吕扬,宋英培.地震波动强度非平稳特征提取数学建模分析[J].地震工程学报,2020,42(1):116-122.doi:10.3969/j.issn.1000-0844,2020,01,116

LÜ Yang, SONG Yingpei. Mathematical Modeling Analysis of Non-Stationary Feature Extraction of the Seismic Wave Intensity [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2020, 42(1):116-122.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2020.01.116

地震波动强度非平稳特征提取数学建模分析

吕 扬1,2、宋英培3

- (1. 江西财经职业学院 基础课教学部, 江西 九江 332000;
- 2. 江西师范大学 数学与信息科学学院, 江西 南昌 330022;
 - 3. 九江学院 药学与生命学院, 江西 九江 332005)

摘要: 地震对人类生活安全有很大的威胁,对建筑结构有明显的影响,研究地震波动强度非平稳特征可为地震的预防提供参考。研究地震波动强度非平稳特征提取模型,分别设定确定性参数和随机参数的取值。对地震波动强度非平稳特性进行傅里叶分析,根据分析结果选取数学模型,并对模型参数进行设定;将记录的地震波动强度所对应的数振幅谱进行分解,拆分成一组不同尺度的分量,并对其重组创建连续分量,提取地震波振幅谱;利用地震波的振幅谱和相位谱之间的关系对地震波动强度非平稳特征进行提取。经过仿真实验证明,本方法提取地震波动强度非平稳特征的准确度更高,对分析高分辨率地震资料具有重要意义。

关键词: 地震波动强度;非平稳特征;数学建模;特征提取

中图分类号: P631

文献标志码:A

文章编号: 1000-0844(2020)01-0116-07

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2020.01.116

Mathematical Modeling Analysis of Non-Stationary Feature Extraction of the Seismic Wave Intensity

LÜ Yang^{1,2}, SONG Yingpei³

(1.Basic Course Teaching Department, Jiangxi Vocational College of Finance and Economics, Jiujiang 332000, Jiangxi, China;
2.College of Mathematics and Information Science, Jiangxi Normal University, Nanchang 330022, Jiangxi, China;
3.College of Pharmacy and Life, Jiujiang University, Jiujiang 332005, Jiangxi, China)

Abstract: An earthquake considerably threatens the safety of human life and obviously impacts the building structure. Studying the non-stationary characteristics of the earthquake wave intensity can provide a reference for earthquake prevention. Herein, the non-stationary feature extraction model of the seismic wave intensity is studied, and the deterministic and random parameters are set. Further, the non-stationary characteristics of the seismic wave intensity are analyzed based on the Fourier transform. Subsequently, a mathematical model is selected according to the analysis results, and the model parameters are set. The seismic amplitude spectra corresponding to the recorded seismic wave intensity are decomposed into a set of components on different scales, and continuous components can be obtained by reor-

收稿日期:2018-12-21

基金项目:国家自然基金项目(31760392)

第一作者简介: 吕 扬(1981-),女,江西九江人,副教授,研究方向:数学建模。E-mail:lvyang220196@yeah.net。

ganizing them; subsequently, the seismic wave amplitude spectrum is extracted. The relation between the amplitude and phase spectra of a seismic wave is used to extract the non-stationary characteristics of the seismic wave intensity. The simulation results denote that the proposed method is more accurate in extracting the non-stationary features of the seismic wave intensity when compared with the remaining methods; therefore, the proposed method is of considerable significance for analyzing high-resolution seismic data.

