关于声振动对球形降水粒子运动边界层 和运动状态的影响^{*}

许焕斌王思微

(国家气象局气象科学研究院)

提 要

运动边界层内的运动状态强烈地影响着边界层分离点的位置, 也影响着运动物体所受的 阻力。我们认为,当运动边界层的特征厚度与声振动的振幅大小可以比拟时, 声振动能引起 边界层内各分层间动量交换,这样一来,边界层底层被加速了, 分离点将被推后。根据这样 一个效应,可以期望声振动能够减少下落着的球状降水粒子所受的阻力。 我们把这种现象称 为"润滑效应"。我们还利用 Лойцянский 提供的边界层计算方法, 加上声振作用项, 计算了 这种效应所产生的影响,得出了有启示性的物理图象。

一、引言

爆炸方法广泛地用在防雹和人工降水试验活动中。一些人认为爆炸直接起着人工影 响的作用^[1,2],一些人认为爆炸的作用,虽然不一定是起主导作用,但其作用是不可忽视 的^[1,3]。苏联人 1959 年曾用高功率声喇叭照射云体,观测到降水有所增加,等等。 总的 来说,爆炸的作用尚不能肯定,作用的原理也不清楚,是值得深入研究的问题。 探讨这个 问题,可以有二个方面,一是爆炸时对云物理过程的作用,如促使液态粒子的冻结,这种作 用只不过类似于成冰核的作用,既非独有又非最佳,意义是不大的;二是爆炸对云的动力 学过程,譬如对降水粒子运动有作用,这方面的作用是很有意义的。我们曾经探索过爆炸 对云中气流作用的力学效应[2],认为这主要是冲击波系的作用,声波对云中气流这种尺度 的运动似乎不能产生影响。声波可否对更小尺度的降水粒子的运动产生影响呢? 这方面 的工作很少。Hoerner^[4] 曾在风洞中研究了声波对绕球流动的影响,虽然看出了声波对 于绕流边界层的层流——湍流转变的临界雷诺数的值有影响,但看不出在临界值以前的 影响。我们认为,这不是定论,因为他的试球直径太大,7-10 厘米,其边界层的厚度远远 大于声振动的振幅,虽然运动雷诺数可以与降水粒子的雷诺数相当,但边界层厚度与声振 幅的比值与之不相当。对降水粒子来说,运动边界层的特征尺度与声振幅可以相当,声的 强迫振动可以影响边界层内的动量交换。所以,声振动有可能对降水粒子的运动有影响。 本文就是根据这一思路,从不同角度来探索这种影响的可能性。

二、球形降水粒子的末速、阻力系数和流动状态的关系

降水粒子总是趋向于用平衡末速相对于空气而运动,其所受阻力的一般表达式为:

^{*} 本文于 1983 年 5 月 12 日收到, 1983 年 10 月 22 日收到修改稿。

 $D_r = \frac{1}{2} C_D S \rho V^2$

而末速的表达式为:

$$V = \sqrt{\frac{8 r \rho_w g}{3 C_D \rho}} \tag{2}$$

文中所用符号的意义见附录1。

由流体力学得知^[5,6],阻力系数随雷诺数 Re 改变,绕球流动状态也随 Re 改变。阻力 系数的变化归因于流态的改变。 总的说来, 摩擦阻力系数反比于雷诺数的平方根, 是随 Re 的增加而减少; 而压差阻力系数则随 Re 的增加而变大。 大约在小于 10³ 的雷诺数范 围内,摩擦阻力系数的减少超过压差阻力系数的增加,所以阻力系数是随 Re 的增加而减 少;而在 10³ < Re < 10⁵ 之间,减少和增加相当,使阻力系数变化不大。 但是压差阻力系 数在阻力系数中所占的比例一直随 Re 的增加而增加。 在 Re < 10³ 的区域内,压差阻力 系数的增加主要是由于边界层分离点的前移;而在 10³<Re<10⁵ 区域内,由于分离点已 稳定在 82 度处,压差阻力系数随 Re 的增加应主要是由于尾流区抽空度(负扰动气压值) 的增加。由此看来,任何可影响分离点后移,或减少尾流区抽空度的作用,都会影响压差 阻力系数的减少,而压差阻力系数又占有阻力系数的80%以上,所以,又促使了阻力系数 的减少。由(2)式得知, C_p 的变化,将导致末速的变化。

