

绘点公式在线性矩参数估计中对稀遇频率估计值的影响探讨

苏小玲^{1,2}, 林炳章^{1,2}, 吴俊梅³

(1. 南京信息工程大学水文气象学院, 江苏 南京 210044;

2. 南京信息工程大学大气科学学院, 江苏 南京 210044; 3. 昆山市气象局, 江苏 昆山 215300)

摘要:根据太湖流域 96 个雨量站年最大日雨量资料进行分析计算,在线性矩中当采用绘点公式 $P_{in}=(i+A)/(n+B)$, $B>A>-1$ 时,选取不同参数 A 和 B 的值,通过蒙特卡罗模拟方法,计算实际资料频率估计值与生成资料频率估计值的平均值的均方根误差来探讨不同绘点公式对频率估计值的影响。一般认为 $A=0, B=0$ 时,线性矩估算是无偏的。重点讨论当估计稀遇频率事件时, $A=0, B=0$ 是否仍然恰当;如若不是, A 和 B 取什么值是最佳的组合。结果表明:在线性矩参数估计中对常遇频率估计值采用无偏绘点公式时频率估计值不确定性很小,而对稀遇频率估计值采用无偏绘点公式计算存在较大的不确定性。比较了不同绘点公式对太湖流域年最大日雨量 $100-y, 1\ 000-y, 10\ 000-y$ 频率估计值的影响,发现在线性矩参数估计中对稀遇频率估计值稳健性表现最好的绘点公式是 $P_{in}=(i-0.35)/n$, 即 $A=-0.35, B=0$ 。

关键词:绘点公式;线性矩法;蒙特卡罗模拟方法;稀遇频率估计值。

中图分类号:P333.6;P349

文献标识码:A

文章编号:1000-0852(2016)02-0017-06

1 引言

20 世纪 90 年代初, Hosking 在 Greenwood 定义概率权重矩之后提出了线性矩的概念, 利用线性矩良好的无偏性和对特大值的稳健性, 有效地缓解了频率计算中的精确性问题, 即对参数估计的不偏性和对特大值的稳健性。基于次序统计量的线性矩法是概率权重矩的线性组合, 其最大特点是对样本系列中的极大值和极小值远没有常规矩那么敏感, 因此采用线性矩法估计的频率曲线的参数值要比常规矩法稳健得多。但是, 线性矩的无偏性是对总体分布而言的, 对于样本线性矩的估计是否是无偏的并不清楚。在线性矩的离散

型通式 $\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{r-1}^* (P_{in}) x_{in}$ 中, 作为次序统计量 x_{in} 的概率权重 $P_{in}=(i+A)/(n+B)$, $B>A>-1$ 并不是完全无偏的估计量, 其在样本线性矩法估算实践中, 对于常遇频率估计值和稀遇频率估计值的无偏性、稳健性值得进一步探讨, 不仅具有理论价值、也具有实际应用价值。

在概率权重矩法中, $A=-0.35, B=0$ 即绘点-位置估计量广泛用于 Wakeby 分布(Landwehr et al.[1979b])^[1]、

GVE 分布(Hosking et al.[1985])^[2]、GPA 分布(Hosking and Wallis [1987])^[3]。

线性矩法参数估计中,“绘点位置”概念是从常规矩中借来的,实际上跟点绘图形表示并没有关系,它仅是一个表示概率的权重,也就是累积概率或非超过概率。1995 年 Hosking 和 Wallis^[4]指出在线性矩法中, $A=0, B=0$ 时对线性矩比值(L-Moment ratio, 即 $L-Cv, L-Cs, L-Ck$) 的估计有一个较小的偏差, 采用这组常数 ($A=0, B=0$) 计算线性矩和线性矩比值时的绘点公式称为无偏估计量。并得出结论:绘点-位置估计量可能比较适用于对几个数据样本组合进行区域频率分析时对分布曲线上尾端频率估计值的估计, 也就是对于稀遇频率事件的估计。Hosking 和 Wallis 仅仅在区域频率分析中用 Wakeby 分布估计分布曲线上尾端频率估计值时才使用绘点-位置估计量, 其他情况下使用无偏估计量。这样做是不是恰当呢? Yoshimi goda^[5]指出, 无偏估计量并不是完全无偏的, 其在估算线性矩和频率估计值时存在些许偏差, 他建议一个新的绘点位置估计量 ($A=-0.45, B=0$) 比无偏估计量具有更小的估计偏差, 推荐在线性矩法中应用该绘点公式。