Keywords: seismic wave intensity; non-stationary characteristics; mathematical modeling; feature extraction

0 引言

地震被称为地动、地振动,是地壳在释放能量时发生震动形成地震波的一种自然现象。地震产生原因就是地球上各板块之间互相碰撞,造成地球板块内部和边缘部分发生错动、破损和开裂^[1]。地震波动强度非平稳特征是地震波动的重要特征,主要呈现地震波动在整个持续过程中峰值时刻到来的早晚、能量变化的快慢,基于地震波动强度非稳定性创建数学模型,能够准确地对地震波动情况进行准确分析。当前阶段,如何准确提取地震波动强度非稳定性特征是首要解决的问题^[2]。

针对地震波动强度的非平稳性特征提取,国内 现有的方法可分为以下几类:

- (1) 钟明寿等[3]提出一种基于改进匹配追踪的 地震波动强度非平稳特征提取方法。该方法首先将 获取到的地震波动强度信号进行 Hibert 变换,变换 成复数信号;并计算地震波动信号的短时频率相位 参数,然后对其进行子波分解,最后通过分解后的信 号实现对地震波动强度非平稳特征的提取。该方法 能够有效地获取地震波动强度的时频信息,但是该 方法的特征提取精确度较差,存在较大误差。
- (2) 贾宏宇等[4]运用三角级数方法创建了一种地震波动强度非平稳特征提取方法。首先设计出地震反应谱,并将其转换成当量功率谱;针对地震波动的多维性,将当量功率谱密度函数矩阵变成三维;然后添加包络函数和梯形窗口连接,采用傅里叶变换方式将地震波动强度进行合成;第三步将各方向的地震波动时程进行逆转换,变成加速度反应谱,并与目标特征反应谱进行对比,采用时域方式将幅值进行迭代,以达到修正幅值的目的,得出地震波动强度的变化曲线;最后,将目标反应谱和设计的反应谱进行对比,得到地震波动强度非平稳特征。该方法能够准确地提取出目标特征,但是该方法运行步骤较多,运行所需时间较长,效率低。
 - (3) 刘章军等[5]引入地震波动的功率谱密度函

数,创建地震波动强度非平稳特征提取模型,并对模型参数的取值进行计算。应用非平稳特征的谱表示——随机函数方法,对较为完整概率的地震波动强度非平稳变化过程的时程进行集合,进而完成对目标特征的提取。该方法能够精确地实现对目标特征的提取,但是该方法存在一定局限性,可信度较低。

(4) 邢浩洁等^[6]研究出一种配备高阶数值格式的地震波动强度非平稳特征分析提取方法。该方法通过谱单元离散基岩和地壳覆盖岩土体,创建各个单元的波动方程,并在地壳内安插投射人工边界,模拟地震波动,运用切比雪夫正交多项式创建高阶单元位移的模式,得到地震波动发生过程,采用中心差分法结合投射人工边界,推导出地震波动强度非平稳特征,并对其进行提取。该方法在安装设备时,需要大量的成本,且需要人工操作,对操作人员的人身安全不能保证。

针对上述传统方法存在的问题和不足之处,提出一种地震波动强度非平稳特征提取数学建模方法。本文方法通过创建数学模型,对地震波动强度非平稳特征进行分析和提取。通过仿真实验证明,本文方法不但可以弥补传统方法的不足之处,而且对地震波动分析的较为透彻,目标特征提取效果较好。

1 地震波动强度非平稳特征提取

1.1 强度非平稳模型

通过 Fourier 分析地震波动,波动强度变化与振幅和相位角的叠加一致[7]。在 Fourier 分析中,既可以通过振幅谱,又可以通过功率谱来显示波动过程中的能量变化。地震波动过程中谐波分量的峰值会出现提前以及时延两种状况,可以通过相位角表示。该相位角本身无规律,通过下述证明发现,如果先将相位角 $\varphi_1,\varphi_2,\dots,\varphi_{N/2-1}$ 依次相减作差,即:

 $\Delta \varphi_k = \varphi_{k+1} - \varphi_k, \ k = 1, 2, \dots, N/2 - 2$ (1)

再统计 $\Delta \varphi_k$ 的频度分布,可以发现频度分布图的形状和地震波动的形状很相似。若各个相位角之间的差 $\Delta \varphi_k$ 是已知的,那么通过式(1) 可得出:

$$\Delta \varphi_{k+1} = \varphi_k + \Delta \varphi_k$$
, $k = 1, 2, \dots, N/2 - 2$ (2)

