

郑海忠,严武建,王平,等.列车振动及其引起场地效应研究进展[J].地震工程学报,2021,43(1):219-228.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2021.01.219
ZHENG Haizhong, YAN Wujian, WANG Ping, et al. Research Progress on Train Vibration and Resulting Site Effects [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2021, 43(1): 219-228. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2021.01.219

列车振动及其引起场地效应研究进展

郑海忠¹, 严武建^{1,2}, 王平^{1,2}, 李福秀¹

(1. 中国地震局兰州地震研究所 中国地震局黄土地震工程重点实验室, 甘肃 兰州 730000;
2. 甘肃省岩土防灾工程技术研究中心, 甘肃 兰州 730000)

摘要: 列车已经成为交通运输的首选工具和主力,特别是高速列车对经济和社会的发展有着重要作用。由于高速列车和传统列车相比较最大的特点是速度高,因此所产生的环境振动越厉害,使得列车运输系统与人们的生产生活的矛盾越发激烈。因此,高速列车运行产生的环境振动问题成为国际研究热点和前沿课题。文中总结国内外研究现状和进展,重点从列车振动的理论研究、数值计算研究、现场测试研究与分析和不同场地列车振动效应研究四方面进行详细阐述,同时对列车运行产生振动的传播特点、场地效应、振动预测以及振动控制进行总结及展望。

关键词: 列车;振动;理论研究;数值计算;现场测试;场地效应

中图分类号: TU435

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2021)01-0219-10

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2021.01.219

Research Progress on Train Vibration and Resulting Site Effects

ZHENG Haizhong¹, YAN Wujian^{1,2}, WANG Ping^{1,2}, LI Fuxiu¹

(1. Key Laboratory of Loess Earthquake Engineering, Lanzhou Institute of Seismology, CEA, Lanzhou 730000, Gansu, China;
2. Geotechnical Disaster Prevention Engineering Technology Research Center of Gansu Province, Lanzhou 730000, Gansu, China)

Abstract: Trains have become a main force in transportation. High-speed trains play an especially important role in economic and social development. High-speed trains produce greater environmental vibration than their more conventional counterparts. Thus, interactions between train transportation systems and human life has become more intense. Therefore, the environmental vibration problem caused by high-speed trains has become a major topic in international research. This paper summarizes the status of research and progress of high-speed trains at home and abroad, and focuses on the theoretical research, numerical calculation, field tests, and train vibration research at different sites. This paper also summarizes the current state and future outlook for vibration propagation characteristics, site effects, vibration prediction, and vibration control of train operation.

Keywords: train; vibration; theoretical research; numerical calculation; field test; site effect

收稿日期: 2018-12-12

基金项目: 中国地震局地震预测研究所基本科研业务费专项项目(2019IESLZ05, 2014IESLZ01); 国家自然科学基金面上项目(51678545, 41472297); 国家重点研发计划课题(2017YFC1500906)

第一作者简介: 郑海忠(1994—), 男, 硕士研究生, 主要从岩土地震工程。E-mail: zhenghzhz@126.com。

通信作者: 严武建(1980—), 男, 副研究员, 主要从事岩土地震工程及混凝土耐久性研究。E-mail: yanwj1980@126.com。

0 引言

随着社会和经济的发展,高速列车成为交通运输的主力,对国家的发展起着非常重要的作用。特别是近年来铁路和轨道交通的迅速发展,列车运行速度、运载重量和铁路密度的大幅度提高,使得铁路和轨道运输系统与人们生产和生活的联系更加紧密且矛盾更加突出。一方面,在可持续发展、全球气候变暖和节能减排的全球性问题下,同时由于铁路和轨道交通具有速度快、时间准确、安全、便捷、舒服等特点,使其成为人们日常出行和大型货物运输的首选工具;另一方面,由于铁路和轨道交通系统建设的日新月异,由列车产生的振动问题也日渐突出,它可能引起附近建筑物振动,甚至导致建筑物的开裂,会产生大量的噪声污染,对周围居民的正常生活、工作和学习产生比较严重的影响,可能影响周围高校以及科研单位等精密仪器设备的使用,同时也可能对周围的历史名胜古迹产生破坏性的作用。列车振动造成的环境问题主要有地基振动、建筑结构物振动以及噪声污染三个方面,因此在国际上已经把振动问题列为七大环境公害之一^[1]。

列车振动对周围环境产生影响的过程为:列车产生的荷载作用在轨道上,由于列车的高速运行,轮轨之间相互作用非常强烈,在列车轴重产生的准静态荷载、车轮的磨损、轨道几何面的不平顺、轨道下基础的缺陷等因素的共同作用下,构成列车和轨道耦合系统激励,成为列车振动的振源,并产生大量的噪声。由列车和轨道耦合系统产生的振动,通过轨道下的路基(衬砌结构)、土体向外传播,成为列车振动的传播路径。振动传播到附近建筑结构物的基础,由于土体和建筑结构物的相互作用,引起建筑结构物的振动,造成建筑结构物的破坏、精密仪器的正常使用等危害^[2-3]。

国内外许多研究者从列车振动产生的原因、传播规律、预测方法以及控制方法等方面进行了大量的相关研究。关于列车振动及其场地效应的研究方法主要有:理论研究,通过对振源、传播路径建立相应的理论模型,获得其动力响应的解析解和半解析解;数值计算研究,对列车—轨道—路基(衬砌结构)—土体建立研究体系的动力学模型,通过数值计算得到整个系统的动力响应;现场测试研究,对列车引起地面、建筑结构物等振动的实际观测,来分析列车振动及其传播的特点。本文在上述三个主要研究