降水粒子的尺度范围在零点几到几毫米之间,相应的雷诺数为几百到几千。 压差阻 力系数占总阻力系数的份额大约是从百分之七十几到百分之九十几,变化幅度是比较大 的。而对于应用边界层理论来说,雷诺数达到 10³ 看来已可以用了,所以我们可能用边界 层理论来讨论声振作用对降水粒子边界层的影响。

三、声振动对小球运动边界层的影响

1. 研究方案

当球足够小时,而具有一定大的 Re 数值情况下,边界层的厚度可以与声振动的振幅 相当。这时声的强迫振动可以产生三种可能的作用:① 边界层内气流的平均速度小于外 流速度,法向振动可以使边界层内外有动量交换,对边界层内输入动量,这个动量输入可



图 1 文中所用的球面坐标图

以用来补偿因摩擦和逆压梯度造成的边界层内的 动量损失,从而延迟边界层的分离;②声振动改 变边界层内的动量分布,加大边界层底层的动量, 从而延迟边界层的分离;③ 声振动的作用, 与湍 流的作用相仿,当声振动达到一定强度时,是否相 当于边界层的湍化,从而使流动状态发生类似于 进入临界区的变化,发生分离点的后移和阻力下 降。本文暂且只论及前二种作用。

研究这三种可能作用最可靠的方法是用实验 方法,但由于要求边界层特征厚度要与声振动的振幅相当,需要用毫米级的小球作试样, 在测试上存在着很大的困难。目前可能用的还只能是边界层理论,而且在用此理论时,外 **流**场是需要用实测资料给定的。为此,我们目前尚不能较完善地来讨论,只能用比较简 单的边界层特性的计算方法来作初步的探讨。

2. 轴对称旋成体的边界层动量方程

根据 Лойцянский^[7-9]轴对称旋成体边界层的动量方程为(见图1):

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{1}{U} \left(\frac{dU}{dx} \right)^{\delta^{**}} (2+H) + \frac{r'_0}{r_0} \delta^{**} = \frac{\tau_w}{\rho U^2}$$
(3)

为了研究声振动对边界层动量的影响需在(3)式中加上一个声振动作用项:

$$S = \frac{A_c}{\rho U^2} \tag{4}$$

引入一系列参数对包含有(4)式的方程(3)作简化,可以得到对参数f的方程式:

$$f' = \frac{U'}{U} F(\lambda) + \left[\frac{U''}{U'} - 2\left(\frac{r_0'}{r_0}\right) \right] f + \frac{S\sqrt{\lambda U'}}{\sqrt{\nu}} 2 H^{**}$$
(5)

由于 $F(\lambda) = 2 H^{**}[b(\lambda) - \lambda(2 H^{**} + H^{*})]$ 和 $f = \lambda H^{***}$, 可以消去 λ 得到 F(f) 的表 达式:

$$F(f) = 2[\xi - 2f(2 - H)]$$
(6)

而项 $\frac{S\sqrt{\lambda U'}}{\sqrt{\nu}} = \frac{2A_c}{\rho U \delta^{**}} \frac{f}{U} = -\frac{2A_c}{\rho U} \frac{\delta^{**}}{\nu} \frac{U'}{U}$,所以,(5)式只可进一步简化为:

$$f' = \frac{U'}{U} [F(f) - G] + \left[\frac{U''}{U} - 2\frac{r'_0}{r_0}\right] f$$
⁽⁷⁾

其中

$$G = 2 A_c \delta^{**} / \rho U \nu \tag{8}$$

解方程(7),就可以得到参数 f(x)的值,根据 f(x)的值可以给出在 x 处的形式为 $\varphi(\eta, f)$ 的速度剖面,进而可以得到 ξ , H 和 F(x)的值,但是为了确定 ξ , H 和 F (a,需要给定边界 层内的速度分布形式 $\varphi(\eta, f)$,这个函数要能逼近真实的边界层各截面上的速度分布。这 里用了 Лойцянский 所给的形式,由于这个分布形式可以适用于加速的外流,又可适用于 减速的外流,与绕球流动相近,当然,Лойцянский所给定的速度分布是由翼面边界层导出 的,不一定能从原有的精度来表征球的边界层;由于 F(f)对速度分布的变化有一定的稳 定性,我们又主要去考察声振作用对分离点的影响,所以可以利用 Лойцянский 给定的分 布形式,以及由此而算出的 ξ , H 和 F的结果,而不致产生本质性的差异。

