

对 UE 土体动力本构模型的修正^①

阮 璠¹, 薄景山^{1,2}, 齐文浩¹, 沈园园¹, 李煜东²

(1. 中国地震局工程力学研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 防灾科技学院, 河北 三河 065201)

摘要: 动力本构模型 UE 模型具有可以描述非对称循环荷载、记忆量小、模型参数物理意义明确、表达式简单等优点。但其描述等幅循环荷载作用下的土体滞回圈时, 存在非对称性, 并且无法较好地拟合土体动阻尼比随应变产生的变化规律。通过在 UE 模型的骨架曲线中引入两个瞬变参数, 利用“massing 二倍法”构造滞回曲线, 使模型同时满足各个应变下的剪切模量及阻尼比, 确定瞬变参数的表达式, 将瞬变参数表达式带入滞回曲线方程中, 即得到最终的滞回曲线表达式, 并定义各个滞回圈顶点的连线为此修正模型的实际骨架曲线。分析结果表明, 该修正模型能够克服 UE 模型存在的不足, 且更符合实际。

关键词: 动力作用; UE 本构模型; 修正模型; 阻尼比; 剪切模量

中图分类号: P315.98

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2014)04-0963-05

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2014.04.0963

Correction of Unsymmetrical Exponential Dynamic Constitutive Model of Soil

RUAN Fan¹, BO Jing-shan^{1,2}, QI Wen-hao¹, SHEN Yuan-yuan¹, LI Yu-dong²

(1. Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin, Heilongjiang 150080, China;

2. Institute of Disaster Prevention, Sanhe, Hebei 065201, China)

Abstract: The unsymmetrical exponential (UE) dynamic constitutive model is used to describe the soil characteristics under dynamic loading. This model has the advantages of describing asymmetric cyclic loading, low memorization, explicit physical meanings of the model parameters, and simple expressions. However, the UE model is asymmetric and is unable to appropriately fit the distribution of soil damping ratio variation with changing strain when it is used to describe the soil hysteresis loop under constant amplitude cyclic loading. By introducing two transient variable parameters in the skeleton curve of the UE model and using Massing's method of doubling the stress and strain variables to structure the hysteretic curve, the correction model can accurately determine the shear modulus and damping ratio under different strains. The shear modulus and damping ratio were then used to determine the expression of the transient parameter, and they were substituted in the hysteretic curve equation. Finally, the hysteretic curve expression and the actual skeleton curve were obtained. The results show that the correction model can overcome the limitations of the UE model and is in good agreement with the actual data.

Key words: dynamic load; UE constitutive model; correction model; damping ratio; shear modulus

① 收稿日期: 2014-08-20

基金项目: 中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项(2013C02); 黑龙江省科学基金(QC2012C105); 国家自然科学基金项目(50978237)

作者简介: 阮璠(1990—), 女, 硕士研究生, 主要从事岩土工程抗震领域。E-mail: rf1990@126.com

0 引言

土体动力本构模型研究是当前岩土地震工程研究领域的重要内容^[1],也是场地地震反应分析研究领域的核心部分^[2]。土是由岩石风化形成的碎散矿物颗粒组成的集合体^[3],具有较强的非线性。在当前工程领域广泛使用的场地地震反应分析方法——等效线性化方法中,将土体的动力力学非线性特性简化为线性体系下的剪切模量和等效阻尼比,进行反复迭代求解得到土体非线性近似解答^[4],但此方法尤其在大震情况下,计算结果与实际记录相差较大^[1,4-6]。为正确模拟土层非线性特性,很多学者建议采用时域积分法进行土层非线性地震反应分析,该方法的核心内容之一就是确定合适的土体动力本构模型^[1]。对于水平成层场地,可采用简化的一维动力本构模型^[1]。齐文浩等^[7]通过将指数函数进行翻转、平移、放缩构造出一种适用于非等幅循环荷载、记忆量小、表达式简单的动力本构模型,简称为 UE 模型。UE 模型能够较好地拟合土体动剪切模量的衰退曲线,但计算得到的动阻尼比结果却与实际情况相差较大。本文基于栾茂田的半离散半解析方法对 UE 模型进行关于阻尼比拟合的修正,并对新模型进行验证。