收稿日期:2015-01-26

基金项目:水利部公益性行业科研专项(201001047);江苏省高校自然科学研究面上项目(13KJB170017);淮河流域气象开放研究基金项目(HRM201205)

作者简介:苏小玲(1988-),女,广西桂林人,硕士研究生,研究方向为水文气象。E-mail:xiaoling5800@163.com

在国内,在使用常规矩法(Conventional Moments Method, CMM)进行参数估计时,对绘点公式的应用曾经有过热烈讨论。但是在基于次序统计量的线性矩法中绘点公式概念的应用并没有相关的研究,截至目前,所有关于绘点公式的讨论都集中在基于常规矩法的适线法进行频率分布曲线的拟合。如1984年华家鹏^[6]教授通过数值积分途径求得的适用于偏态系数为1~4时的近似无偏计算公式: $P_{in}=(i-0.45)/(n+0.1)$ 。1992年郭生练、叶守泽^[7]回顾经验频率公式推导的理论基础,比较各类公式的优缺点,研究皮尔逊型分布和不连序系列的无偏绘点位置,并对数学期望公式进行专门讨论,建议在水文计算中,应推广使用中值无偏经验频率公式。2006年,季学武等^[8]采用Monte Carlo法模拟生成大量样本,建立总体概率分布皮尔逊型偏态系数为0~2的绘点位置公式。如今,线性矩相对于常规矩在参数估计中的优越性被越来越多的水文统计学家所接受,线性矩法中绘点公式概念的应用就值得探讨。

2 数据资料与研究方法

2.1 数据资料

本文采用资料为太湖流域(96测站)及其周围缓冲区(44测站)总共140个测站的年最大1d降雨量系列进行分析研究。资料来源于水利部太湖流域管理局水文资料库中雨量观测站点的日降雨资料,充分考虑站点的均匀性、代表性、一致性、可靠性等原则,选取太湖流域地区96个站点的雨量资料。经过站点质量控制检查后,选取各站点的年最大1d降雨量系列进行分析计算。为了更好地帮助划分水文气象一致区,保证研究区内各个站点降雨频率估计值的可靠性,不仅要充分利用研究区内站点的信息,还要利用研究区周边缓冲区内的站点的信息。缓冲区的范围根据实际一致区内相邻子区的范围来定,根据美国NOAA的经验^[9],一般取相邻研究区子区长度的一半即可(这里指陆地,不包括海域)。本文收集了缓冲区数据共44个站,取自太湖流域周边江苏、安徽、浙江等地。

2.2 研究方法

2.2.1 线性矩法、绘点公式及稀遇频率

Hosking 1990年提出线性矩是次序统计量线性组合的期望值,并于1997年定义 r 阶线性矩的表达式为:

$$\lambda_r = \int_0^1 x(F) P_{r-1}^*(F) dF, r=1, 2, \dots, \text{式中 } P_r^*(F) \text{ 是第 } r \text{ 个}$$

移位热让德多项式,与普通热让德多项式存在关系

$P_r^*(F) = P_r(2F-1)$ 。实际上使用下面的一般离散形式:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{r-1}^*(P_{in}) x_{in}, \text{式中 } P_{in} \text{ 作为 } x_{in} \text{ 的概率权重的估计量。} P_{in} \text{ 的估计值可以通过一个经验通式来估算: } P_{in} = (i+A)/(n+B), B>A>-1. \text{参照常规矩法中点绘经验频率曲线时用到的确定绘点位置的绘点公式,这个经验公式也被称为绘点位置估计量或者绘点位置公式,简称为绘点公式,} A, B \text{ 是绘点位置参数。实际上,在线性矩法参数估计中,并不需要绘点位置的“绘点公式”,但是,} P_{in} \text{ 作为 } x_{in} \text{ 的概率权重的估计量,随着次序统计量 } x_{in} \text{ 位置的变化而变化,也可以认为是一种表达位置的“绘点公式”}^{[10]}。$$

