 减小，对应于不同 β_0/β 响应峰值的频率差别很小，这尤其体现在上部结构具有较小刚度时 ($\eta = 1/12$)。如 $\eta = 1/12$ 、 $b/a = 0.25$ 且 $M_b/M_0 = 4$ 的情况，当 $\beta_0/\beta = 2、3、5$ 和 100 时，峰值对应频率为 0.237、0.238、0.238 和 0.238。

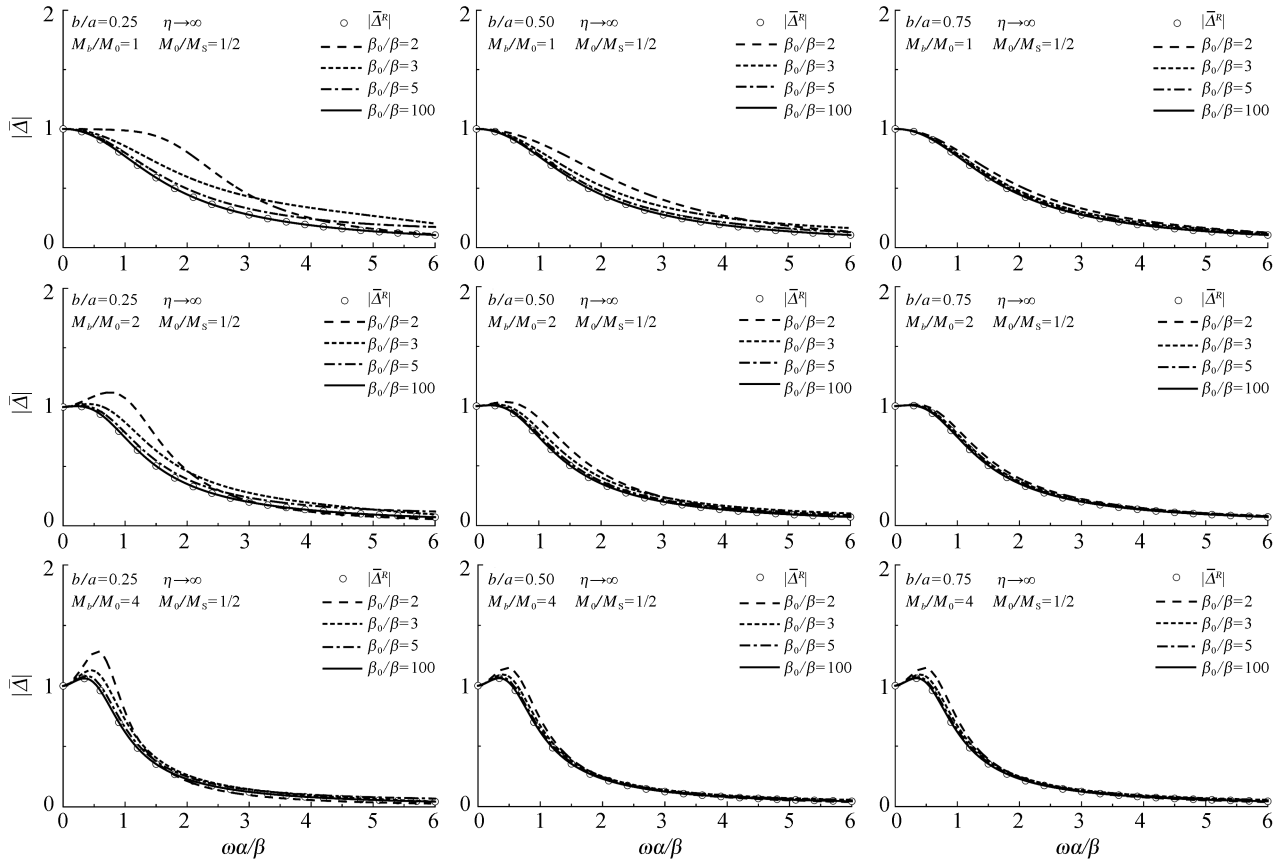
由于刚核直接与上部结构相连，靠近复合基础的上部结构的底部将会出现较大变形。例如图 4 (c) 中 $\eta = 1/6$ 、 $M_b/M_0 = 2$ 、 $\beta_0/\beta = 2$ 且 $b/a = 0.25$ 的情况，刚核的响应幅值为 1.422，而相应全刚性基础响应幅值仅为 1.094，可见，刚核响应峰值比全刚性基础响应峰值大了 30%。也就是说，全刚性基础假定不能反映实际情况中靠近基础上部结构底部的较