方法已取得研究成果基础上,对列车振动及其引起的场地效应相关理论、数值计算方法和现场实测研究进行了较为系统的分类及评述。

1 列车振动理论研究

通过国内外研究者长期对列车振动的研究与实践,在理论研究上主要形成了车辆动力学理论和轨道动力学理论。在车辆动力学模型中,主要对列车激励模型和列车模型进行了大量的研究,形成了较为完善的理论模型。对轨道的几何不平顺、钢轨的接头、车轮之间的磨伤等进行了系统研究,建立了确定性激励和非确定性激励,同时将运行中的列车考虑为有多个自由度的模型;在轨道动力学模型中,主要对钢轨振动、轨枕振动、道床振动及其它它们之间的相互关系建立了完整的理论模型。由于列车速度的加快、列车承载重量的加剧使得车辆-轨道之间的相互作用非常强烈,因此翟婉明^[4]将车辆系统和轨道系统看作是一个相互作用、相互耦合的大系统,将车辆动力学和轨道动力学相互联系在一起,将轨道最为两个系统之间联系的纽带,建立了车辆-耦合动力学模型,成为国际上较完整的列车振动理论模型。

1.1 列车荷载-轨道结构模型

Krylov V V 等^[5-7]考虑列车轴重的影响,建立了作用在弹性基础上的移动荷载模型,但没有考虑到轮轨之间的相互作用,例如轨道的几何不平顺和车体自身振动等的影响。因为轨道的不平顺具有随机性,所以只能通过线路实测获得相关的资料。早在 1964 年英国就开始轨道随机不平顺的测实测,随后德国、美国等国家都进行了实测,并提出了轨道不平顺谱密度等相关函数。20 世纪 90 年代末,我国也进行了大量的实测,提出了轨道随机不平顺功率谱函数^[8-9]。Jones 等^[10]建立了在分层地基土体上作用移动简谐荷载模型,研究了移动荷载相对速度与土体波速的相互影响,这种移动简谐荷载模型在一定程度上能够反映轮轨的相互动力作用以及车体振动等的影响。Kruse 等^[11]建立了在黏弹性地基上的匀速移动的双质量振子模型,分析了双质量振子的本征频率与黏性系数之间的关系,建立的列车荷载模型未考虑轮轨作用等因素。由于对列车研究的深入,提出了更为复杂、更能反映出列车振动振源模型,Sheng 等^[12]建立了列车-轨道-地基模型,把列车模型化为一个多自由度系统,考虑轮对与轨道的相互作用,并将其视为 Hertizian 线性接触弹簧,分

析了列车引起的地基振动,结果表明轮轨之间的动力作用对地基振动的高频成分有重要的影响。翟婉明^[4]建立了完整的车辆-轨道耦合系统,采用 Hertz 非线性接触理论详细描述了列车与轨道之间的相互动力关系,将列车荷载分为脉冲型激励、谐波型激励、动力型激励和随机型激励。

国内外研究者对钢轨、轨枕、扣件和道床等都进行了大量的研究,建立相应的模型。对钢轨的建立的模型主要有将钢轨视为连续弹性体的 Euler 梁和 Timoshenko 梁,其两者的主要区别是 Timoshenko 梁考虑了剪切变形和转动惯量的影响, Timoshenko 梁主要用于研究轨道结构动力响应^[13-14],但由于 Timoshenko 梁在理论计算时较为复杂,目前大多数采用 Euler 梁。Costa 等^[15]对钢轨的两种模型进行了比较,研究结果表明两者在低频范围内没有差别,仅在高频范围内数值上稍有不同。Sheng 等^[16]把扣件建立为弹簧-阻尼模型;对轨枕和道床建立有连续支撑和离散支撑两种模型^[17-18], Sheng 和 Knothe^[19-20]对两种模型进行了比较,结果为列车低速运行时,两者无差别,但在高速运行时,连续支撑模型计算出的轮轨动力作用比实际情况大很多。对轨道下基础结构建立的模型有单层、双层和多层支撑,翟婉明等^[21-22]对轨下基础模型进行对比研究,表明多层支撑模型模拟的结果优于单层和双层,同时多层支撑模型能够模拟出基础内的缺陷等特殊情况。

1.2 列车荷载引起的地基振动理论

20 世纪 50 年代开始,许多研究者建立了移动荷载作用在二维平面模型和三维半空间模型,但由于列车引起的基础振动加速度和位移通常比较小,将土体视为弹性或者是黏弹性介质,建立土体在移动荷载下的振动微分方程,通过 Helmholtz 分解和 Fourier 变换得到相应的位移解析解,通过地基土振动 Green 函数并结合车辆、轨道动力学建立相应的模型。

Cole 和 Huth^[23]建立了移动集中线荷载以恒定的速度作用在弹性半平面的模型,利用 Helmholtz 分解和 Fourier 变换求解位移和应力解析解,表明任意分布荷载引起的应力场可以通过移动集中线荷载叠加建立,并讨论了移动荷载速度大于和小于弹性介质纵波和横波波速以及介于两者之间的情况。刘维宁等^[24]建立了轨道-衬砌结构-地层模型和列车-轨道系统模型,用来确定列车振动的荷载和振动

的传播规律。Lefeuvre—Mesgouez 等^[25]将土体视为弹性半空间结构建立二维平面模型,从理论上研究了由于移动的垂向简谐荷载引起的地面振动,并且分析了在低速荷载和高速荷载下引起地面振动的特性和空间分布情况。Sheng 等^[26-27]研究了轨道临界速度、分层地基中移动荷载引起的土体动力响应特点以及和土体 Rayleigh 波速的相互关系。曹艳梅等^[28]利用地基土振动的 Green 函数以及结合车辆、轨道动力学,并通过轮轨之间利用 Hertz 接触、轨枕和地基土的动力平衡关系建立了列车-轨道-地基土相互耦合模型,结果表明列车运行引起的动力响应与移动速度和地基土的性质密切相关。谢伟平等^[29]利用 Green 函数法、以轨道-地基作为研究对象并将轨道看成是半无限地基与成层地基上的 Winkle 梁,得到了在高速移动荷载作用下轨道与地表的振动特性。王常晶和陈云敏^[30]将移动荷载作用于弹性地基上的 Timoshenko 梁上,计算得到作用于地基表面的反力,再将此力作用于地表的移动荷载,计算得到地基内部的动力响应。