在水文统计中,习惯上将某个具有概率性质的水文事件在一段较长的时间内出现的平均时间间隔(年)称为重现期 $T, T=1/P_r$,这里 P_r 为超过概率,重现期具有统计平均的概念。习惯上,重现期大于100年的水文事件称为稀遇频率事件。

2.2.2 蒙特卡洛模拟方法在水文分析计算中的应用

蒙特卡罗模拟方法(Monte Carlo Simulation method),也称统计模拟方法,是20世纪40年代中期得益于科学技术的发展和电子计算机的发明,而被提出的以概率统计理论为指导的一类非常重要的数值计算方法。是指使用随机数(或伪随机数)来解决很多计算问题的方法。蒙特卡洛模拟方法的原理是当问题或对象本身具有概率特征时,基于在累积频率函数(0,1)区间内随机抽样的等可能性,可以用计算机模拟的方法产生某一特定分布函数的抽样结果,根据抽样样本计算统计量或者参数的值;随着模拟次数的增多,可以通过对各次统计量或参数的估计值求平均的方法得到稳定结论。蒙特卡罗方法在水文研究中有着非常广泛的应用,它主要是用于解决确定性数学分析方法难以解决的问题,例如对参数估计方法和拟合线型、洪水风险、工程经济分析和水库的规划设计研究等。王忠法(1989)通过实际例子较为详尽地叙述了蒙特卡洛方法在水利工程项目风险分析中的具体运用^[11]。王丽学等(2008)简述了基于蒙特卡洛模拟的风险率的计算步骤,介绍了大伙房水库泄洪风险计算实例^[12]。柏正林(2011)以 P -型线型分布,采用蒙特卡罗模拟法,推求新安江率水河大桥工程设计流量,表明其为有效的工程设计洪水方法之一^[13]。

3 结果与讨论

本文共选取了24个绘点公式的参数值组合,如表

1 所示,涵盖范围广泛,其中包括常用的绘点公式、国内外研究人员提到过的绘点公式。

表1 测试的24个绘点公式A、B值组合
Table1 Combination of the 24 plotting position formulas of A, B

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.1	-0.2	-0.3	-0.3
B	0	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	0.45	1	0	0	0	0.4
序号	13	14	15	16	17	18	19	20	21	11	23	24
A	-0.3	-0.4	-0.4	-0.4	-0.5	-0.25	-0.35	-0.35	-0.35	-0.44	-0.45	-0.375
B	-0.05	0	0.2	0.3	0	0.5	0	0.3	-0.05	0.12	0.1	0.25

3.1 太湖流域水文气象一致区划分及一致区最优分布曲线选择

吴俊梅等^[14]采用地区线性矩法对太湖流域及其缓冲冲区进行一致区的划分,最终将太湖流域 96 个站点年最大降雨资料划分成 8 个水文气象一致区。进一步通过一致区内站点相关性分析研究,以及高相关性站点的取舍对稀遇频率估计值的灵敏度分析,经过筛选,移除对一致区内站点资料相关性贡献最强的青浦站点,最终得到 95 个站点分布情况。其次利用蒙特卡罗模拟检测、样本线性矩均方差检测和实测数据检测三种拟合优度检验方法,最终确定各区的最佳分布函数,分区及最优分布曲线选择结果如图 1 所示。

3.2 线性矩参数估计中对稀遇频率估计值稳健性较好的绘点公式选择

分别采用水文频率分析中常用的 5 种三参数概率分布函数,GEV、GLO、GNO、GPA、PE3,来模拟太湖流域

96 个(实际利用 95 个站点,下同)测站年最大日雨量序列。然后,分析比较不同绘点公式下基于实测数据推求的 2-y、100-y、1 000-y、10 000-y 频率估计值与蒙特卡罗模拟资料 2-y、100-y、1 000-y、10 000-y 频率估计值的平均值的相对均方根误差(RMSE),参见图 2 中 a、b、c、d 所示(95 站点,模拟次数 N=1 000)。