相位波可以分为强度平稳与不平稳状况下的两种,相位谱与相位角均相似,其中相位角呈现均匀分布,因此,对于 H 组数据之间的异同体现的并不明显,但相位角差值会形成相位差分谱。该分谱形状与强度包线形状的变化规律一致,在峰值或是"宽窄"两种形状变化上,均可呈现出一致的变化规律。通过设定相位角 φ_1 ,计算每个相位角的对应值,同时可生成相对应的相位波。如图 1 所示。

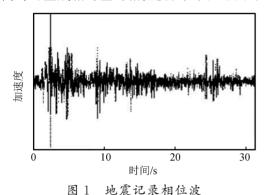


图 1 地辰儿水柏位版

Fig.1 Phase wave of seismic record

通过图 1 可以看出,时域上地震波动的外包线 形状以及频域上相位角差值频度分布均可表示地震 波动的非平稳性能,其中外包线形状与主观影响关 联较大,而相位差频度受外界因素影响较小。因此, 采用相位差分谱表示地震波动强度非平稳特征较为 合理,并目能够反映出地震波动的特性。

相位角表现了各分量波形的提前出现或延迟出现。波形提前出现时,该分量的相位角为正;波形延迟出现时,该分量的相位角为负。地震波动的相位差分谱通常采用偏峰型分布,适用于对数正态分布的描述^[8]。采用对数正态分布的概率密度函数建立地震波动强度非平稳特征模型,可由下式进行表示:

$$f(t) = I_0 \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi} \cdot t} e^{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$
 (3)

式中: I_0 表示归一化系数; μ 和 σ 表示该模型的参数。其中, μ 表示对曲线峰值的控制参数,随着 μ 的增大,曲线峰值会后移, σ 表示曲线"间距"的控制参数,随着 σ 的增大,曲线的下降段越平缓。曲线峰值 t_p 和这两个参数之间存在以下关系:

$$t_{\rm p} = e^{\mu - \sigma^2} \tag{4}$$

曲线"宽窄"S和这两个参数之间存在以下关

系:

序列。

达方式为:

$$S = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$$
 (5)

式中:S 越大,曲线跨度越大。

该模型可以用于时域上的强度包线函数、频域上的相位差分谱,通过该方法可以准确地表达地震波动强度非平稳特征^[9]。通过该模型,可分析时域强度包线函数与频域相位差分谱,通过相位差分谱可生成接近于天然波形的地震波,该人工波形可准确描述地震强度非平稳性。

1.2 地震波动强度非平稳特征的提取

地震波动强度非平稳特征的褶积模型表达式 为:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t-\tau,v)r(\tau)d\tau = w(t,v)*r(t)$$
 (6)
式中:* 表示卷积; $x(t)$ 表示地震波动强度非平稳记录; $w(t,v)$ 代表时变地震波; $r(t)$ 表示反射系数

通过记录地震波动,分析波动强度的非平稳性能特征,而对于时频的分析是具有代表性地震波信号在每个时刻所处的频率成分,可将其作为载体研究地震波动强度非平稳特征,分析地震波动强度非平稳记录,充分表达出非平稳特征。通过广义S变换,转换地震波动强度波动记录至时频域,窗函数表

$$G(t,f) = \frac{\lambda |f|^p}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\lambda^2 f^{2p} t^2}{2}\right)$$
 (7)

式中:p表示比0大的调节因子。

地震波动强度非平稳记录 x(t) 的时频谱表达式为:

$$NGST(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot G(t - \tau, f) \times \exp(-i2\pi f t) dt, f \neq 0$$
(8)