上述所建立的列车移动荷载引起地面动力响应的模型,大都将土体视为弹性或者黏弹性介质,由于土体是由气体-液体-土颗粒三相组成,所以上述模型没有考虑到流体和气体对振动传播的影响。因此,许多研究者利用 Biot 动力方程来求解在移动荷载作用在饱和土体的振动特性。Theodorakopoulos^[31]求解了在平面应变下,半无限空间完全饱和土体 Biot 波动方程,研究了孔隙率、渗透系数、剪切模量、流体的可压缩性和移动载荷的速度对土体骨架的垂直位移,流体压力和有效应力的影响。Lu 和 Jeng^[32]基于 Biot 理论,通过傅里叶变换得到势函数的频域 Helmholtz 方程,推导出了一个半空间饱和土体受移动点载荷动态响应的解析解,结果表明:移动荷载对多孔介质的动态响应具有非常复杂的影响,一般而言,高速移动荷载在多孔介质中产生动力响应比静态或低速荷载情况下要大很多。Cai 等^[33]使用傅里叶变化并基于 Biot 理论推导出了半空间饱和土体在移动矩形载荷作用下的动态响应,结果表明荷载速度和土体的渗透性对其动态响应和孔隙水压力有明显影响。Cao 等^[34]通过车辆-轨道-饱和土体耦合系统模型,研究了由准静态荷载和动态荷载作用于半无限空间饱和土体上的动态响应。袁宗浩^[35]基于 Biot 饱和土波动方程,利用傅里叶变换和模态叠加法建立了二维平面应变模型并求解了柱坐

标系的 Biot 波动方程和壳体振动方程,建立了三维衬砌结构-饱和土体的全空间模型,通过弥散曲线研究了二维平面应变模型中的关键速度。

通过以上研究成果可以看出,对列车振动及其场地效应的理论研究从作用在均匀弹性地基上 Euler 梁的移动常荷载的一维模型到列车-轨道-路基(衬砌结构)-地面耦合三维模型、从将土体视为弹性或者黏弹性地基到将土体视为由两相组成的饱和土体的研究过程中,主要集中在对列车荷载、轨道模型、地基模型以及三者之间的相互作用的建模,并对列车速度、列车轴重、地基的材料特性等对地面振动动力响应的影响进行了详细的研究,得到了较为完善的结论。目前大都理论研究将土体视为弹性或者黏弹性,将土体视为饱和土体的研究较少,视为非饱和土体的研究更是鲜有涉及;另外,将土体视为饱和土体地基,在列车移动荷载作用下引起的土体内部空隙压力的变化以及土体的固结沉降的研究甚少,有待进一步研究。

2 列车振动数值计算研究

随着计算机的快速发展,特别是计算机运行能力和内存的不断提高,使得利用数值计算方法求解大型计算成为可能。目前,最常用的数值计算方法有有限单元法、有限差分法和边界元法等方法。有限单元法的优点是能够对复杂的材料属性进行模拟,同时能够适用于各种复杂的几何形状,也可以用于求解线性、非线性、均质和非均质等复杂问题。但是有限单元法在计算振动传播问题时,不能在无限区域进行离散,只能在一定区域上进行,因此必须设置合理的人工边界,使得波动能力传递出去,不能够反射回来。有限差分法的优点在于能够直接将微分问题转化为代数问题,建模简单直观,不需要进行单元分析和整体分析,但其缺点是不能够模拟比较复杂的边界条件和不规则的几何形状。边界元法是对定义域内的边界进行单元划分,用满足控制方程的函数去逼近边界条件,因此边界元法最大的优点就是在于处理无限和半无限介质问题,但其缺点是不能模拟复杂和不规则的几何形状。由于每种数值计算方法都有自己的优缺点,所以为了利用每种数值计算方法的优点提出了耦合数值计算方法,例如:有限单元-边界元耦合法。

2.1 二维和三维有限元数值计算模型

刘维宁等^[24]建立了列车-轨道-衬砌结构-地层

系统的三维有限元模型,研究了地铁列车引起地面振动的传播规律,结果表明在距离隧道轴线一定距离处存在一个振动放大区。李亮等^[36]利用激励函数模拟列车荷载,并建立二维弹塑性有限元模型来分析动力响应。和振兴等^[37]将轨道-隧道-列车建立了三维有限元分析模型,列车由 8 节车辆组成,以速度为 80 km/h 运行,分析了隧道地基弹性模量和埋深对动力响应的影响。Wang 等^[38]在隧道内采用有限单元法而在土体边界采用边界元方法建立了有限元-边界元分析模型,提出了一种数值模型来预测隧道内地铁列车激励引起的自由场振动。翟婉明和韩海燕^[39]等采用有限单元法并结合车辆-轨道耦合动力学,建立了列车-轨道-土体三维有限元分析模型,计算结果表明:移动荷载的速度接近土体的 Rayleigh 波波速时,土体会发生共振。姚锦宝等^[40]建立了列车-轨道-路基-土体-建筑物二维有限元分析模型,分析了地基土-建筑物基础的在不同相互作用下的动态响应。黄强等^[41]根据上海 2 号线某地铁隧道,运用循环运动本构关系建立了二维有限元分析模型,分析了饱和软土中列车引起的地表动力响应。

2.2 2.5 维有限元数值计算模型

二维有限元单元法不能精确反应几何形状和材料的特性。三维有限单元法的适用性很强,可以考虑不规则的几何形状和材料的复杂性及不均匀性等,但是为了获得高阶振动的精确解需要细化网格,在计算的过程中导致运行内存不足,运行速度慢。因此,鉴于轨道结构大多数是沿着轴向均匀对称的特点,发展了 2.5 维有限元数值计算模型,是一种有限元-边界元相结合的模型,将路基和土体以及之间的相互作用用有限元进行模拟,将地基的半无限空间用边界元来模拟。

Huang 等^[42-43]建立了地铁运行引起土体振动的 2.5D 有限元-无限元模型,并考虑了轨道不平顺动力特性,结果表明:由于轨道不平顺的存在,使得土体的振动加速度大大增加。边学成等^[44]利用 2.5D 有限元数值计算方法模拟了在单个轮轴荷载作用下土体的动力响应,并分析了在不同的移动荷载速度下,饱和软土的动力响应。袁宗浩等^[35,45]基于 Biot 和弹性理论,建立了地铁-轨道-衬砌结构-饱和土体的 2.5D 有限元分析模型,常荷载移动速度及移动简谐荷载频率与地表动力响应的关系。马龙祥等^[46]建立了薄片有限元-无限元数值分析模型来预