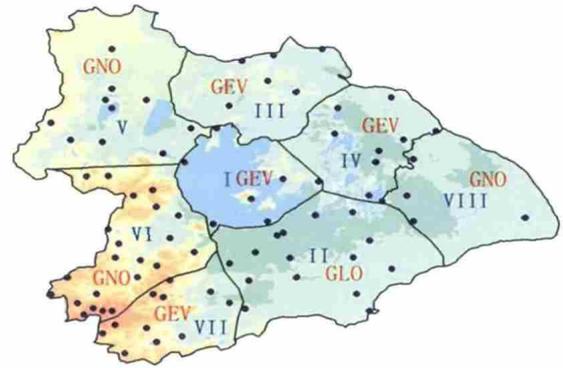


图1 太湖流域 8 个区最佳分布函数
Fig.1 the optimal distribution function for the 8 areas of the Taihu basin

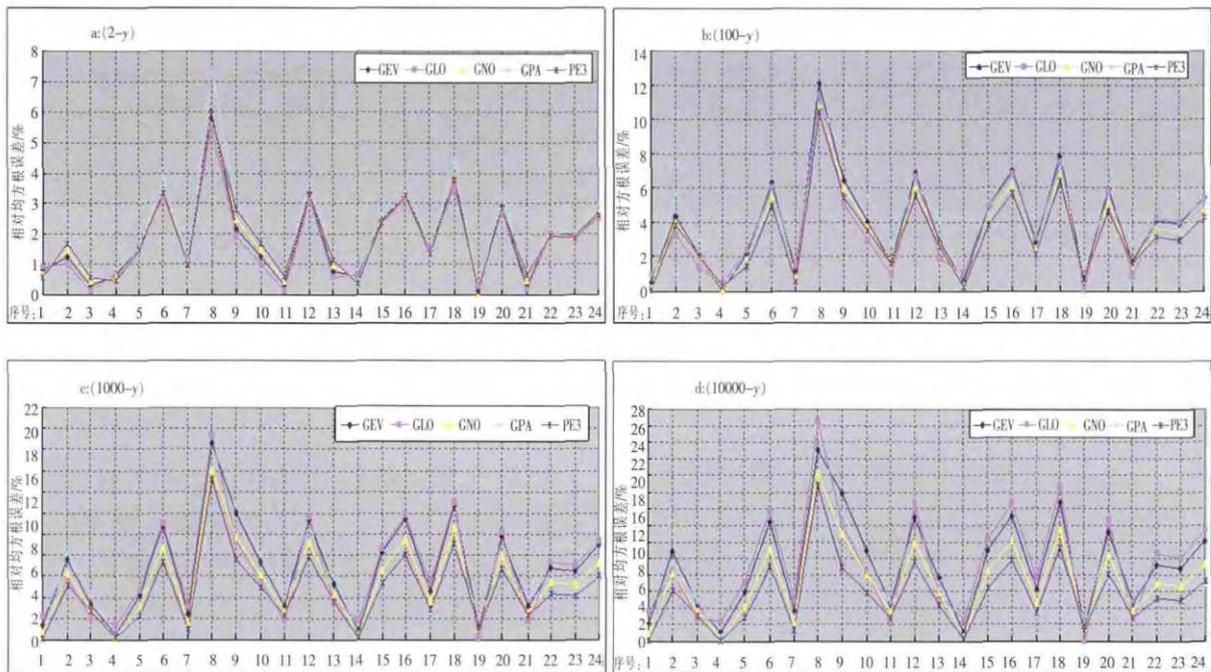


图 2 实测数据频率估计值与蒙特卡罗模拟资料频率估计值平均值相对均方根误差
Fig.2 Plot of relative RMSE(%) of real data vs. averaged simulated data for the Taihu basin

图 2 系列组图中横坐标为 24 个绘点公式 A, B 值组合,与表 1 对应;纵坐标有所不同,以方便区别其差异。由图 2 可看出,绘点公式 A, B 取值对 $2-y$ 的频率估计值影响比较小,其中由 $A=0$ 和 $B=0$ 计算得出的相对均方离差均小于 1%,可以接受。当然,对 $2-y$ 的估计值来说,当 $A=-0.35$ 和 $B=0$ 时的均方离差最小且对 5 种分布的影响非常一致。因此,在线性矩参数估计中对于 $2-y$ 频率估计值,使用无偏绘点公式是可行的;即便如此,对于 $2-y$ 的估计值,第 19 组即 $A=-0.35$ 和 $B=0$ 的组合仍然给出了很好的结果。此外,比较图 a、b、c、d 可看出绘点公式 A, B 取值对稀遇频率估计值($100-y, 1\ 000-y, 10\ 000-y$)的影响较大,也就是说有许多组合计算得出的相对均方离差均大于 1%,其中,当 $A=-0.35$ 和 $B=0$ 时的均方离差最小且 5 种分布的拟合结果高度一致,而无偏绘点公式 $P_{in}=i/n$ (即 $A=0$ 和 $B=0$),对稀遇频率估计值的稳健性并不是很理想。