大变形，这一结论与文献[1]和[9]相应结论吻合。

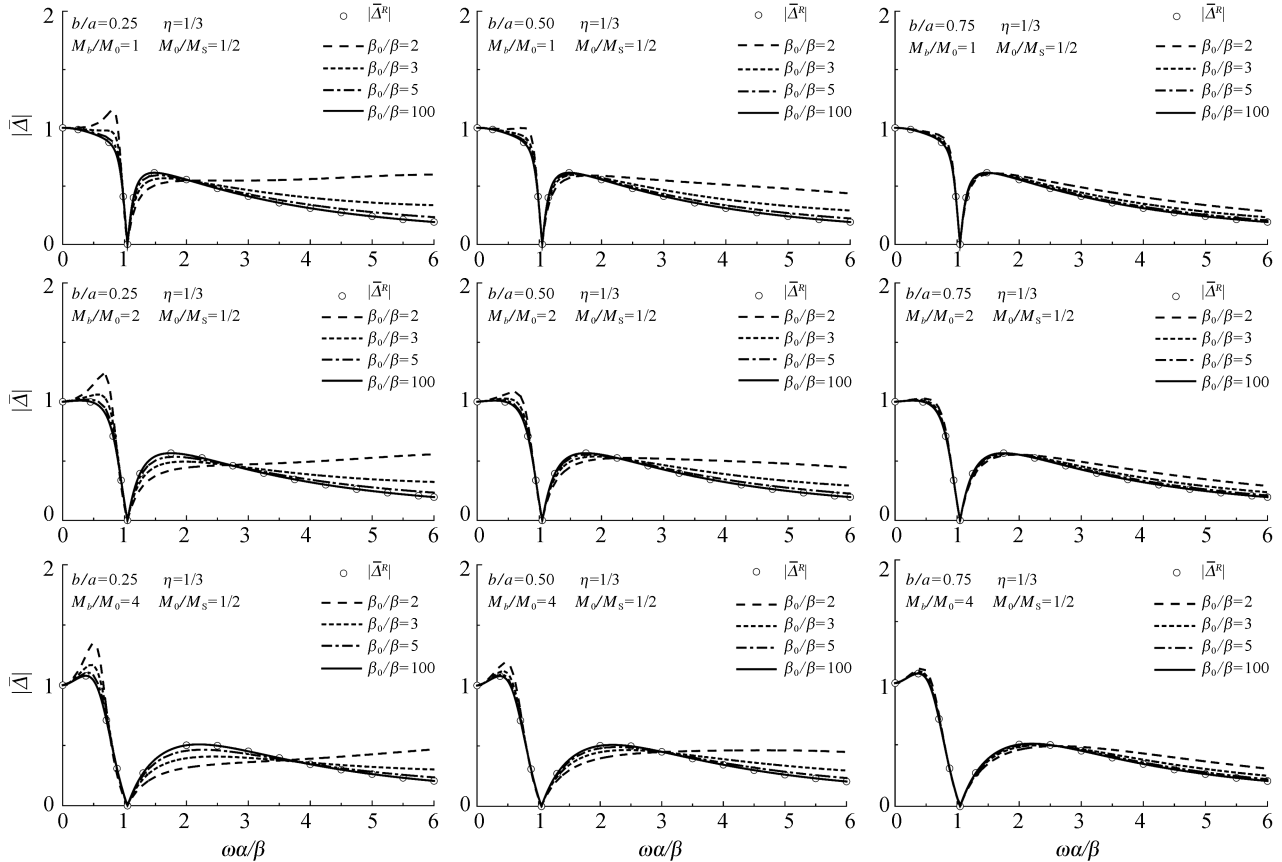
观察图 4 可知：当 $\beta_0/\beta = 5$ ，刚核动力响应已经和全刚性基础的动力响应差别很小。如 $\eta = 1/6$ 、 $M_b/M_0 = 2$ 且 $b/a = 0.25$ 的情况，当 $\beta_0/\beta = 5$ 时，刚核动力响应的峰值为 1.137，峰值所对应的频率为 0.438，而相应全刚性基础的峰值为 1.094，峰值对应的频率为 0.432。两者峰值仅相差 3.9%，峰值对应频率仅相差 1.4%，可见误差均在 5% 以内，这说明，当 $\beta_0/\beta \geq 5$ ，复合基础相对半空间已经近乎全刚性，即使按全刚性基础分析也不会有较大误差。

刚核大小 (b/a)、上部结构质量 (M_b/M_0) 也都会对刚核的动力响应产生影响。对于相同的 η 、 M_b/M_0 ，当 b/a 增大时，刚核动力响应峰值减小。例如 $\eta = 1/3$ 、 $M_b/M_0 = 4$ 且 $\beta_0/\beta = 2$ 的情况，当 $b/a = 0.25、0.50$ 和 0.75 时，刚核响应峰值分别为 1.348、1.189 和 1.117。对于相同的 η 与 β_0/β ，当上部结构质量 (M_b/M_0) 增大，刚核响应的峰值向低频移动。例如 $\eta = 1/3$ 、 $b/a = 0.25$ 且 $\beta_0/\beta = 2$ 的情况，当 $M_b/M_0 = 1、2$ 和 4 时，峰值对应的频率分别为 0.809、0.661 和 0.504。