测地铁运行引起的环境振动。

3 列车振动现场测试研究

现场测试研究相比于理论和数值计算研究更具有真实性和可靠性,对列车振动及其引起的场地效应有着非常重要的影响。现场测试的结果不仅能够为理论分析提供相应的依据、验证理论模型和数值分析模型的正确性和适用性,而且能够对列车引起的环境振动进行评估、对列车振动进行预测提供依据。但是现场测试的结果受到人为因素、测试方法、测试线路环境、测点选择等因素的影响很大,对列车振动的研究没有形成统一性和普遍性方法。但目前对列车振动现场测试的研究相对较少,缺乏相关的实测数据,仍然有许多理论和数值模拟成果需要验证、有许多问题需要进行现场实测研究解决。

3.1 地铁列车振动现场测试与分析

许多学者对地铁列车运行时产生的地面及其周围环境振动进行了大量的测试与分析,得出了振动的传播规律以及有效的减振措施。闫维明等^[49]对某地铁 1 号线附近列车运行引起的地面振动的动力响应进行了实测和分析,结果表明:列车运行引起的地面振动的振级主要由垂直于轨道的距离决定,不但存在一个振动放大区,而且地面振动响应集中在一个主要的频率范围内。郑晓和刘胜群^[50]对上海 1 号线某区段地铁引起的地表振动进行了现场测试,经过分析得到列车引起的振动主要是由轮轴荷载引起的;振动具有脉冲、尖峰特征;列车速度越快,高频成分越大。栗润德等^[52]对北京东单-建国门某区间地铁引起的振动进行现场测试和分析,结果表明地铁引起的地面振动特征主要受距离和背景振的影响,提出地面振动有一个特征频率为“交汇频率”,当小于特征频率是列车引起的地面振动主要由背景振动控制,而大于特征频率时,由距离控制。李克飞等^[54]对采用减振措施的北京地铁 5 号线进行了实测分析,对普通扣件、Ⅳ型轨道减震器扣件、梯形轨道的减振性能进行了评价。刘卫丰等^[59]分别对地铁列车与道路车辆引起的地面振动及其两者的叠加进行了实测,并进行了对比分析,得出在距离地铁隧道中心线一定范围内,地铁列车引起的振动效应要低于公交车引起的。

3.2 铁路沿线及其特殊路段的现场测试与分析

对铁路沿线包括桥梁、隧道、路桥过渡段等特殊线路,列车运行引起的振动进行了很多现场实测分

析。杨光辉等^[47]通过一系列桥下振动现场测试的数据,利用复合回归方法,得到了列车运行引起的地面加速度随距离衰减的经验公式。夏禾等^[48]对铁路桥梁以及铁路附近地面和建筑物的动力响应进行了两次现场测试研究,结果表明:地面和建筑物的振动随着列车速度的增加而增加,距离线路越远地面和建筑物的振动越小,但在距线路一定范围内有一个振动放大区。高广运等^[51]对秦-沈铁路沿线列车引起的地面振动进行了测试,分析了在不同列车编组和速度下,对地面振动的影响。陈建国等^[53,57]对京-广铁路某区段附近列车引起的地面振动进行了现场测试与分析,研究了地面振动的特点及其衰减规律。陈果元等^[55-56]对铁路沿线桥路和路涵过渡段进行了地面振动和沉降实测和分析,得出级配碎石过渡段能够有效地减轻地面的沉降。张良涛^[58]进行了高架铁路列车运行引起的地面振动的测试与分析,并评价了隔振屏障的效果。肖明清等^[60]对列车在隧道中运行引起的地面振动进行了实测分析,发现环向和径向的振动要大于垂向振动并在距离隧道中心线一定范围内存在一个振动放大区。张光明^[61]、陈功奇^[62]对高速铁路路基段的振动响应进行了实测和数值计算分析。徐善辉等^[63]在京津城际高铁廊坊段进行了长时间的观测,结果表明:沿线路在不同位置处,不同列车经过是引起的地面振动的差别很大,而在同一位置,不同列车经过时,引起的地面振动具有非常好的相似性。孟祥连等^[64]对在黄土地区的西宝高铁进行了振动测试,分析表明:水平和垂向的振动强度随着列车的速度和轴重增加而增加,振动持时随着列车长度而增加,黄土的特性会使得振动在某些部位出现反弹。

综合上述学者对列车振动现场实测与分析的研究成果,可以得出:列车运行引起的地面振动的强度主要由距离轨道中心轴线的距离决定,随着距离的增加,振动强度衰减,在距轨道中心轴线的一定范围内会存在一个振动放大区;列车运行产生的地面振动主要是由列车轴重引起的;列车运行速度越快,产生的地面振动强度越高;列车编组越多,产生的地面振动越强,振动持时也越长。目前,对列车振动产生的环境振动的实测主要集中于列车运行速度、列车编组等因素对振动的影响,形成了比较一致的结论,但是不同场地对列车振动的影响研究较少。

4 列车振动不同场地效应研究

我国分布着大面积的特殊土体,如黄土、冻土

等,在这些不同场地对振动有着不同的效应。目前许多研究者对不同场地的振动特性进行了大量的研究,这对于我国在不同地区振动防护和列车的安全运行有着重要的意义。

孟祥连等^[64]对在黄土地地区的西宝高铁进行了振动测试,分析表明:水平和垂向的振动强度随着列车的速度和轴重增加而增加,振动持时随着列车长度而增加,黄土的特性会使得振动在某些部位出现反弹。马林等^[65]对车辆荷载作用下路基重塑黄土的干密度、围压等对振动特性的影响进行了研究。吴志坚等^[66-67]对列车荷载作用下多年冻土区的振动特性和土体蠕变特性进行了研究分析,研究表明:列车振动从路基中传播会发生大幅度的衰减,同时在重复列车荷载作用下土体发生蠕变,且在列车运行的第一年沉降最大,随着时间的增加,蠕变基本保持不变。董连成等^[68]对多年冻土区列车荷载作用下的动力响应进行了分析,对比了客车和货车运行引起的路基振动特性。王子玉等^[69]对季节性冻土区分布在不同季节进行了铁路路基振动加速度现场监测和振动分析,研究表明:在冬季土体冻结,使得刚度和强度增大,而阻尼比减小,振动衰减缓慢;在春融季,由于土体含有大量的水分,甚至处于饱和状态,使得土体强度减弱,峰值加速度在纵向和竖向减弱,水平方向稍有增强。边学成等^[70-71]对饱和软土地区列车荷载作用下土体的沉降特性进行了研究,并根据土体循环动三轴实验提出了列车荷载作用土体蠕变模型。申权等^[72]针对列车荷载作用下膨胀土路基的动力响应特征,提出了一种新的防排水结构,研究表明:新型防排水结构能够加速动力衰减,有效控制基础的动位移。