因此,我们可以得出结论,对于不分区太湖流域的年最大日雨量资料,不论是常遇频率或是稀遇频率估计值,第 19 组即 $A=-0.35$ 和 $B=0$ 的组合($P_{in}=(i-0.35)/n$)对降低频率估计值不确定性的表现最好,第 14 组即 $A=-0.4$ 和 $B=0$ 的组合($P_{in}=(i-0.4)/n$)次之,值得推荐;

诚然,对于常遇频率估计值来说,使用无偏绘点公式 $P_{in}=i/n$ 也是可以接受的。

3.3 太湖流域一致区划分后每个一致区绘点公式选择
前文把太湖流域 96 个雨量站点作为一个整体,分析绘点公式中,参数值的优选情况。现在进一步分析 A, B 参数值对各个水文气象一致区资料的配合情形。水文气象分区线性矩法,缓解了水文频率计算中频率估计值的稳定性问题。本文在用太湖流域 96 雨量站作为一个区进行分析比较后,再采用太湖流域分区以及一致区最优分布曲线选择后的数据资料(图 1)进行分析计算,使优选出来的绘点公式更具说服力。

8 个一致区中,Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ、Ⅷ区内站点数较少($n \leq 10, n$ 为一致区内站点数,下同),而Ⅱ区($n=19$)、Ⅲ区($n=24$)、Ⅳ区($n=15$)区内站点数较多,更具代表性。为了减小分区站点数及统计性质对计算结果的影响,使计算结果更加准确,本文选用分区后站点数较多的Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ区进行计算。根据选取的每个一致区最优分布线型进行蒙特卡洛模拟,计算一致区实测资料 $100-y, 1\ 000-y, 10\ 000-y$ 频率估计值、蒙特卡洛生成资料频率估计值的平均值,并计算两者间的相对均方根误差,结果如图 3 中 a、b、c 所示。

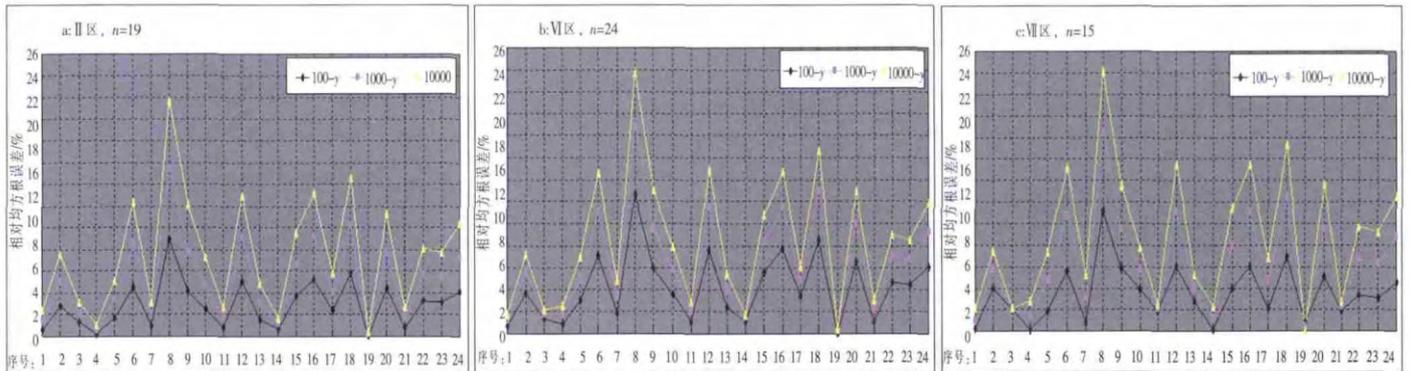


图 3 一致区实测资料频率估计值与蒙特卡洛模拟数据频率估计值的平均值的相对均方根误差
Fig.3 Plot of relative RMSE(%) of data region vs. averaged simulated for Taihu