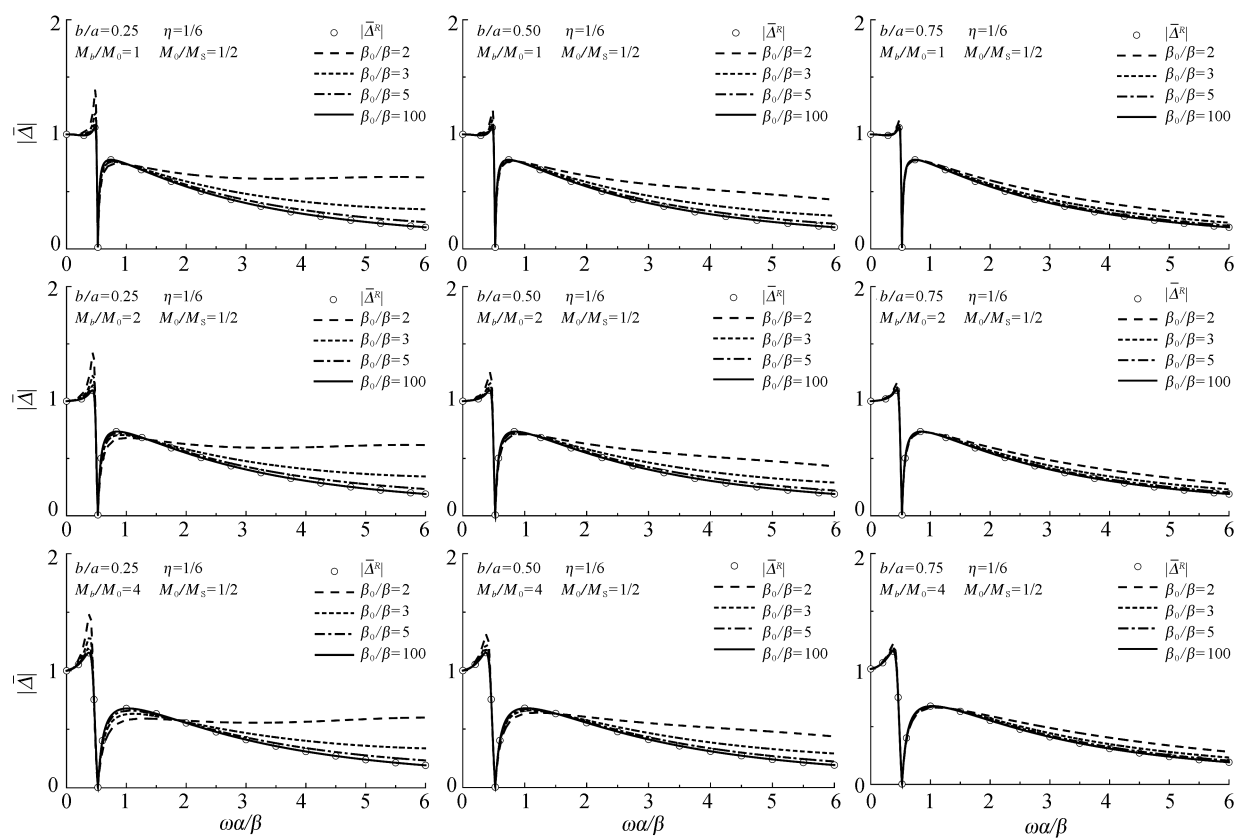
图 5 展示了基础刚度对上部结构相对响应的影响。由图可见，当复合基础具有一定柔性 ($\beta_0/\beta = 2、3$ 和 5)，上部单质点相对响应峰值总是比相应全刚性基础结果峰值小，且峰值所对应的频率总是比全刚性基础结果峰值所对应的频率小。这是复合基