根据式(5) 提到的地震波动强度非平稳特征的褶积模型,非平稳特征记录可以表示成时变地震波和发射系数序列的褶积。依据时域褶积与频域相乘的关系,对式(5) 中等式两边同时进行时频变换,那么地震波动强度非平稳记录的时频谱可以通过时变地震波和反射系数序列时频谱相乘得到的乘积进行表示。表达式为:

$$\hat{s}_{g}(t,f) \approx \hat{w}(f)\alpha(t,f)\hat{r}_{g}(t,f) \tag{9}$$

式中: $\hat{s}_g(t,f)$ 代表地震波动强度非平稳记录经过时频变换得到的时频谱; $\hat{r}_g(t,f)$ 代表反射系数序列由时频变换得到的时频谱; $\hat{w}(f)$ 代表地震波的Fourier 谱; $\alpha(t,f)$ 代表衰减因子; $\hat{w}(f)\alpha(t,f)$ 代

为:

表地震波动发生过程中在 t 时刻的 Fourier 谱,就是时变地震波的时频谱。用 $W(\tau,f)$ 表示式(8) 中的 $\hat{w}(f)\alpha(t,f)$,用 $X(\tau,f)$ 和 $R(\tau,f)$ 分别代表地震波动非平稳记录和反射系数序列的时频谱,有以下关系:

$$X(\tau,f) = W(\tau,f) \cdot R(\tau,f)$$
 (10)
式中: $X(\tau,f)$ 、 $W(\tau,f)$ 和 $R(\tau,f)$ 分别代表地震波动非平稳记录、地震波和反射系数的频谱随时间变化的情况^[10]。非周期信号频谱可通过处理地震波信号的方式不同加以表述,地震波动强度非平稳信号可通过其振幅谱和相位谱进行表示。表达式

 $F(jw) = |F(jw)| e^{j\varphi(w)}$ (11) 式中: |F(jw)| 和 $\varphi(w)$ 分别表示频谱函数 F(jw) 的模和相位, $w = 2\pi f$ 。此时可将式(9) 变成以下形式:

$$\mid X(\tau,f) \mid \cdot \exp(\mathrm{j}\varphi_x(\tau,f)) = \mid W(\tau,f) \mid \cdot$$

 $|R(\tau,f)| \cdot [j(\varphi_w(\tau,f)+\varphi_r(\tau,f))]$ (12) 式中:j 表示虚数符号; $|X(\tau,f)|$ 、 $|W(\tau,f)|$ 和 $|R(\tau,f)|$ 分别表示地震波动非平稳记录、地震波和反射系数的振幅谱; $\varphi_x(\tau,f)$ 、 $\varphi_w(\tau,f)$ 和 $\varphi_r(\tau,f)$ 分别代表地震波动非平稳记录、地震波和反射系数的相位谱。对上式的两边进行取对数计算,那么地震波动非平稳记录、地震波和反射系数的对数振幅谱的表达式为:

$$\ln |X(\tau, f)| = \ln |W(\tau, f)| + \ln |R(\tau, f)|$$
(13)

式中: $\ln |X(\tau,f)|$ 代表地震波动强度非平稳记录的对数振幅谱; $\ln |R(\tau,f)|$ 表示反射系数的对数振幅谱,为高频信号; $\ln |W(\tau,f)|$ 表示时变地震波的对数振幅谱,为低频信号。

将地震波动强度非平稳特征记录的对数振幅谱进行分解,拆分成具有不同波动尺度的固有模态函数(IMF)分量, IMF_1 , IMF_2 ,…, IMF_n 。振幅谱会对 IMF 产生影响,其中反射系数振幅谱影响较小,地震波动振幅谱影响较大,随之 IMF 分量中振幅能量会产生同样的变化趋势。通过连续光滑的 IMF 分量重建地震波对数振幅谱,如下式:

$$\tilde{y}_{k}(t) = \sum_{j=k}^{n} IMF_{j}(t) + c(t), (k=2,\dots,n)$$
 (14) 式中: $\tilde{y}_{k}(t)$ 表示时变地震波对数振幅谱的估计值。存在特定的 IMF 分量,相比于反射系数振幅谱产生的能量,该分量对应的地震波会产生较大振幅能量; $c(t)$ 表示地震记录的加速度数据或强度包