图 3 中横坐标为 24 个绘点公式 A, B 值组合,与表 1 对应。由图 3 可看出在太湖流域Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ区线性矩参数估计中,绘点公式参数 A, B 取值对稀遇频率估计稳健性影响较大。在太湖流域Ⅱ区($n=19$)、Ⅲ区($n=24$)、Ⅳ区($n=15$)区线性矩参数估计中,序号 19 绘点公式($A=-0.35, B=0$)对 $100-y, 1\ 000-y, 10\ 000-y$ 计算所得相对均方根误差皆最小,对稀遇频率估计值有最好的稳健性;而序号 14 绘点公式($A=-0.4$ 和

$B=0$) 计算所得的相对均方根误差也较小,可以接受。综合考虑站点数较多的 3 个一致区以及太湖流域整区 96 测站的稀遇频率估计值稳定性,通过以上分析,建议在应用线性矩进行参数估计分析计算稀遇频率估计值时,采用绘点公式 $P_{in}=(i-0.35)/n$ 或者 $P_{in}=(i-0.4)/n$ 。

本文综合了太湖流域整区 96 测站及分区后较具代表性的Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ一致区的分析,验证了绘点公式

$P_{i:n}=(i-0.35)/n$ 在稀遇频率估计值估算上的优越性, 将其应用于线性矩参数估计中, 可以提高频率估计值的稳健性, 在理论上, 可以弥补无偏估计量对稀遇频率估计值稳定性不足的缺点, 对以后的研究有很好的参考价值。在实际应用中, 应用于防洪设计标准, 使得稀遇频率估计值更加合理可靠, 减少了由于工程设计不当造成的经济损失, 在防灾减灾方面具有科学合理的指导作用。

4 结论

本文应用太湖流域 96 雨量站年最大日雨量资料, 以 $2-y$ 频率估计值代表常遇频率估计值, $100-y$ 、 $1\ 000-y$ 、 $10\ 000-y$ 频率估计值代表稀遇频率估计值, 分析比较绘点公式对 $2-y$ 、 $100-y$ 、 $1\ 000-y$ 、 $10\ 000-y$ 频率估计值不确定性的影响。得到了以下结论与建议:

(1) 在线性矩参数估计中, 绘点公式的选择对稀遇频率估计值的影响要远大于对常遇频率估计值的影响。

(2) 对太湖流域 96 雨量站分析, 无偏绘点公式 $P_{i:n}=i/n$ 在线性矩参数估计中对 $2-y$ 频率估计值有较好的稳定性, 可以接受。而采用绘点公式 $P_{i:n}=(i-0.35)/n$ 或 $P_{i:n}=(i-0.4)/n$ 也是很好的选择。

(3) 对太湖流域一致区进行分析, 区线性矩参数估计中, 绘点公式 $P_{i:n}=(i-0.35)/n$ 是最好的选择; 因为受分区站点数及统计性质的影响, 绘点公式 $P_{i:n}=(i-0.35)/n$ 在分区内站点数较少的区存在偏差(计算结果图略)。

(4) 综合考虑不同绘点公式对太湖流域 96 雨量站 $2-y$ 和 $100-y$ 、 $1\ 000-y$ 、 $10\ 000-y$ 频率估计值的影响及对 3 个一致区稀遇频率估计值的影响, 绘点公式 $P_{i:n}=(i-0.35)/n$ 或 $P_{i:n}=(i-0.4)/n$ 适用各种频率估计值计算; 而无偏绘点公式 $P_{i:n}=i/n$ 仅对常遇频率估计值适用。

总之, 在线性矩参数估计中, 绘点公式 $P_{i:n}=(i-0.35)/n$ 对于所有重现期的频率估计值的计算是普遍可以接受的, 这一结论与目前全部采用无偏绘点公式 $P_{i:n}=i/n$ 的做法不同。当然, 由于资料的限制, 这种结论是否具有普遍性, 需要进一步探讨和深入研究。

参考文献:

[1] Landwehr, J.R.M., Matalas, N.C. & Wallis, J.R.. Estimation of parameters and quantiles of Wakeby distributions [J]. Water Resources Res, 1979,15(5):1361-1379.