目前,在列车荷载作用下,特殊土体场地振动效应的研究较少。大部分特殊土体的研究主要集中在软土地区,对其他特殊土体场地研究较少,特别是对湿陷性黄土地区和季节性冻土区沉降特性的研究甚是罕见,有待于进一步的实测与分析。

5 总结与讨论

本文从列车振动的理论研究、数值计算研究、现场实测与分析进行详细的讨论与总结,主要得出以下结论和展望:

(1) 列车振动及其引起场地效应理论研究从作用在均匀弹性地基上 Euler 梁的移动常荷载的一维模型到列车-轨道-路基(衬砌结构)-地面耦合三维模

型、从将土体视为弹性或者黏弹性地基到将土体视为由两相组成的饱和土体的研究过程中形成了一系列完整的理论体系,但是将土体视为饱和土地基的研究中对土体中空隙变化以及固结沉降研究较少,特别是将土体考虑为三相非饱和地基的理论研究更少。

(2) 列车振动及其引起场地效应数值计算研究从二维有限元模型到三维有限元,再到有限元和边界元相结合的 2.5D 模型,对列车运行引起的环境振动能够很好地模拟计算,计算结果能够和现场实测很好的吻合。

(3) 列车运行引起的环境振动的现场实测对振动的传播特点、场地效应以及振动的预测方面都得出了较为一致的结论,但对列车在不同场地上运行引起的振动的差异实测较少,应加强对不同场地振动测试,对于地质灾害的防护有着重要意义

(4) 对列车运行的地面沉降的实测和研究较少,特别是对湿陷性黄土地区以及季节性冻土地区的研究更是鲜有,应进一步加大对列车振动引起地基土体沉降的研究,这对于列车的正常和安全运行非常重要。

参考文献(References)

- [1] 夏禾.交通环境振动工程[M].北京:科学出版社,2010.
XIA He. Traffic Environment Vibration Engineering[M]. Beijing: Science Press, 2010.
- [2] 张鹏飞,雷晓燕,高亮,等.铁路环境振动对厂房内精密仪器的影响分析[J].振动与冲击,2013,32(16):187-192.
ZHANG Pengfei, LEI Xiaoyan, GAO Liang, et al. Effect of Railway Environment Vibration on Precision Instruments Inside the Plant[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(16):187-192.
- [3] 孙晓静,刘维宁,郭建平,等.地铁列车振动对精密仪器和设备的影响及减振措施[J].中国安全科学学报,2005,15(11):78-81.
SUN Xiaojing, LIU Weining, GUO Jianping, et al. Vibration Impact on Sensitive Instrument and Equipment Due to Metro Train and Its Reduction Measures[J]. China Safety Science Journal, 2005, 15(11):78-81.
- [4] 翟婉明.车辆-轨道耦合动力学[M].北京:科学出版社,2015.
ZHAI Wanming. Vehicle-track Coupled Dynamics[M]. Beijing: Science Press, 2015.
- [5] KRYLOV V V. On the Theory of Railway-induced Ground Vibrations[J]. Le Journal De Physique IV, 1994, 4(C5): C5-769-C5-772.
- [6] KRYLOV V V, DAWSON A R, HEELIS M E, et al. Rail