线值。时变地震波动强度非平稳特征提取的目标,就是分界 IMF 的索引值 k=i 。

当震级以及震中距产生变化时,特征模型参数 也随之改变,通过近似地震参数表示形式描述两者 变化关系,即衰减模型表达为:

 $\lg Y = c_1 + c_2 M + c_3 \lg(R + R_0) + \varepsilon$ (15) 式中:Y表示模型的参数 μ 和 σ ; c_1 , c_2 , c_3 均表示待定常数; ε 表示随机误差项; R_0 表示尊重距起算常数,通常取值为 10 km。本文分场地对所有模型参数进行了回归分析,回归原则为令下式取值最小,即:

$$J = \sum_{i=1}^{N} [w_X (\Delta X)_i^2 + w_Y (\Delta Y)_i^2]$$
 (16)

式中: w_X 和 w_Y 表示权重系数,通过变异系数以及相对误差加以判断;通过研究结果显示,权重系数与回归结果之间关联较小,权重系数取值 1.0.

综上所述,通过数学模型对不同时刻的地震波动强度记录的对数振幅谱进行分解,实现对地震波动强度非平稳特征进行提取,克服了传统方法的不足之处,提高了提取精度。

2 仿真实验

为了验证所提方法的可行性与可信度,在配置为:Windows 7旗舰版,I7 双核处理器,内存 8 GB,运行内存 2 GB,3.5 GHz 主频的计算机上创建仿真实验平台,采用 Octave 软件作为实验支持,运用 Java 语言对实验方法进行编程。

实验数据来源于某省地震情报相关部门,取其 2014—2018 年间发生的最大地震波动强度数据当 作测试样本,在震级以及震中距区,存在的原始地震 波动信息有限,可通过结合该区域相关参数的平均 值以及衰减模型的结果值进行分析;在没有地震波 动原始信息的地震波动区域,仅依靠衰减模型取值, 根据相关性分析获取修正参数值(表1)。并对实验 对象采用传统方法中最典型的方法:三角级数方法 和功率谱密度函数提取方法,与本文方法进行实验。

表 1 地震波数据

Table 1 Seismic wave data

	$M \leqslant 4.2$	4.2< <i>M</i> ≤6.0	M > 6.0	合计
<i>R</i> ≤65 km	1 280	522	35	1 765
65 km≪ <i>R</i> ≪200 km	319	1 062	227	1 608
R>200 km	0	26	76	102
合计	1 527	1 610	338	3 475

图 2 为不同方法对地震波强度非平稳特征进行提取的实验对比结果。

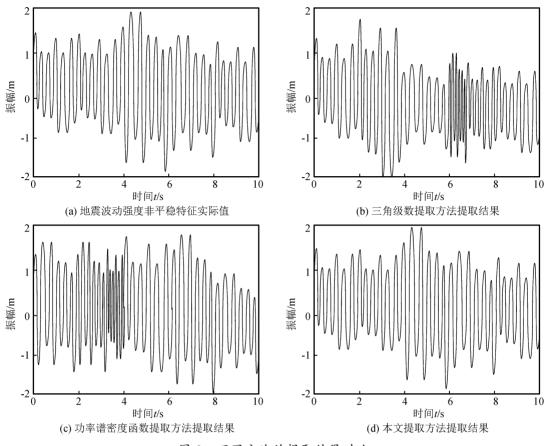


图 2 不同方法的提取结果对比

Fig.2 Comparison of extraction results of different methods

分析图 2 可知:由图像直观来看,三角级数提取方法和功率谱密度函数提取方法与地震波动强度非平稳特征实际值相差较大,这两种方法均存在较大的误差,说明这两种方法的可信度较低;本文方法提取结果与实际值的趋向走势极为相似,基本相同,主要原因在于本文方法利用地震波的振幅谱和相位谱之间的关系来对地震波动强度非平稳特征进行提取,保障了提取准确度,可信度较高。