在分离点,
$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{\substack{x=x,y\\y=0}} = 0, \xi = 0;$$
对应于 $\xi = 0$ 的 f值为:
 $f_s = -0.089$ (9)

为了找出分离点,就是找 x 等于什么值时, f = -0.089。在得到(7)式的解以后, 就可以 找到 $f_s(x) = f(x) = -0.089$ 的 $x = x_s$ 值。

3. 求解

Лойцянский 发现 F(f)与 f 之间存在着相当好的线性关系: F(f) = a - bf; 其中 a = 0.437, b = 5.75, 这样,(7)式可以进一步得到简化,得:

$$f' = \frac{U'}{U} [a - G] + \left[\frac{U''}{U'} - 2\frac{r'_0}{r_0} - b\frac{U'}{U}\right] f$$
(10)

此方程可有分析解,根据 x=0 时 U=0; x=0 时 f 为有限值的初始条件,其确定解为,

$$f = \frac{U'}{U^{b}r_{0}^{2}} \int_{0}^{x} [a - G(\xi)] U^{b-1}(\xi) r_{0}^{2}(\xi) d\xi \qquad (11)$$

在给定了 $U(x), r_0(x)$ 和 G(x)值后, 由(11)式可以得到 f(x)值。

对于球而言, $r_0(x) = r \sin \theta = r \sin \left(\frac{x}{r}\right), U(x)$ 可以根据不同情况给定。G(x)是声振: 动影响项。

4. G(x)的表达式

边界层内的气流速度分布是不均匀的,沿球的法线方向 y,有速度分布 u(y)。这时 如有一个声振动在边界层中发生,将产生沿 y 向的动量交换,交换的结果是动量向边界-层底层传输。设有一个正弦形声振动,振幅为A,频率为 f_{e} ,空气粒子的振动方向与球的 法线方向交角为 θ (见图 2)。如果再以 2 A sin θ 为厚度把边界层分成层, 且令 \overline{u} , 为第 β



图 2 声振作用示意图

层的平均速度,而 \vec{u}_{i+1} 为i+1层的平均速度,这样在单位时间内,在单位长度边界层内, 由 j+1 输入到 j 层的动量为:

$$A_{c} = 2 \rho f_{c}(\bar{u}_{j+1} - \bar{u}_{j}) |A \sin \theta|$$
(12)

$$\mathbf{y}_{,} = |2 A \sin \theta| J \tag{13}$$

这里,如 y \geq s 则 $u(y) = U, y \leq$ s 则 u(y) = u(y)

$$\bar{u}_{j} = \frac{1}{2} \frac{1}{|A \sin \theta|} \int_{y_{j}}^{y_{j+1}} u(y) dy$$
 (14)

而

在边界层的某一点 x, U(x)已知, 在给定了边界层内速度分布 u(y), 及声振动参数 A,f,后,可以由式(8)、(12)、(13)和(14)来给出 G(x)值。

当 $|2 A \sin \theta| = \delta$ 时,即声振动的穿透距离等于边界层厚度时,声振动所造成的动量 交换是整个边界层与外流间的,这时 G(x) 的表达式可简化为: $G(x)=2 f_o H \frac{(H^{**}\delta)^2}{\cdots}$ 或者是: $G(x) = 2 f_c H \frac{\delta^{**2}}{v}$ (15)

 $|| 2 A \sin \theta| = \delta^*$ 时,即声振动的穿透距离等于位移厚度时,声振动可以在边界层内 的层间造成动量交换,边界层内的速度分布可以因振动而变化,动量向底层传输,改变边 界层的分布参数 λ 或f值,这时

$$\vec{u}_{j=1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\delta^*} \int_0^{\delta^*} u(y) dy
\vec{u}_{j=2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\delta^*} \int_{\delta^*}^{2\delta^*} u(y) dy
\Delta u_{1,2} = (\vec{u}_{j=2}) - (\vec{u}_{j=1})$$
(16)