1 UE 模型简介^[1,7]

UE 模型适用于非等幅循环荷载应力条件,具有参数物理意义明确、表达式简单等优点,可用于时域积分法计算土层非线性地震反应。UE 模型的骨架曲线由指数函数翻转、平移、放缩得到,其卸载再加载曲线以最近历史应力转折点为起点,并同时满足 $|\gamma| \rightarrow \infty$ 时 $|\tau| \rightarrow \tau_{ult}$ 的条件和 Massing 准则得到:

$$\tau = \tau_0 + C(\tau_{ult} - C\tau_0) \cdot \left[1 - \exp\left(-C \frac{G_{max}}{\tau_{ult} - C\tau_0}(\gamma - \gamma_0)\right) \right] \quad (1)$$

式中, τ 、 γ 分别为动剪应力及动剪应变; (γ_0, τ_0) 为最近历史应力转折点对应的动剪应力及动剪应变; C 为加卸载曲线判断因子,再加载曲线取 $C=1$,卸载曲线取 $C=-1$; 当 (γ_0, τ_0) 为 $(0, 0)$ 时,上式退化为初始加载曲线,即骨架曲线。

试验验证 UE 模型能够较好的拟合土体动剪切模量比曲线,但使用 UE 模型计算得出的动阻尼比值与试验结果相差较大,故本文将对 UE 模型进行有关阻尼比拟合的修正。

2 修正 UE 模型构造方法

修正 UE 模型分为等幅循环荷载及非等幅循环荷载应力加载条件两个部分。在等幅循环加载条件下通过拟合剪切模量及阻尼比确定参数值。在非等幅循环加载条件下通过使曲线满足自动指向最近应力应变历史最大点及能有效拟合阻尼比来确定相应的参数值。

2.1 等幅循环荷载作用下

假设骨架曲线向滞回圈卸载曲线的应力转折点为 (γ_0, τ_0) ($\gamma_0 \geq 0, \tau_0 \geq 0$), 在 UE 模型骨架曲线中加入两个瞬变参数, 得到修正后的骨架曲线为:

$$\begin{cases} \tau = a(\gamma_0)\tau_{ult}(1 - e^{-b(\gamma_0) \cdot \gamma/\gamma_r}) & \gamma \geq 0 \\ \tau = -a(\gamma_0)\tau_{ult}(1 - e^{b(\gamma_0) \cdot \gamma/\gamma_r}) & \gamma \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

根据 Massing“二倍”法, 由骨架曲线得出滞回圈表达式为:

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 - 2a(\gamma_0)\tau_{ult}(1 - e^{b(\gamma_0) \cdot (\gamma - \gamma_0)/2\gamma_r}) & \gamma \geq 0 \\ \tau = -\tau_0 + 2a(\gamma_0)\tau_{ult}(1 - e^{-b(\gamma_0) \cdot (\gamma + \gamma_0)/2\gamma_r}) & \gamma \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

根据骨架曲线需满足试验 $G/G_{max}-\gamma$ 曲线, 得到:

$$\frac{G(\gamma_0)}{G_{max}} = \frac{\tau(\gamma_0)/\gamma_0}{G_{max}} = \frac{a(\gamma_0) \cdot \gamma_r}{\gamma_0} [1 - e^{-b(\gamma_0) \cdot \gamma_0/\gamma_r}],$$

即得

$$a(\gamma_0) = \frac{G(\gamma_0)}{G_{max}} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_r} \cdot \frac{1}{1 - e^{-b(\gamma_0) \cdot \gamma_0/\gamma_r}} \quad (4)$$

同时使修正模型的滞回曲线计算得出的阻尼比满足试验 $\lambda-\gamma$ 曲线, 阻尼比计算表达式为 $\lambda = \frac{1}{4\pi} \cdot$

$\frac{\Delta w}{w}$, 其中 Δw 为滞回曲线围成的面积; w 为 ΔABC 的面积(如图 1)。

由滞回曲线表达式式(3)可得:

$$\begin{aligned} \Delta w &= \int_{-\gamma_0}^{\gamma_0} \{-2\tau_0 + 2a(\gamma_0)\tau_{ult} [2 - e^{-b(\gamma_0)(\gamma+\gamma_0)/2\gamma_r} - e^{b(\gamma_0)(\gamma-\gamma_0)/2\gamma_r}]\} d\gamma \\ &= -4\tau_0\gamma_0 + 8a(\gamma_0)\gamma_0\tau_{ult} + \\ &\quad \frac{8a(\gamma_0)\tau_{ult}\gamma_r}{b(\gamma_0)}(e^{-b(\gamma_0)\gamma_0/\gamma_r} - 1) \end{aligned} \quad (5)$$