[2] Hosking, J.R.M., Wallis, J.R. & Wood, E.F.. Estimation of the generalized extreme value distribution by the method of probability-weighted moments [J]. Technometrics, 1985,27(2):251-261.

[3] Hosking, J.R.M., Wallis, J.R.. Parameter and quantile estimation for the generalized pareto distribution [J]. Technometrics, 1987,29(2): 339-349.

[4] Hosking JRM, Wallis JR. A comparison of unbiased and plotting-position estimators of L moments [J]. Water Resources Research, 1995,31(8):2019-2025.

[5] Yoshimi Goda. Plotting-position estimator for the L-moment Method and quantile confidence interval for the GEV, GPA, and WEIBULL distributions applied for extreme wave analysis [J]. Coastal Engineering Journal, 2011,53(2):111-149.

[6] 华家鹏. 关于不偏的洪水经验频率计算公式的研究[J]. 水文, 1984, (4):5-11. (HUA Jiapeng. The study of flood empirical frequency formula[J]. Journal of China Hydrology, 1984,(4):5-11. (in Chinese))

[7] 郭生练, 叶守泽. 论水文计算中的经验频率公式[J]. 武汉水利电力学院学报, 1992,(2):38-45. (GUO Shenglian, YE Shouze. The empirical frequency formula in hydrological computation[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 1992,(2):38-45. (in Chinese))

[8] 季学武, 丁晶, 沈学汶, 等. 皮尔逊 III 型分布的绘点位置[J]. 水资源研究, 2006,(2):38-44. (JI Xuewu, DING Jing, SHEN Xuemen, et al. The plotting position of pearson type III distribution [J]. Journal of Water Resources Research, 2006,(2):38-44. (in Chinese))

[9] Lin B., Bonnin G. M., Martin D. L., et al. Regional frequency studies of annual extreme precipitation in the United States based on regional L-moments analysis[A]. EWRI Proceedings[C]. Omaha, Nebraska, U.S.A.. 2006,12.

[10] LIN Bingzhang. Seminar on Regional L-moments Analysis Method[R]. Nanjing: NOAA/NWS/Office of Hydrologic Development-HDSC, 2004.

[11] 王忠法. 蒙特卡洛方法在水利工程项目风险分析中的应用 [J]. 人民长江, 1989,(5):5-11. (WANG Zhongfa. The monte carlo method in the application of the water conservancy project risk analysis[J]. Yangtze River, 1989,(5):5-11. (in Chinese))

[12] 王丽学, 林凤伟, 汪可欣, 等. 基于蒙特卡罗模拟的泄洪风险率计算[J]. 人民长江, 2008,19:20-22. (WANG Lixue, LIN Fengwei, WANG Kexin, et al. The flood risk rate calculation based on the monte carlo simulation[J]. Yangtze River, 2008,19:20-22. (in Chinese))

[13] 柏正林. 用蒙特卡罗模拟法推求工程设计流量 [J]. 水文, 2011,(6): 70-75+43. (BAI ZhengLin. Using monte carlo simulation method to calculation the design of traffic engineering[J]. Journal of China Hydrology, 2011,(6):70-75+43. (in Chinese))

[14] 吴俊梅, 林炳章, 邵月红. 地区线性矩法在太湖流域暴雨频率分析中的应用 [J]. 水文, 2015, (5):15-22. (WU Junmei, LIN Bingzhang, SHAO Yuehong. Application of regional L-moments analysis method in precipitation frequency analysis for Taihu Lake Basin [J]. Journal of China Hydrology, 2015,(5):15-22. (in Chinese))

Influence of Plotting Position Formulas on Quantile Estimates in L-moments Analysis

SU Xiaoling^{1,2}, LIN Bingzhang^{1,2}, WU Junmei³

(1. College of Hydrometeorology, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;