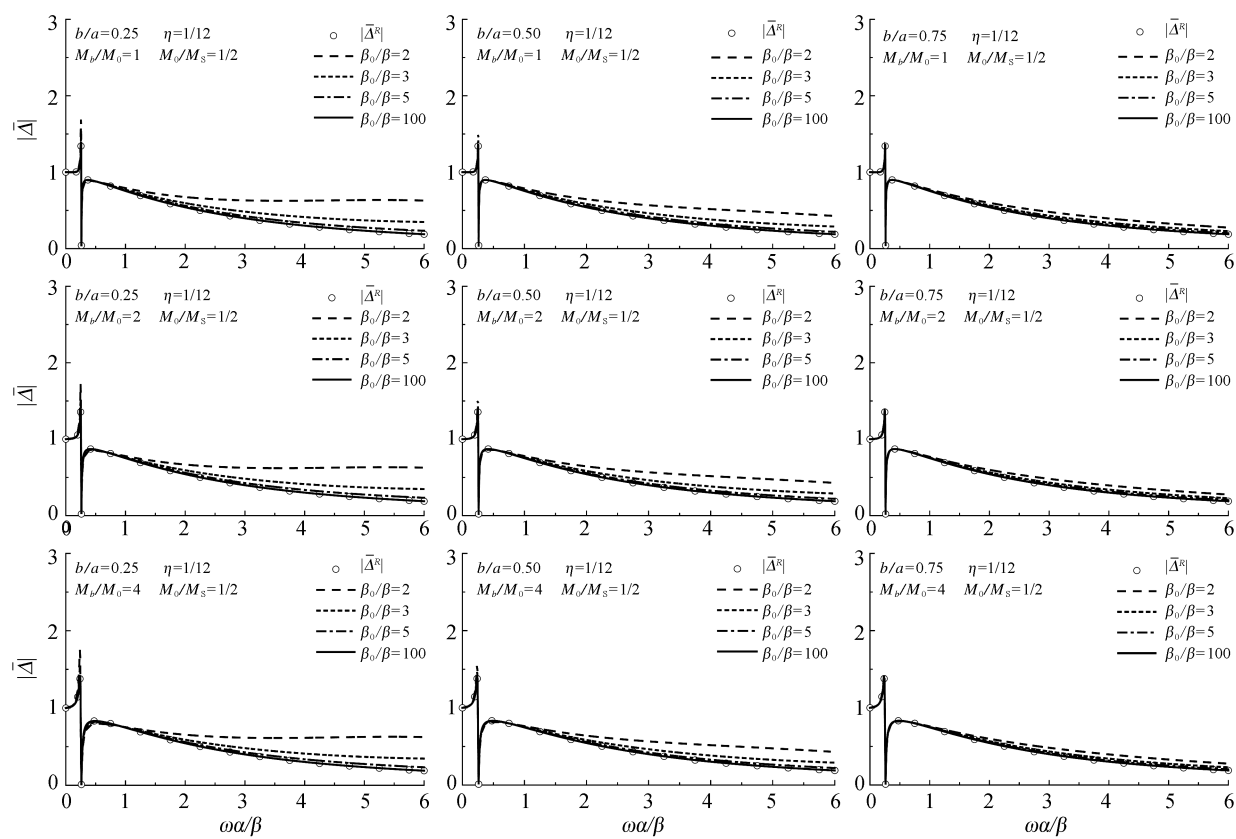
(a) 上部结构刚度 $\eta \rightarrow \infty$



(b) 上部结构刚度 $\eta = 1/3$