为了验证本文方法的有效性,采用三种方法对实验对象采取进一步实验,选取查全率和查准率作为方法的评价指标,并对实验结果进行对比(表 2)。 其中查全率是提取的地震波动强度特征占所有地震波动强度特征的比例;查准率是提取的地震波动强

表 2 不同方法的实验对比结果

Table 2 Experimental comparison results of different methods

方法	查全率%	查准率%
三角级数	85.48	85.87
功率谱密度函数	88.01	82.22
本文方法	97.84	99.43

度特征中非平稳特征的比例。

分析表 2 可知:本文方法在查全率和查准率方面都具有较明显的优势,三角级数提取方法在三种方法中性能最差,本文方法的查全率和查准率与三角级数提取方法分别相差 12.36%、13.56%,与功率谱密度函数提取方法相差 9.83%、17.21%。由此可说明,本文方法不仅具有较高的提取准确度,而且具有较高的有效性,提取效果较好。

本文研究地震数据来源于某油田处地震数据,图 3(a)为原始地震波动数据,通过 15 个三分量检波器加以采集,采样时间间隔为 0.24 ms,采样数据为 1 000 个。其中 $17\sim32$ 、 $33\sim48$ 、 $1\sim16$ 道分别表述数据的 X、Y、Z 轴分量,根据数据较低信噪比,可知噪声的存在掩盖了地震波动信号,对于 P 波和 S 波识别效果下降。

通过图 3(b)可得,滤除高频噪声后,地震波动信号同相轴清晰度提升较小;通过图 3(c)可看出,本文方法对于地震噪声起到较好抑制效果,可准确提取地震波动信号。但是依旧存在噪声影响。

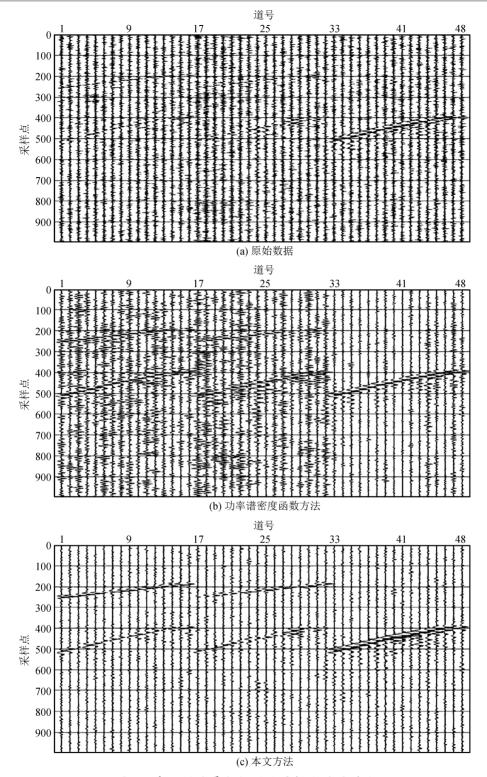


图 3 实际微地震数据弱信号提取结果对比

Fig.3 Comparison of weak signal extraction results of actual microseismic data

3 结束语

针对传统方法存在的地震波动特征提取效率 低、提取精度差等问题,提出地震波动强度非平稳特 征数学建模方法。该方法通过创建数学模型,利用 地震波的振幅谱和相位谱之间的关系对地震波动强度非平稳特征进行提取。经过仿真实验证明,本文研究的提取方法,能够准确地提取地震波动强度非平稳特征,具有较高可信度,查全率和查准率与三角级数提取方法分别相差 12.36%、13.56%,与功率谱

密度函数提取方法相差 9.83%、17.21%。因此本文 所述方法可为地震波动特征提取提供一定的参考价值。将本文方法应用到弱震定位方面的性能还有待加强,因而下一步的研究方向为,以加强对于弱震的定位作用。

参考文献(References)

- [1] 张超,颜学渊,林进军.空间相关的非平稳地震动场合成思路及程序实现[J].武汉理工大学学报(交通科学与工程版),2017,41(5):741-745.
 - ZHANG CHAO, YUAN Xueyuan, LIN Jinjun. Synthesis Thought and Program Realization of Non-stationary Spatially Variable Ground Motions[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2017, 41 (5):741-745.
- [2] 赵岩,贾甜,周瑞鹏.地震作用下管道-土耦合结构非平稳随机振动分析[J].应用数学和力学,2018,39(5):493-505.