2. College of Atmospheric Science, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;

3. Kunshan Meteorological Bureau, Kunshan 215300, China)

Abstract: Based on annual maximum daily precipitation data series at 96 gauging stations in the Taihu Lake Basin in East China, via L-Moment Analysis in combination with Monte Carlo Simulation method, the influence of different A and B in the plotting position formula $P_{in}=(i+A)/(n+B)$, $B>A>-1$ on quantile estimates has been discussed and assessed. The criterion of RMSE between the actual data frequency estimates and the average of quantiles obtained based on the generated data was applied to computation and analysis in the assessment, focusing on the influence on quantiles for rare frequencies such as 100-y, 1 000-y and 10 000-y events. It is found out that the unbiased estimator of $P_{in}=i/n$, i.e. $A=0$ and $B=0$ in the plotting formula, has a little influence on frequency estimates in terms of uncertainties for frequent estimates such as 2-y, 5-y and 10-y events in the L-moments analysis, but a considerable influence for rare frequency estimates such as 100-y, 1 000-y and 10 000-y events. It is recommended that the plotting position formula of $P_{in}=(i-0.35)/n$, i.e. $A=-0.35$ and $B=0$, is good for quantile estimates for all frequencies, particularly for the rare frequencies events though the unbiased estimator of $P_{in}=i/n$ is also suitable to the frequent events.

Key words: Plotting position formula; L-moments; Monte Carlo Simulation; quantiles for rare frequencies

(上接第 16 页)

[19] 孔凡哲,芮孝芳. TOPMODEL 中地形指数计算方法的探讨[J]. 水科学进展,2003,14(1):41-45.(KONG Fanzhe, RUI Xiaofang. Calculation method for the topographic index in TOPMODEL [J]. Advances in Water Science, 2003,14(1):41-45. (in Chinese))

[20] Quinn P F, Beven K J, Chevallier P, et al. The prediction of hillslope flow paths for distributed hydrological modelling using digital terrain models[J]. Hydrological Processes, 1991,5(1):59-79.

[21] Li Haigang, Liu Jian, Li Guohua. Past, present, and future use of phosphorus in Chinese agriculture and its influence on phosphorus losses[J]. Ambio, 2015,44(22):274-285.

[22] Qiu Zeyuan. Assessing critical source areas in watersheds for conservation buffer planning and riparian restoration [J]. Environmental Management, 2009,44(5):968-980.

[23] 张丽,陆海明,邹鹰,等. 缺资料小流域非点源磷素输出关键源区识别方法初探[J]. 生态与农村环境学报, 2014,30(3):403-408.

(ZHANG Li, ZOU Ying, LU Haiming, et al. Method of identifying critical source areas of non-point source phosphorus output in data deficient small watersheds [J]. Journal of Ecology and Rural Environment, 2014,30(3):403-408. (in Chinese))

[24] 杨章林,周小平,王建国,等. 用于农田非点源污染控制的生态拦截型沟渠系统及其效果[J]. 生态学杂志, 2005,24(11):1371-1374. (YANG Zhanglin, ZHOU Xiaoping, WANG Jianguo, et al. Ecological ditch system with interception function and its effects on controlling farmland non-point pollution [J]. Chinese Journal of Ecology, 2005,24(11):1371-1374. (in Chinese))

[25] 李伟,王建国,王岩,等. 用于防控菜地排水中氮磷污染的缓冲带技术初探[J]. 土壤, 2011,43(4):565-569. (LI Wei, WANG Jianguo, WANG Yan, et al. Pre-test of buffer zones for preventing nitrogen and phosphorus pollution from vegetable drainage [J]. Soils, 2011,43(4):565-569. (in Chinese))

Identifying Critical Source Areas of Non-point Source Phosphorus Export Based on Topographic Index

WANG Niu^{1,2}, LU Haiming¹, ZOU Ying¹, CHEN Xiaoyan¹, ZHU Qiande¹

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing

210029, China; 2. College of Hydrology and Water Resources, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Phosphorus export via non-point source plays a vital role in the eutrophication of water body. Identification of phosphorus export critical source areas could help mitigate and control non-point source phosphorus export. The critical source area assessment method based on the modified phosphorus index was established, considering topographical index. Xiyuan watershed located in Yangtze-Huaihe transition region was selected as a case study area. The results show that critical source area of phosphorus export only occupies 8% of the total catchment area, and mainly distributed in the cropland close to the stream in lower reaches.

Key words: non-point pollution; critical source area; phosphorus index; topographic index; risk of export