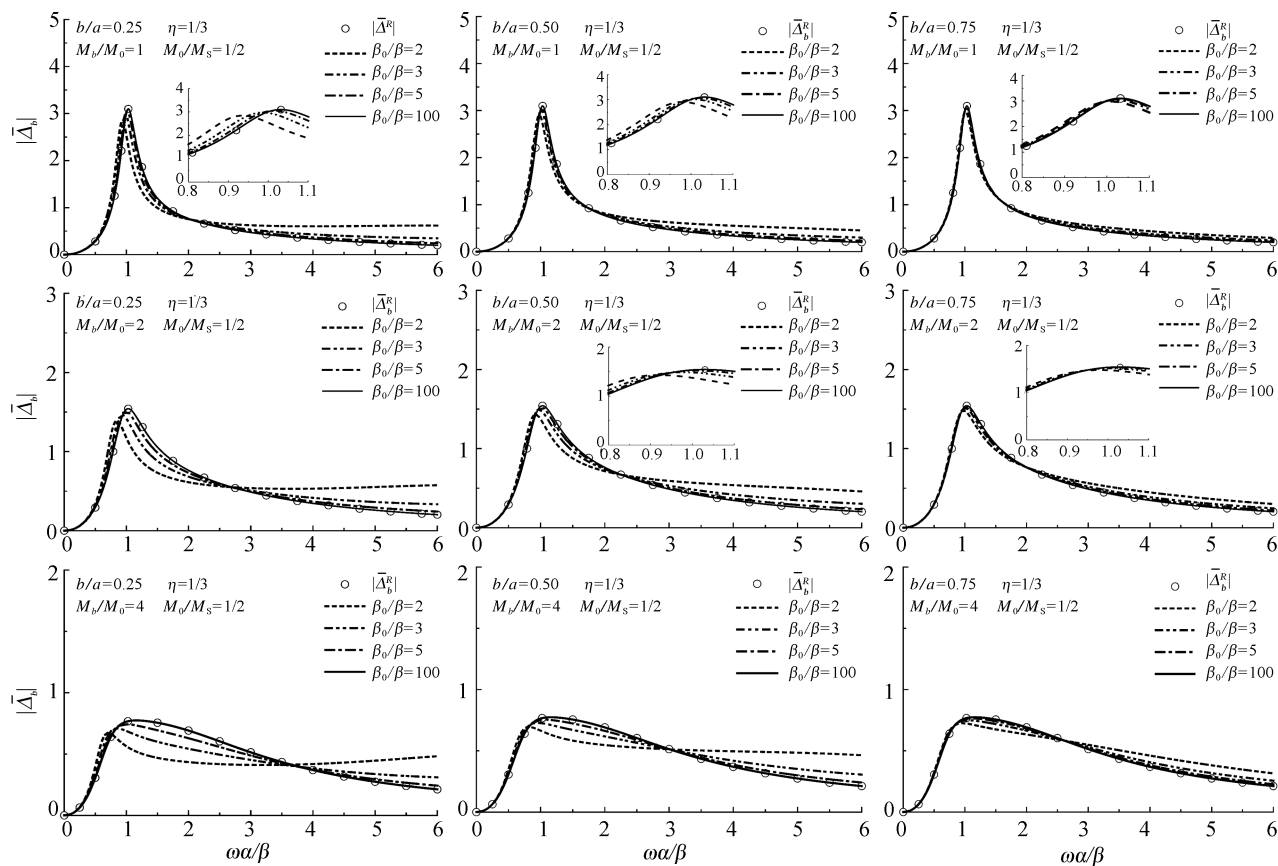
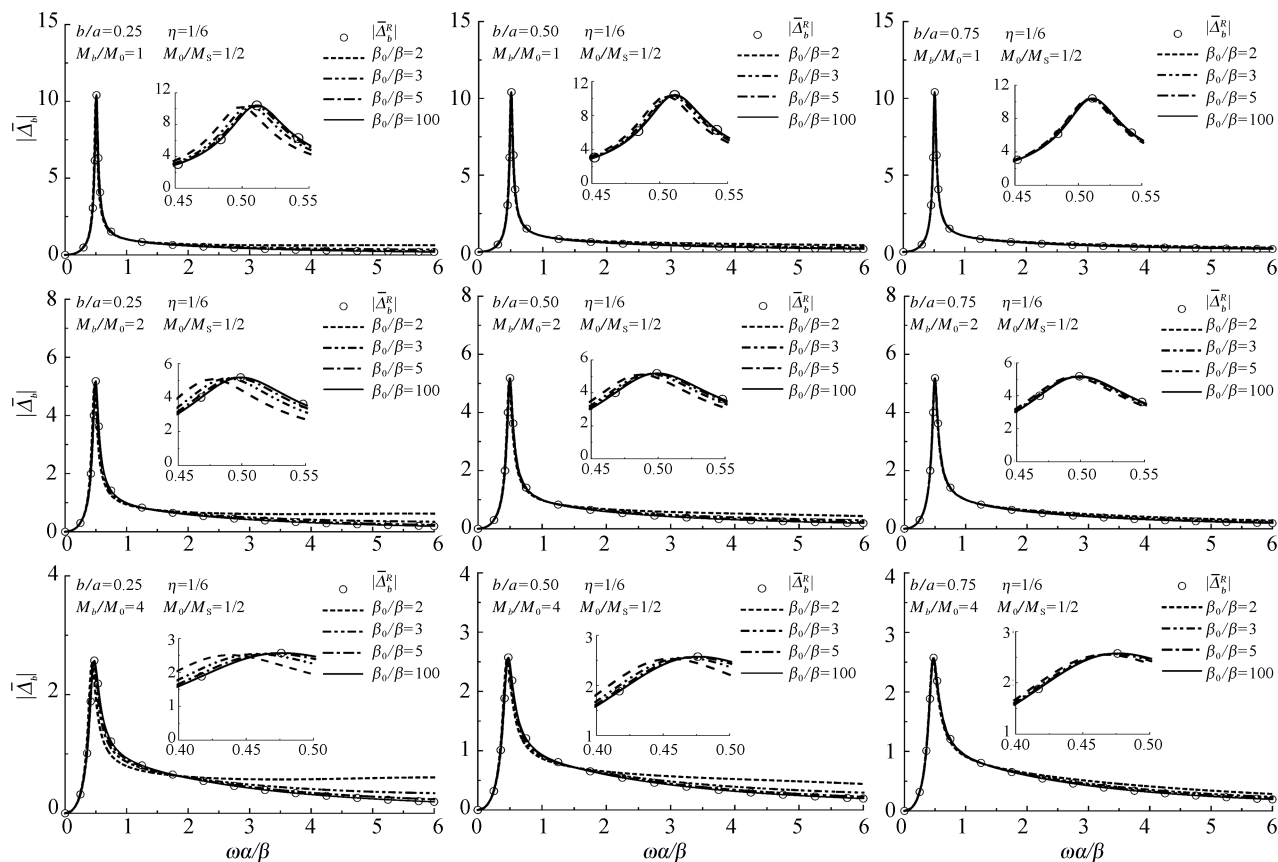
(c) 上部结构刚度 $\eta=1/6$