- Movement and Ground Waves Caused by High-speed Trains Approaching Track-soil Critical Velocities[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2000, 214(2): 107-116.
- [7] KRYLOV V V. Noise and Vibration from High-speed Trains [M]. London: Thomas Telford Publishing, 2001.
- [8] 陈果, 翟婉明, 左洪福. 仿真计算比较我国干线谱与国外典型轨道谱[J]. 铁道学报, 2001, 23(3): 82-87.
- CHEN Guo, ZHAI Wanming, ZUO Hongfu. Comparing Track Irregularities PSD of Chinese Main Lines with Foreign Typical Lines by Numerical Simulation Computation[J]. Journal of the China Railway Society, 2001, 23(3): 82-87.
- [9] 王福天. 车辆系统动力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994.
- WANG Futian. Vehicle System Dynamics [M]. Beijing: China Railway Press, 1994.
- [10] JONES C J C, SHENG X, PETYT M. Simulations of Ground Vibration from a Moving Harmonic Load on a Railway Track [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(3): 739-751.
- [11] KRUSE H, POPP K, METRIKINE A V. Eigenfrequencies of a Two-mass Oscillator Uniformly Moving Along a String on a Visco-Elastic Foundation[J]. Journal of Sound & Vibration, 1998, 218(1): 103-116.
- [11] KRUSE H, POPP K, METRIKINE A V. Eigenfrequencies of a Two-mass Oscillator Uniformly Moving along a String on a Visco-elastic Foundation[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 218(1): 103-116.
- [12] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. A comparison of a Theoretical Model for Quasi-statically and Dynamically Induced Environmental Vibration from Trains with Measurements[J]. Journal of Sound & Vibration, 2003, 267(3): 621-635.
- [12] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. A Comparison of a Theoretical Model for Quasi-statically and Dynamically Induced Environmental Vibration from Trains with Measurements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 267(3): 621-635.
- [13] FORREST J A, HUNT H E M. Ground Vibration Generated by Trains in Underground Tunnels[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294(4-5): 706-736.
- [14] GRASSIE S L, COX S J. The Dynamic Response of Railway Track with Unsupported Sleepers[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Transport Engineering, 1985, 199(2): 123-136.
- [15] ALVES COSTA P, CALÇADA R, SILVA CARDOSO A, et al. Influence of Soil Non-linearity on the Dynamic Response of High-speed Railway Tracks [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, 30(4): 221-235.
- [16] SHENG X, JONES C J C, PETYT M. Ground Vibration Generated by a Harmonic Load Acting on a Railway Track [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 225(1): 3-28.
- [17] HUSSEIN M F M, HUNT H E M. A Numerical Model for Calculating Vibration from a Railway Tunnel Embedded in a Full-space[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 305(3): 401-431.
- [18] TAKEMIYA H, BIAN X C. Substructure Simulation of Inhomogeneous Track and Layered Ground Dynamic Interaction under Train Passage[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2005, 131(7): 699-711.
- [19] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. Responses of Infinite Periodic Structures to Moving or Stationary Harmonic Loads[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 282(1-2): 125-149.
- [20] KNOTHE K, WU Y. Receptance Behaviour of Railway Track and Subgrade[J]. Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv), 1998, 68(7-8): 457-470.
- [21] 翟婉明, 王其昌, 陈道兴. 轮轨动力分析模型研究[J]. 铁道学报, 1994, 16(1): 64-72.
- ZHAI Wanming, WANG Qichang. Research Institute of Rail Vehicles, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031. A Study on the Analytical Models for Wheel/rail Dynamics[J]. Journal of the China Railway Society, 1994, 16(1): 64-72.
- [22] 翟婉明, 林建辉, 王开云. 铁路道床振动的理论模拟与试验研究[J]. 振动工程学报, 2003, 16(4): 404-408..
- ZHAI Wanming, LIN Jianhui, WANG Kaiyun. Theoretical Simulation and Field Experiment on Vibration of Railway Ballast[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(4): 404-408.
- [23] COLE J, HUTH J. Stresses Produced in a Half-Plane by Moving Loads[J]. 1956, 25(12): 433-436.
- [24] 刘维宁, 夏禾, 郭文军. 地铁列车振动的环境响应[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(增刊 1): 586-593.
- LIU Weining, XIA He, GUO Wenjun. Study of Vibration Effects of Underground Trains on Surrounding Environments [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(Sup1): 586-593.
- [25] LEFEUVE-MESGOUÉZ G, LE HOUÉDEC D, PELOW A T. Ground Vibration in the Vicinity of a High-speed Moving Harmonic Strip Load [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(5): 1289-1309.
- [26] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. A Theoretical Study on the Influence of the Track on Train-induced Ground Vibration[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 272(3-5): 909-936.
- [27] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. A Theoretical Model for Ground Vibration from Trains Generated by Vertical Track Irregularities[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 272(3-5): 937-965.
- [28] 曹艳梅, 夏禾, 陈建国. 运行列车引起地面振动的理论模型及振动特性分析[J]. 振动工程学报, 2009, 22(6): 589-596.
- CAO Yanmei, XIA He, CHEN Jianguo. Theoretical Model and Characteristic Analysis of Moving Train Induced Ground Vibration[J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(6):

- 589-596.
- [29] 谢伟平,胡建武,徐劲.高速移动荷载作用下的轨道-地基系统的动力响应[J].岩石力学与工程学报,2002,21(7):1075-1078.
- XIE Weiping, HU Jianwu, XU Jin. Dynamic Response of Track-ground Systems under High Speed Moving Load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(7):1075-1078.
- [30] 王常晶,陈云敏.列车荷载在地基中引起的应力响应分析[J].岩石力学与工程学报,2005,24(7):1178-1186.
- WANG Changjing, CHEN Yunmin. Analysis of Stresses in Train-induced Ground[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(7):1178-1186.
- [31] THEODORAKOPOULOS D D. Dynamic Analysis of a Poro-elastic Half-plane Soil Medium under Moving Loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2003, 23(7):521-533.
- [32] LU J F, JENG D. A Half-space Saturated Poro-elastic Medium Subjected to a Moving Point Load[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(2):573-586.
- [33] CAI Y Q, SUN H L, XU C J. Steady State Responses of Poro-elastic Half-space Soil Medium to a Moving Rectangular Load [J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(22-23):7183-7196.
- [34] CAO Z G, CAI Y Q, SUN H L, et al. Dynamic Responses of a Poroelastic Half-space from Moving Trains Caused by Vertical Track Irregularities[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2011, 35(7):761-786.
- [35] 袁宗浩.饱和土地区地铁列车运行引起的环境振动影响研究[D].杭州:浙江大学,2016.
- YUAN Zonghao. Enviromental Vibrations Induced by Underground Railways in the Saturated Soil[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016.
- [36] 李亮,张丙强,杨小礼.高速列车振动荷载下大断面隧道结构动力响应分析[J].岩石力学与工程学报,2005,24(23):4259-4265.
- LI Liang, ZHANG Bingqiang, YANG Xiaoli. Analysis of Dynamic Response of Large Cross-section Tunnel under Vibrating Load Induced by High Speed Train[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(23):4259-4265.
- [37] 和振兴,翟婉明,罗震.地铁列车引起的地面振动[J].西南交通大学学报,2008,43(2):218-221,247.
- HE Zhenxing, ZHAI Wanming, LUO Zhen. Ground Vibration Caused by Moving Metro Trains [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2008, 43(2):218-221, 247.
- [38] DEGRANDE G, CLOUTEAU D, OTHMAN R, et al. A Numerical Model for Ground-borne Vibrations from Underground Railway Traffic Based on a Periodic Finite Element-boundary Element Formulation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 293(3-5):645-666.
- [39] 翟婉明,韩海燕.高速列车运行于软土地基线路引起的地面振动研究[J].中国科学:技术科学,2012(10):1148-1156.
- ZHAI Wanming, HAN Haiyan. Research on Ground Vibration Caused by High Speed Train Running on Soft Soil Foundation Line[J]. Science China Press, 2012(10):1148-1156.
- [40] 姚锦宝,夏禾,张楠.考虑土-结构相互作用的列车引起建筑物及地面振动分析[J].铁道学报,2014(4):93-98.
- YAO Jinbao, XIA He, ZHANG Nan. Numerical Analysis on Building and Soil Vibrations Induced by Moving Trains Considering Dynamic Soil-structure Interaction[J]. Journal of the China Railway Society, 2014(4):93-98.
- [41] 黄强,黄宏伟,张锋,等.饱和软土层地铁列车运行引起的环境振动研究[J].岩土力学,2015,36(增刊1):563-567.
- HUANG Qiang, HUANG Hongwei, ZHANG Feng, et al. Research on Environmental Vibration Response of Soft Saturated Soil Due to Moving Metro Train [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(Suppl):563-567.
- [42] Hsiao-Hui, Hung, Yang. Analysis of Ground Vibrations Due to Underground Trains by 2.5D Finite/infinite Element Approach[J].地震工程与工程振动(英文版),2010,9(3):327-335.
- [43] HUNG H H, CHEN G H, YANG Y B. Effect of Railway Roughness on Soil Vibrations Due to Moving Trains by 2.5D Finite/infinite Element Approach [J]. Engineering Structures, 2013, 57:254-266.
- [44] 边学成,陈云敏,胡婷.基于2.5维有限元方法模拟高速列车产生的地基振动[J].中国科学:物理学 力学 天文学,2008,38(5):600.
- BIAN Xuecheng, CHEN Yunmin, HU Ting. Simulation of Ground Vibration Generated by High Speed Train Based on 2.5 Dimensional Finite Element Method [J]. Science In China Press, 2008, 38(5):600.
- [45] 袁宗浩,蔡袁强,曾晨.地铁列车荷载作用下轨道系统及饱和土体动力响应分析[J].岩石力学与工程学报,2015,34(7):1470-1479.
- YUAN Zonghao, CAI Yuanqiang, ZENG Chen. Dynamic Response of Track System and Underground Railway Tunnel in Saturated Soil Subjected to Moving Train Loads [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(7):1470-1479.
- [46] 马龙祥,刘维宁,刘卫丰,等.地铁列车振动环境影响预测的薄片有限元-无限元耦合模型[J].岩石力学与工程学报,2016,35(10):2131-2141.
- MA Longxiang, LIU Weining, LIU Weifeng, et al. Sliced Finite Element-infinite Element Coupling Model for Predicting Environmental Vibration Induced by Metro Train [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(10):2131-2141.
- [47] 杨光辉,张鸿儒,夏禾.列车运行引起的桥下地面振动衰减特性[J].北京交通大学学报,1999,23(5):59-62.
- YANG Guanghui, ZHANG Huiru, XIA He. The Attenuation Behavior of Ground Vibration Under Bridge Caused by Mov-