 ZHAO Yan,JIA Tian,ZHOU Ruipeng.Non-Stationary Radom Vibration Analysis of Coupled Pipeline-Soil Systems under Earthquake[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2018, 39 (5):493-505.
- [3] 钟明寿,周辉,刘影,等.基于改进匹配追踪算法的化爆地震波信号时频特征提取[J].爆炸与冲击,2017,37(6):931-938.

 ZHONG Mingshou, ZHOU Hui, LIU Ying, et al. Time-frequency Analysis of Explosion Seismic Signal Based on Improved Matching Pursuit [J]. Explosion and Shock Waves, 2017,37(6):931-938.
- [4] 贾宏宇,陈航,张克跃,等.多维多点非平稳地震波合成[J].西南交通大学学报,2017,52(4):663-670.

 JIA Hongyu, CHEN Hang, ZHANG Keyue, et al. Non-Stationary Synthesis of Multi-Dimensional and Multi-Point Seismic Waves[J].

 Journal of Southwest Jiaotong University, 2017,52(4):663-670.
- [5] 刘章军,刘增辉,刘威.全非平稳地震动过程的概率模型及反应 谱拟合[J].振动与冲击,2017,36(2);32-38.

- LIU Zhangjun, LIU Zenghui, LIU Wei. Probability Model of Fully Non-stationary Ground Motion with the Target Response Spectrum Compatible [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(2):32-38.
- [6] 邢浩洁,李鸿晶,杨笑梅.基于切比雪夫谱元模型的成层场地地震反应分析[J].岩土力学,2017,38(2):593-600,609.

 XING Haojie, LI Hongjing, YANG Xiaomei. Seismic Response Analysis of Horizontal Layered Soil Sites Based on Chebyshev Spectral Element Model[J]. Rock and Soil Mechanics,2017,38 (2):593-600,609.
- [7] 陈雪纯,张人千,王立新.基于 Wi-Fi 信号强度衰减模型的地震 埋压人员定位方法研究[J].华南地震,2018,38(4):10-16. CHEN Xuechun, ZHANG Ruqian, WANG Lixin. Research on Positioning Method of Earthquake Buried Personnel Based on Signal Strength Attenuation Model of Wireless Network[J]. South China Journal of Seismology,2018,38(4):10-16.
- [8] 曲国岩,俞瑞芳.基于时-频包线的非平稳地震动合成及其对结构非线性响应的影响[J].振动工程学报,2018,31(2):198-208. QU Guoyan, YU Ruifang. Simulation Method of Earthquake Ground Motion Based on Frequency-dependent Amplitude Envelope Function and Its Influence on the Structural Nonlinear Responses[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(2): 198-208.
- [9] 姚振亚,金国芳.多维地震动平动分量的合成[J].结构工程师, 2017,33(3):103-108. YAO Zhenya, JIN Guofang. Synthesis Multi-dimensional Translational Components of Ground Motion[J]. Structural Engineers, 2017, 33(3):103-108.

[10] 李创第,柏大炼,葛新广,等.基于 C-P 谱分析设置支撑的广义

Maxwell 阻尼器系统完全非平稳地震响应[J].桂林理工大学学报,2018,38(3):480-487.

LI Chuangdi, BAI Dalian, GE Xinguang, et al. Analytical Method for Full Non-stationary Responses of Dissipation System with Brace-general Maxwell Damper Based on C-P Spectrum[J].Journal of Guilin University of Technology,2018,38 (3):480-487.