(d) 上部结构刚度 $\eta=1/12$

图4 刚核动力响应

Fig.4 Dynamic response of rigid core

(a) 上部结构刚度 $\eta=1/3$ (b) 上部结构刚度 $\eta=1/6$

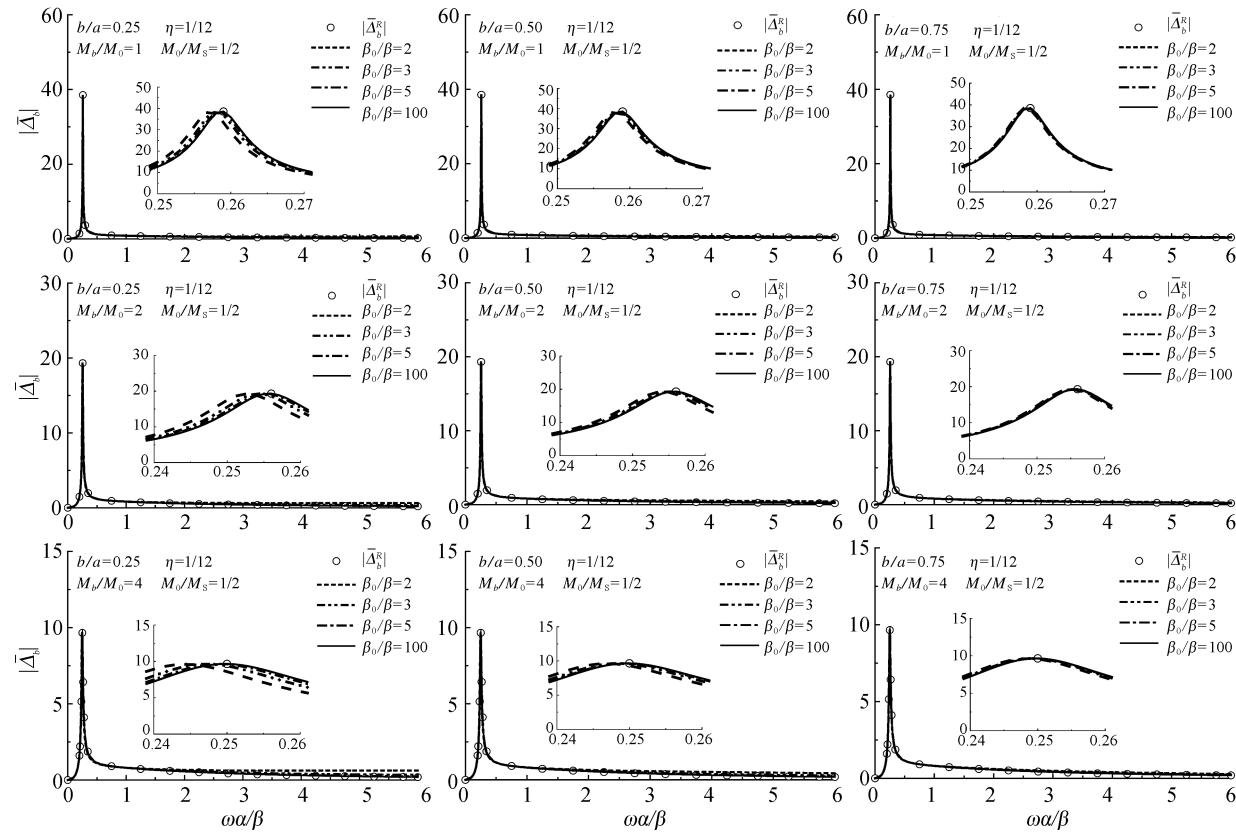


图 5 上部结构相对响应

Fig.5 Relative response of the superstructure

础-单质点体系相对响应与相应全刚性基础-单质点体系相对响应的主要差别。此外,随着基础刚度(β_0/β)增大,上部结构相对响应的峰值逐渐增大且向处在高频区域的全刚性基础结果靠拢。以 $\eta=1/3$ 、 $b/a=0.25$ 且 $M_b/M_0=4$ 的情况为例,当 $\beta_0/\beta=2,3,5$ 和 100 时,单质点相对响应峰值分别为 0.672 、 0.709 、 0.743 和 0.774 ,峰值位置分别在 0.709 、 0.851 、 1.001 和 1.161 ;而相应全刚性基础响应峰值为 0.774 。说明,单质点相对响应峰值虽然小于相应全刚性基础的结果,但并不会小太多,最小在全刚性基础结果的 85% ($0.672/0.774$) 左右。这也说明,较大的基础刚度(β_0/β)会夸大基础的响应(即基础对上部结构的有效输入),进而根据式(29)可知上部结构的相对响应也随之增大。

刚核大小(b/a)也会影响上部结构的相对响应。以 $\eta=1/3$ 、 $\beta_0/\beta=2$ 且 $M_b/M_0=2$ 的情况为例,当 $b/a=0.25,0.50$ 和 0.75 时,单质点相对响应峰值分别为 1.391 、 1.429 和 1.477 ,与峰值对应的频率分别为 0.847 、 0.921 和 0.98 ,而相应全刚性基础-单质点响应的峰值为 1.542 ,与峰值对应的频率为

1.029 。这说明,随着 b/a 的增大,上部结构相对响应向全刚性基础-单质点相应结果靠拢。

上部结构刚度(η)与上部结构质量(M_b/M_0)也会对上部结构相对响应产生影响。当上部结构刚度较小($\eta=1/12$),不同基础刚度(β_0/β)对应的上部结构相对响应差别很小。以 $\eta=1/12$ 、 $b/a=0.25$ 且 $M_b/M_0=1$ 的情况为例,当 $\beta_0/\beta=2,3,5$ 和 100 时,单质点相对响应峰值分别为 38.472 、 38.622 、 38.673 和 38.711 ,与峰值对应的频率分别为 0.257 、 0.258 、 0.259 和 0.259 ,而相应全刚性基础-单质点响应的峰值为 38.711 ,与峰值对应的频率为 0.259 。对于相同的 η ,当上部结构质量(M_b/M_0)增大时,单质点相对响应峰值所对应的频率会向低频移动。例如图 5(a)中 $b/a=0.25$ 、 $\beta_0/\beta=2$ 的情况,当 $M_b/M_0=1,2$ 和 4 时,峰值所对应的频率分别为 0.936 、 0.847 和 0.709 。