- ing Trains[J].Journal of Northern Jiaotong University,1999,23(5):59-62.
- [48] 夏禾,张楠,曹艳梅.列车对周围地面及建筑物振动影响的试验研究[J].铁道学报,2004,26(4):93-98.
- XIA He,ZHANG Nan,CAO Yanmei,Experimental Study of Train-induced Vibrations of Ground and Nearby Buildings[J].Journal Of The China Railway Society,2004,26(4):93-98.
- [48] 夏禾,张楠,曹艳梅.列车对周围地面及建筑物振动影响的试验研究[J].铁道学报,2004,26(4):93-98.
- XIA He,ZHANG Nan,CAO Yanmei,Experimental Study of Train-induced Vibrations of Ground and nearby Buildings[J].Journal of the China Railway Society,2004,26(4):93-98.
- [49] 闫维明,聂晗,任珉,等.地铁交通引起地面振动的实测与分析[J].铁道科学与工程学报,2006,3(2):1-5.
- YAN Weiming,NIE Han,REN Min,et al.In Situ Experiment and Analysis of Ground Surface Vibration Induced by Urban Subway Transit[J].Journal of Railway Science and Engineering,2006,3(2):1-5.
- [50] 郑晓,刘胜群.地铁运行引起地表振动的现场测试与分析[J].铁道建筑,2007(6):41-43.
- ZHENG Xiao,Liu Qunsheng.Field Test and Analysis of Surface Vibration Caused by Subway Operation[J].Railway Engineering,2007(6):41-43.
- [51] 高广运,李志毅,冯世进,等.秦-沈铁路列车运行引起的地面振动实测与分析[J].岩土力学,2007,28(9):1817-1822,1827.
- GAO Guangyun,LI Zhiyi,FENG Shijin,et al.Experimental Results and Numerical Predictions of Ground Vibration Induced by High-speed Train Running on Qin-Shen Railway[J].Rock and Soil Mechanics,2007,28(9):1817-1822,1827.
- [52] 栗润德,刘维宁,张鸿儒.区间地铁列车振动的地面响应测试分析[J].中国铁道科学,2008,29(1):120-126.
- LI Runde,LIU Weining,ZHANG Hongru.Test Analysis of Metro Induced Ground Vibrations at Interval[J].China Railway Science,2008,29(1):120-126.
- [53] 陈建国,夏禾,肖军华,等.列车运行对周围地面振动影响的试验研究[J].岩土力学,2008,29(11):3113-3118.
- CHEN Jianguo,XIA He,XIAO Junhua,et al.Experimental Study of Ground Vibrations Induced by Moving Train[J].Rock and Soil Mechanics,2008,29(11):3113-3118.
- [54] 李克飞,刘维宁,孙晓静,等.北京地铁 5 号线高架线减振措施现场测试与分析[J].中国铁道科学,2009,30(4):25-29.
- LI Kefei,LIU Weining,SUN Xiaojing,et al.In-Situ Test and Analysis on the Vibration Mitigation Measures of the Elevated Line in Beijing Metro Line 5[J].China Railway Science,2009,30(4):25-29.
- [55] 陈果元,魏丽敏,杨果林.胡家屯中桥路桥过渡段动力特性试验研究[J].振动与冲击,2010,29(6):184-188,244.
- CHEN Guoyuan,WEI Limin,YANG Guolin.Experimental Research on Dynamic Properties of Road-bridge Transition Section of Hujiatun Medium Bridge[J].Journal of Vibration and Shock,2010,29(6):184-188,244.
- [56] 陈果元,杨果林,魏丽敏.铁路客运专线路涵过渡段动力特性试验研究[J].铁道科学与工程学报,2010,7(1):47-51.
- CHEN Guoyuan,YANG Guolin,WEI Limin.An Experimental Study of Dynamical Characteristic of Road-culvert Transitions in Passenger-dedicated Railway[J].Journal of Railway Science and Engineering,2010,7(1):47-51.
- [57] 陈建国,夏禾,陈树礼,等.运行列车引起的周围地面振动规律研究[J].工程力学,2010,27(1):98-103.
- CHEN Jianguo,XIA He,CHEN Shuli,et al.Investigation on Running-train-induced Ground Vibrations near Railway[J].Engineering Mechanics,2010,27(1):98-103.
- [58] 张良涛.高架铁路振动测试分析及防振措施[J].铁道工程学报,2012,29(6):118-125.
- ZHANG Liangtao.Test and Analysis of Vibration Induced by Elevated Railway and Anti-vibration Measure[J].Journal of Railway Engineering Society,2012,29(6):118-125.
- [59] 刘卫丰,刘维宁,袁扬,等.地铁列车与道路车辆运行对环境的振动影响现场测试与分析[J].铁道学报,2013,35(05):80-84.
- LIU Weifeng,LIU Weining,YUAN Yang,et al.In-situ Measurement and Analysis on Environmental Effects of Vibrations Induced by Passage of Metro Trains and Vehicles on the Road[J].Journal of the China Railway Society,2013,35(05):80-84.
- [60] 肖明清,姚捷,黄盾,等.广深港高铁狮子洋隧道列车所致环境振动实测研究[J].岩石力学与工程学报,2013,32(S2):3527-3534.
- XIAO Mingqing,YAO Jie,HUANG Dun,et al.Study and Field Measurement of Environmental Vibration Induced by Underground High-speed Railway in Shiziyang Tunnel[J].Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2013,32(S2):3527-3534.
- [61] 张光明.高速铁路路基段地面振动响应研究[D].成都:西南交通大学,2014.
- ZHANG Guangming.Study on the Ground Vibration Induced by Trains Moving on Subgrade of High-Speed Railway[D].Chengdu:Southwest Jiaotong University,2014.
- [62] 陈功奇.基于现场测试的列车引起地基振动分析[J].岩石力学与工程学报,2015,34(3):601-611.
- CHEN Gongqi.Ground Vibration Analysis Induced by High-Speed Train Based on In-Situ Data[J].Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2015,34(3):601-611.
- [63] 徐善辉,郭建,李培培,等.京津高铁列车运行引起的地表振动观测与分析[J].地球物理学进展,2017,32(1):421-425.
- XU Shanhu,GUO Jian,LI Peipei,et al.Observation and Analysis of Ground Vibrations Caused by the Beijing-Tianjin High-speed Train Running[J].Progress in Geophysics 2017,32(1):421-425.
- [64] 孟祥连,周福军.西宝高铁黄土地区路基振动效应空间分析研究[J].铁道工程学报,2017,34(8):28-33.
- MENG XIANGLIAN,ZHOU FUJUN.Spatial Analysis and