当然,还可以取 $|2 A \sin \theta| = \delta^{**}$ 等值。但总的来说,当 $|2 A \sin \theta| = \delta$ 时,是考虑由 外流输入边界层的动量对整个边界层的结果;当 $|2 A \sin \theta| < \frac{\delta}{2}$ 时,边界层内的动量交换 会改变速度分布;当 $|2 A \sin \theta| > \delta$ 时,由于 \overline{u}_1 值与 \overline{u}_2 差别变小,而使 G(x) 变得很小, 无明显作用。

 $A n f_{o}$ 值的估计,可由声强公式算出。

$$I = \frac{1}{2}\rho \, CV^2 \tag{17}$$

其中V 为声振动的速度振幅,C 为声速,ρC 值取为 42.8[克·厘米-2秒-1]而

$$V = 2 \pi f_e A \tag{18}$$

所以在给定 I 值后,根据对 A 的要求,可以定出 f_e 的应有值。

声强与分贝数 N_{db} 的对照,可见表 1。

表 1 声强与分贝数Nab的对照表

$N_{\sf db}$	100	110	120	130	140	150	160
I〔克·秒⁻³〕	101	10 ²	10 ³	104	10 ⁵	106	107

5. 对比试算

由于 Лойцянский 的方法是作了一些简化的,而且所选用的边界层内速度分布是根: 据机翼的实验结果选定的,把它用来计算球的边界层是否有很大的误差呢? 为此我们作-了对比试算,这里用了球的理论外流速度分布:

 $U(x) = 3/2 U_0 \sin(X/Y)$

使 G(x)=0, 计算结果, 分离角 $\theta_s=103.3^\circ$, 而 Tomotika^[10]的计算值为 $\theta=108^\circ$, 鉴于 Tomotika 所用的方法, 其缺点之一是分离点偏后, 所以这里用的方法看来比 Tomotika 的方法还要好一些, 可以用来讨论所提出的问题。

6. 估算声振动对分离点影响的计算方案

方案 I:对于绕球运动的外流速度分布,利用 Tomotika 给出的近似表达式:

$$\frac{U(x)}{U_0} = 1.5 \theta - 0.43707 \theta^3 + 0.148097 \theta^5 - 0.042329 \theta^7$$
(19)

 θ 用弧度,适用范围 $0 \le \theta \le \sim 85^\circ$,这个速度分布,根据自模拟原则,可以用于雷诺数大于 10^3 或 10^5 的区域内。

取 $|2 A \sin \varphi| = \delta^*$ 算出 $\Delta u_{1,2}$,不改变原有的速度分布形式 u(y),只是因有 G(x)项 而对 f 值有影响。从物理上来说,是增加 δ^* 层内的动量而不改变 δ^* 层内的速度分布形 式,或者说是边界层被仿形加速了。

>

G(x)值受 I 值所左右,根据 | 2 A sin θ | = δ^* 的限制,给出 f_e 应有的值。

方案 II:鉴于(19)式给出的速度分布,其 $\frac{\partial u(x)}{\partial x}$ =0 的点是固定的,而且有 0 $\leq \theta \leq 85^{\circ}$ 的限制。声振动的作用可以影响分离点,而分离点的变动也会反过来影响外流速度 分布; 另外在有声振动作用时,分离点可以大于 85°。为此,我们根据 Fage 给出的实验压力分 布曲线^[10],给出了一个近似式,来反映边界层变化与外流相互作用的关系,即, $\frac{U(x)}{U_0}$ = = $\sqrt{1-\theta}$ (20)

$$\theta = -\alpha(0.62 + 0.11 \,\delta\theta_s) \sin[(\theta - \theta_0)\pi/(2\,\theta_m + 0.4\,\delta\theta_s)]$$
(21)

在1层中,有动量矩 $J_1 = \int_0^{\delta^*} u(y) dy$

 $\delta \theta_s$ 为分离点的移动值, $\theta_0 = 45.32^\circ, \theta_m = 29.51$,

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \stackrel{\text{if}}{=} \theta \leq 75 + 0.2 \, \delta\theta_s \\ 1 - 0.0175(\theta - 75 - 0.2 \, \delta\theta_s) & \stackrel{\text{if}}{=} \theta > 75 + 0.2 \, \delta\theta_s \end{cases}$$