文献[13]定义了土-结构相互作用的系统频率,即上部结构相对响应峰值所对应的频率。本文沿用这种定义,定义无量纲系统频率:

$$\eta^{sys} = \omega\alpha/\beta \tag{37}$$

由此,基础刚度对系统频率的影响被呈现在图

5 中曲线峰值点对应频率的变化上。

如图 5 所示,与全刚性基础系统频率相比,复合基础系统频率会产生向低频一侧的偏移,且基础刚度(β_0/β)越小系统频率的偏移量就越大。以 $\eta = 1/3$ 、 $b/a=0.25$ 且 $M_b/M_0=4$ 的情况为例,当 $\beta_0/\beta=2、3、5$ 和 100 时,系统频率分别为 0.709、0.851、1.001和 1.161,相较于全刚性基础,系统频率的偏移量分别为 0.452、0.31、0.16 和 0,偏移百分比分别为 38.9%、26.7%、13.8%和 0.0%。刚核大小(b/a)与上部结构刚度(η)也会对系统频率偏移量产生影响。刚核越大,则系统频率偏移量越小。以 $\eta = 1/3$ 、 $M_b/M_0 = 1$ 且 $\beta_0/\beta = 2$ 的情况为例, $b/a = 0.25、0.50$ 和 0.75 时,复合基础系统频率偏移量分别为 0.095、0.051 和 0.022,相对于全刚性基础,系统频率偏移百分比分别为 9.2%、4.9%和 2.1%。上部结构刚度越小($\eta=1/12$),系统频率的偏移量也越小。以 $\eta=1/12$ 、 $b/a=0.25$ 且 $M_b/M_0=1$ 的情况为例,当 $\beta_0/\beta=2、3、5$ 和 100 时,系统频率分别为 0.257、0.258、0.259 和 0.259,相对于全刚性基础,系统频率偏移量分别为 0.002、0.001、0 和 0,偏移百分比分别为 0.8%、0.4%、0.0%和 0.0%。表 1 给出了图 5 中系统频率的偏移百分比。

表 1 图 5 中系统频率相对于全刚性基础的偏移百分比

Table 1 Shift of system frequency corresponding to that rigid foundation in Fig.5											
$\frac{M_b}{M_0}$	$\frac{\beta_0}{\beta}$	$\frac{b}{a}$	$\eta = 1/3$			$\eta = 1/6$			$\eta = 1/12$		
			η_{com}^{sys}	η_R^{sys}	$\Delta/\%$	η_{com}^{sys}	η_R^{sys}	$\Delta/\%$	η_{com}^{sys}	η_R^{sys}	$\Delta/\%$
1	2	0.25	0.936		9.2	0.499		2.3	0.257		0.8
		0.50	0.980	1.031	4.9	0.505	0.511	1.2	0.258	0.259	0.4
		0.75	1.009		2.1	0.510		0.2	0.258		0.4
	3	0.25	0.987		4.3	0.506		1.0	0.258		0.4
		0.50	1.008	1.031	2.2	0.509	0.511	0.4	0.258	0.259	0.4
		0.75	1.022		0.9	0.510		0.2	0.258		0.4
	5	0.25	1.015		1.6	0.509		0.4	0.259		0.0
		0.50	1.023	1.031	0.8	0.510	0.511	0.2	0.259	0.259	0.0
		0.75	1.028		0.3	0.511		0.2	0.259		0.0
	100	0.25	1.031		0.0	0.511		0.0	0.259		0.0
		0.50	1.031	1.031	0.0	0.511	0.511	0.0	0.259	0.259	0.0
		0.75	1.031		0.0	0.511		0.0	0.259		0.0
2	2	0.25	0.847		17.7	0.477		4.6	0.253		1.2
		0.50	0.921	1.029	10.5	0.488	0.500	2.4	0.254	0.256	0.7
		0.75	0.980		4.8	0.494		1.2	0.255		0.4
	3	0.25	0.935		9.1	0.489		2.2	0.254		0.8
		0.50	0.978	1.029	5.0	0.494	0.500	1.2	0.255	0.256	0.4
		0.75	1.007		2.1	0.497		0.6	0.255		0.4
	5	0.25	0.992		3.6	0.496		0.8	0.255		0.4
		0.50	1.010	1.029	1.9	0.496	0.500	0.8	0.255	0.256	0.4
		0.75	1.021		0.8	0.499		0.2	0.256		0.0
	100	0.25	1.029		0.0	0.500		0.0	0.256		0.0
		0.50	1.029	1.029	0.0	0.500	0.500	0.0	0.256	0.256	0.0
		0.75	1.029		0.0	0.500		0.0	0.256		0.0
4	2	0.25	0.709		38.9	0.438		8.0	0.244		2.4
		0.50	0.823	1.161	29.1	0.456	0.476	4.2	0.247	0.250	1.2
		0.75	0.958		17.5	0.467		1.9	0.249		0.4
	3	0.25	0.851		26.7	0.458		3.8	0.247		1.2
		0.50	0.952	1.161	18.0	0.468	0.476	1.7	0.249	0.250	0.4
		0.75	1.055		9.1	0.472		0.8	0.249		0.4
	5	0.25	1.001		13.8	0.470		1.3	0.249		0.4
		0.50	1.068	1.161	8.0	0.473	0.476	0.6	0.249	0.250	0.4
		0.75	1.121		3.4	0.475		0.2	0.250		0.0
	100	0.25	1.161		0.0	0.476		0.0	0.250		0.0
		0.50	1.161	1.161	0.0	0.476	0.476	0.0	0.250	0.250	0.0
		0.75	1.161		0.0	0.476		0.0	0.250		0.0