Study of Roadbed Vibration Effect on Loess Area for Xi'an-Baoji High-speed Railway[J].Journal of Railway Engineering Society,2017,34(8):28-33.

[65] 马林,张军,刘亚明.车辆荷载作用下山西路基重塑黄土的动力特性研究[J].地震工程学报,2018,40(1):101-104.
MA Lin,ZHANG Jun,LIU Yaming.Study on the Dynamic Characteristics of Remolded Loess in Shanxi Expressway Subgrade under Vehicle Loads[J].China Earthquake Engineering Journal,2018,40(1):101-104.

[66] 吴志坚,陈拓,马巍.机车荷载作用下青藏铁路多年冻土区普通路基的蠕变分析[J].岩土力学,2011(增刊2):83-87.
WU Zhijian,CHEN Tuo,MA Wei.the Creep Analysis of Plain Fill Embankment at the Permafrost Regions along Qinghai-Tibet Railway under Train Dynamic Load[J].Rock and Soil Mechanics,2011,32(Suppl2):83-87.

[67] 吴志坚,陈拓,马巍.青藏铁路多年冻土区机车荷载传递特性分析[J].岩土工程学报,2013,35(增刊1):9-13.
WU Zhijian,CHEN Tuo,MA Wei.Characteristics of Load Transmission of Trains in Permafrost Regions along Qinghai-Tibet Railroad[J].Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2013,35(Suppl1):9-13.

[68] 董连成,徐祺,师黎静,等.多年冻土区青藏铁路列车荷载作用下路基振动响应研究[J].地震工程学报,2018,40(6):1153-1160.
DONG Liancheng,XU Zhen,SHI Lijing,et al.Vibration Response Analysis of Embankments in Permafrost Regions along the Qinghai-Tibet Railway Subjected to Train Loads[J].China Earthquake Engineering Journal,2018,40(6):1153-1160.

[69] 王子玉,凌贤长,惠舒清.季节冻土区铁路路基振动加速度现场监测[J].岩土工程学报,2015,37(9):1591-1598.
WANG Ziyu,LING Xianchang,HUI Shuqing,et al.Field Monitoring of Vibration Response of Subgrade in a Seasonally Frozen Region[J].Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2015,37(9):1591-1598.

[70] BIAN X C,JIANG H G,CHEN Y M.Accumulative Deformation in Railway Track Induced by High-speed Traffic Loading of the Trains[J].Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2010,9(3):319-326.

[71] 边学成,曾二贤,陈云敏.列车交通荷载作用下软土路基的长期沉降[J].岩土力学,2008,29(11):2990-2996.
BIAN Xuecheng,ZENG Erxian,CHEN Yunmin.Long-term Settlements of Soft Soil Ground Induced by Train Traffic Loadings[J].Rock and Soil Mechanics,2008,29(11):2990-2996.

[72] 申权,杨果林,胡敏,等.高速铁路新型路堑基床结构动力响应分析[J].地震工程学报,2017,39(6):1118-1125.
SHEN Quan,YANG Guolin,HU Min,et al.Numerical Analysis of Dynamic Response on a New Type of Cutting Bed in the Expansive Soil District on the Yun-Gui Railway[J].China Earthquake Engineering Journal,2017,39(6):1118-1125.