除此以外,其他和方案I相同。

方案 III.考虑到边界层内因动量交换而引起速度分布的变化(见图 3)。

在2层中有



$$\vec{u}_{1} = \frac{1}{\delta^{*}} \int_{0}^{2\delta^{*}} u(y) dy$$

$$\vec{u}_{2} = \frac{1}{\delta^{*}} \int_{\delta^{*}}^{2\delta^{*}} u(y) dy$$

$$Du = \vec{u}_{2} - \vec{u}_{1} \qquad (22)$$
动量矩的差值为

 $J_2 = \int_{4\pi}^{2\delta *} u(y) dy$

图 3 边界层内速度分布变化示意图

 $\Delta J = \delta^* D u \tag{23}$

如果有 a1 份动量矩差传到1层,那么1层的动量矩应为:

$$J_1' = J_1 + \alpha_1 \Delta J \tag{24}$$

$$J_1' = \int_0^{\delta^*} u(y) dy + \alpha_1 \delta^* Du$$

这样,可以找到一个 u'(y),使之

$$\int_0^{\delta^*} u'(y) dy = \int_0^{\delta^*} u(y) dy + \alpha_1 \delta^* Du \qquad (25)$$

这个 u'(y)对应着一个新的参数 λ' 或 f' 值,这就改变了边界层内的速度分布,利用新的 u'(y)值来决定分离点 $f'_s = -0.089$ 所在的位置 θ'_s 值,这时在利用(11)式时, G(x) = 0, 声振动的作用已反映在 u'(y)之中。

7. 计算结果

根据上述的三种计算方案,我们设计了计算程序,利用 DJS-6 机,进行了计算,计算 结果如下。

方案 I 取 | 2 $A \sin \theta$ | = δ^* , 而 I 的取值分别为 10⁵, 10⁶ 和 10⁷, 相应的分贝数为: N_{ab} =

."

140,150 和 160,如表 2 所示。

	I	θ_s	$\Delta \theta_s$	f _c (赫)
G = 0	0	81.8		-
<u> </u>	105	83 96 16*	1.2°	3000-4300
G - G	10 ⁷	80.10	4.30	70000-260000

表 2 方案 I 计算结果

* 严格地说,当θ_s大于85°时,给定的外流场已不可用

方案 II 只计算了 I=10⁵ 的情况,因为 I 再大,已难在相当于云区域内达到。G=0 时, $\theta_{so}=82.16^\circ$;G=G 时,最大分离角 $\theta_{sm}=87.6^\circ$,最大 $\Delta \theta_{sm}=5.4^\circ$, f_s 的值为 5000—7000 赫。

方案 III 也是对 I=10⁵ 进行了计算,结果表明,在计算到 120°时,未能发生分离。

8. 结果的讨论

i 从三个方案的计算结果来看,声振动的作用皆可使分离点后移,随着声强的增加, 后移越来越明显,而且可以不出现分离。

ii 为了使声振动的作用达到最佳,对于一定大小的粒子,和对于一定的声强,有一个 最佳作用的频率范围,这些频率值,随着 I 的增加而明显增高。

iii 计算方案越是能体现对边界层底层的加速,计算结果越明显地改变边界层的分离点。在I=10⁵时,方案II的作用比方案I明显,方案III则表明流动可以是无分离流动了。

由前所述,边界层分离点的后移,体现了绕球流动的改善,会使阻力变小,所以声振作 用,可以起到"润滑"作用,有使降水粒子的落速变大的趋势,这可以称之为声振动的润滑 作用。

四、结 语

根据以上所述,用声振的方法,在声强相当大时,而且其频率和振幅满足一定条件时, 可以使绕流流动的分离点向后移动,从而有可能改善绕流流态和减少阻力。对于空气中 的雨滴下落来说,起到"润滑"作用,会落得快一些。这些定性的结论看来有启发性,至于 定量地来决定这种"润滑"作用的大小,理论上有很大的困难,而且需要边界层速度分布随 着声振作用的进行而演变的资料。为此,要深入了解声振作用的实际效果,需要进行仔细 的模拟实验。这个工作,只是为进行这类实验而先行的理论探索。另外,【在声振作用下, 或是爆炸产生的冲击波掠过时,也需要对绕流流场的变化,边界层结构变化,以及气流湍 流度的变化等基本参数进行探测研究。最后,还应说明,这里把雨滴或雹粒作为球形处 理是一种近似,对于偏离球形很大的液态滴,或表面很粗糙的固态粒子来说,它们的流场 和分离点都会有异于球形的情况。