注： η_{com}^{sys} 表示复合基础系统频率； η_R^{sys} 表示刚性基础系统频率； Δ 表示系统频率偏移百分比

5 结 论

本文使用波函数展开法,利用 SH 波入射下均匀半空间中二维埋置半圆形刚柔复合基础-单质点模型,研究基础柔性对于系统响应峰值与系统频率的影响,并获得相应的解析解。研究得出以下主要结论:

(1) 基础柔性对复合基础刚核动力响应与上部结构相对响应有明显影响。考虑基础柔性后,复合基础刚核位移比相应的全刚性基础位移要大,而上部单质点相对响应峰值总是小于相应的全刚性基础结果。全刚性基础假定可能无法正确反映靠近基础的上部结构底部的位移。复合基础柔性层剪切波速比 $\beta_0/\beta \geq 5$ 时,可近似将复合基础按全刚性基础分析。

(2) 考虑基础柔性后,复合基础系统频率较之全刚性基础系统频率会产生向低频一侧的偏移,且偏移量的大小与基础柔性密切相关,本文最大的系统频率偏移百分比可达 38.9%。上部结构刚度越大,基础柔性的影响也越大。

参考文献(References)

- [1] WONG H L, LUCO J E, TRIFUNAC M D. Contact Stresses and Ground Motion Generated by Soil-structure Interaction[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1977, 5: 67-79.
- [2] HUDSON D E. Dynamic Test of Full-scale Structures[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1977, 103(6): 1141-1157.
- [3] TRIFUNAC M D, IVANOVIC S S, TODOROVSKA M I, et al. Experimental Evidence for Flexible of a Building Foundation Supported by Concrete Friction Piles[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1999, 18: 169-187.
- [4] IGUCHI M, LUCO J E. Dynamic Response of Flexible Rectangular Foundations on an Elastic Half-space[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1981, 9: 239-249.
- [5] RAJAPAKSE RKND. Dynamic Response of Elastic Plates on Viscoelastic Half Space[J]. Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, 1989, 115(9): 1867-1881.
- [6] WANG Y, RAJAPAKSE RKND, SHAH A H. Dynamic Interaction between Flexible Strip Foundations[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1991, 20: 441-454.
- [7] GUCUNSKI N, PEEK R. Parametric Study of Vertical Vibrations of Circular Flexible Foundations on Layered Media[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1993, 22: 685-694.
- [8] LIOU G S, HUANG P H. Effect of Flexible on Impedance Functions for Circular Foundation[J]. Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, 1994, 120(7): 1429-1446.
- [9] HAYIR A, TODOROVSKA M I, TRIFUNAC M D. Antiplane Response of a Dike with Flexible Soil-structure Interface to Incident SH Waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001, 21: 603-613.
- [10] TODOROVSKA M I, HAYIR A, TRIFUNAC M D. Antiplane Response of a Dike on Flexible Embedded Foundation to Incident SH-waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001, 21: 593-601.
- [11] THANG Le, VINCENT W, Lee, HAO Luo. Out-of-plane (SH) Soil-structure Interaction; A Shear Wall with Rigid and Flexible Ring Foundation[J]. Earthquake Science, 2016, 29(1): 45-55.
- [12] TRIFUNAC M D. Dynamic Interaction of a Shear Wall with the Soil for Incident Plane SH Waves[J]. Bulletin of Seismology Society of America, 1972, 62: 62-83.
- [13] TODOROVSKA M I, TRIFUNAC M D. The System Damping, the System Frequency and the System Response Peak Amplitudes During In-plane Building-soil Interaction [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1992, 21: 127-144.
- [14] LIANG Jianwen, JIN Ligu, TODOROVSKA M I, et al. Soil-structure Interaction for a SDOF Oscillator Supported by a Flexible Foundation Embedded in a Half-space: Closed-form Solution for Incident Plane SH-waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, 90: 287-298.