附	录	1	:

D_r	阻力	C_{D}	阻力系数
\boldsymbol{S}	绕球的正截面积	ρ	空气密度
$d P_0$	气流速度(未扰动的气流速度)	r	降水粒子半径
V	降水粒子的末速度	$ ho_w$	水的密度
ģ	重力加速度	R e	雷诺数
чU	绕流速度, $U(x)$	x	球面坐标值
Y	球面法向坐标值	θ	球面某点与对称轴的交角
$r_0 =$	$r\sin\theta$	δ	边界层厚度
δ^*	位移厚度	δ**	动量损失厚度
π_w	表面摩擦力	<i>H</i> =	$=\delta^*/\delta^{**}$
U'=	$=\delta U/\delta x$	r ' ₀ =	$=\delta r_0/\delta x$
λ	边界层的特征参数 $\lambda = \frac{U'\delta^2}{v}$	A_{c}	声振作用项
f =	λH^{***}	ν	动粘系数
u =	u(y)边界层内速度	<i>b</i> =	$b (\lambda) = \left(\delta \left(\frac{u}{U} \right) \middle/ \delta \left(\frac{y}{\delta} \right) \right)_{y=0}$
ξ=	$\xi(f) = bH^{**}$	H^*	$=\delta^*/\delta$
H^*	$* = \delta^{**} / \delta$	θ_s	分离角
x,	分离角所对应的球面坐标值	f,	分离角所对应的 f 值
\boldsymbol{A}	声振动振幅	ţ,	声振动频率
I	吉		

参考文献

- [1] 黄美元等,爆炸影响降水的观测分析,大气科学,1976, No.1, 62-67。
- [2] 许焕斌,关于爆炸对气流的力学效应,气象,1979,10。
- [3] Сулаквелидзе, Г. К., Ливневые осадки и град, гидрометеоиздат Л. 1967.
- [[4] Hoerner, S., Test of spheres with reference to Reynolds number, turbulence and surface Poughness, NACA TM. No. 777.
- '[5] Prandtl, L., 流体力学导论(中译本), 科学出版社, 1981。
- [6] Pruppacher, H. R., B. P. Le Clair, and A. E. Hamielec, Some relations between drag and flow pattern of viscous flow past a sphere and a cylinder at low and intermediate Reynolds numbers, J. of fluid Mech. 44, part 4, 781-789, 1970.
- [7] Лойцянский, Л. Г., 液体与气体力学(下册),人民教育出版社, 1959。
- [8] Лойцянский, Л. Г., Ламинарный пограничный слой на теле вращения, ДАН СССР 1942 ТОМ 36 No. 6.
- [[9] Лойпянский, Л. Г., Приближенный метод расчета ламинарного иограничного слоя на крыле, ДАН СССР 1942 ТОМ35 No.8.
- [10] Tomotika, S. and I. Imai, The distribution of Laminar skin Friction on a sphere placed in a uniform stream, proceeding of the physic-methematical society of Japan, Vol 20, pp 288-303, 1938.

ON THE INFLUENCE OF ACOUSTIC VIBRATION ON THE REGIME OF AIR MOTION IN THE BOUNDARY LAYER OF SPHERICAL PRECIPITATION PARTICLE FALLING

Xu Huanbin Wang Siwei

(Academy of Meteorological Scince, SMA, China)

Abstract

Air motion in the boundary layer (BL) greatly influences the locality of separation point behind which the BL separating the surface of sphere begins and obviously influences the drag of sphere in airflow. It was supposed that acoustic vibration may cause exchange of momentum between the different levels inside BL so that the airflow in the bottom of BL will be accelerated and the separation point will be pushed backwards when the characteristic thickness of BL is comparable with the amplitude of acoustic vibrations. On the basis of this effects we can expect that the acoustic vibration will decrease the drag force exerted on a falling spherical drop. This effect may be called "lubrication".

We have calculated this effect by means of the method given by лойуяский .and gained an enlightening physical picture.