根据骨架曲线表达式式(2)可得:

$$w = \frac{1}{2}\tau_0\gamma_0 = \frac{1}{2}a(\gamma_0)\gamma_0\tau_{ult}(1 - e^{-b(\gamma_0)\gamma_0/\gamma_r}) \quad (6)$$

将式(5)、式(6)代入阻尼比表达式 $\lambda = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta w}{w}$ 中可得:

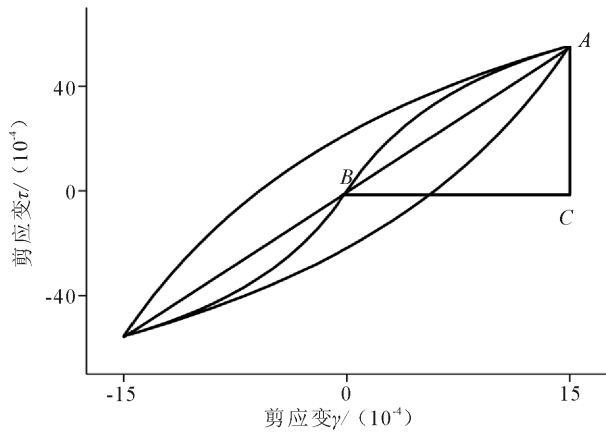


图 1 等幅循环荷载作用下的滞回曲线

Fig.1 Hysteretic curve under constant amplitude cyclic loading

$$\lambda(\gamma_0) = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta w}{w} = -\frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi(1 - e^{-b(\gamma_0)\gamma_0/\gamma_r})} - \frac{4\gamma_r}{\pi b(\gamma_0)\gamma_0} \quad (7)$$

令 $b(\gamma_0)\gamma_0/\gamma_r = t(\gamma_0)$, 则式(7)可得:

$$\lambda(\gamma_0) = -\frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi(1 - e^{-t(\gamma_0)})} - \frac{4}{\pi t(\gamma_0)} \quad (8)$$

联立式(4)、式(8), 即

$$\begin{cases} a(\gamma_0) = \frac{G(\gamma_0)}{G_{\max}} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_r} \cdot \frac{1}{1 - e^{-t(\gamma_0)}} \\ \lambda(\gamma_0) = -\frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi(1 - e^{-t(\gamma_0)})} - \frac{4}{\pi t(\gamma_0)} \\ b(\gamma_0)\gamma_0/\gamma_r = t(\gamma_0) \end{cases} \quad (9)$$

式中 $G(\gamma_0)/G_{\max}$ 、 $\lambda(\gamma_0)$ 、 γ_r 为已知的各土类试验数据曲线。

由式(9)解得各个剪应变 γ_0 下的瞬变参数 $a(\gamma_0)$ 、 $b(\gamma_0)$, 代入式(2)、式(3)可得每一剪应变下的骨架曲线及滞回圈曲线表达式。式(2)表示各个剪应变下的瞬变骨架曲线, 用于 Massing“二倍法”构造滞回曲线, 真实骨架曲线为各滞回圈顶点连线构成。

2.2 非等幅循环荷载作用下

如图 2 所示, 在非等幅循环荷载作用下, 假设最

近历史最大应力应变点为点 $M(\gamma_M, \tau_M)$, 应力路径可大致描述为: $M \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow N$, 以再加载曲线 BC 为例进行说明。再加载曲线 BC 的构造形式与滞回曲线相似, 表达式为:

$$\tau = \tau_C + 2a(\gamma_C)\tau_{ult}(1 - e^{-b(\gamma_C) \cdot (\gamma_M - \gamma_C)/2\gamma_r}) \quad (10)$$

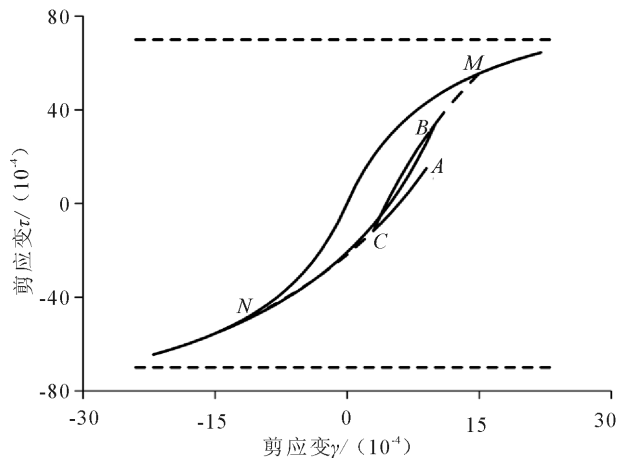


图 2 非等幅循环荷载作用示意图

Fig.2 Schematic diagram of the non constant amplitude cyclic loading

令式(10)满足以下两个条件:

(1) 再加载曲线直接指向最近历史最大应力应变点, 即点 $M(\gamma_M, \tau_M)$;

(2) 由式(10)计算得出的阻尼比需满足试验 $\lambda-\gamma$ 曲线。

根据条件 1, 将点 $M(\gamma_M, \tau_M)$ 代入式(10), 可得:

$$\tau_M = \tau_C + 2a(\gamma_C)\tau_{ult}(1 - e^{-b(\gamma_C) \cdot (\gamma_M - \gamma_C)/2\gamma_r}), \text{ 即}$$

得

$$a(\gamma_C) = \frac{\tau_M - \tau_C}{2\tau_{ult}(1 - e^{-b(\gamma_C) \cdot (\gamma_M - \gamma_C)/\gamma_r})} \quad (11)$$

根据条件 2, 由式(10)表示的再加载曲线需满

足阻尼比的要求, 阻尼比 $\lambda = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta w_C}{w_C}$, 推导得出:

$$\begin{aligned} \Delta w_C &= \int_{-(\gamma_M - \gamma_C)/2}^{(\gamma_M - \gamma_C)/2} \left\{ -2 \cdot \frac{\tau_M - \tau_C}{2} + 2a(\gamma_C)\tau_{ult} \left[2 - e^{-b(\gamma_C) \cdot (\gamma + \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2})/2\gamma_r} - e^{b(\gamma_C) \cdot (\gamma - \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2})/2\gamma_r} \right] \right\} d\gamma \\ &= -4 \cdot \frac{\tau_M - \tau_C}{2} \cdot \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2} + 8a(\gamma_C) \cdot \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2} \tau_{ult} + \frac{8a(\gamma_C)\tau_{ult}\gamma_r}{b(\gamma_C)} (e^{-b(\gamma_C) \cdot \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2}/\gamma_r} - 1) \end{aligned} \quad (12)$$

$$w_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_M - \tau_C}{2} \cdot \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2} = \frac{1}{2} a(\gamma_C) \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2} \tau_{ult} (1 - e^{-b(\gamma_C) \cdot \frac{\gamma_M - \gamma_C}{2}/\gamma_r}) \quad (13)$$

将式(12)、式(13)代入 $\lambda=\frac{1}{4\pi}\frac{\Delta w_c}{w_c}$,可得:

$$\lambda\left(\frac{\gamma_M-\gamma_C}{2}\right)=\frac{1}{4\pi}\frac{\Delta w_c}{w_c}=-\frac{2}{\pi}+\frac{4}{\pi(1-e^{-b(\gamma_C)\cdot\frac{\gamma_M-\gamma_C}{2}/\gamma_r})}-\frac{4\gamma_r}{\pi b(\gamma_C)\cdot\frac{\gamma_M-\gamma_C}{2}}\tag{14}$$

式(14)中 λ 取在不规则循环荷载 $\gamma=\frac{\gamma_M-\gamma_C}{2}$

下的值,是为了将等幅循环荷载作用下得到的试验数据能应用于非等幅循环荷载曲线推导出的表达式中。

将式(10)、式(14)联立可得:

$$\begin{cases} \alpha(\gamma_C)=\frac{\tau_M-\tau_C}{2\tau_{ult}(1-e^{-t(\gamma_C)})} \\ \lambda\left(\frac{\gamma_M-\gamma_C}{2}\right)=-\frac{2}{\pi}+\frac{4}{\pi(1-e^{-t(\gamma_C)})}-\frac{4}{\pi t(\gamma_C)} \\ b(\gamma_C)(\gamma_M-\gamma_C)/2\gamma_r=t(\gamma_C) \end{cases}\tag{15}$$

与循环荷载作用下滞回曲线表达式相似,式(15)中 $G(\gamma_0)/G_{max}$ 、 $\lambda(\gamma_0)$ 、 γ_r 为已知的各土类试验数据曲线。

2.2 修正 UE 土体动力本构模型表达式

表 1 土体 G 与 λ 随 γ 变化的试验值

Table 1 Test values of the shear modulus G and damping ratio λ versus shear strain γ

剪应变 γ(10 ⁻⁴)	0.205 8	0.367 9	0.478 5	0.785 9	1.030	1.529	2.146	2.873
剪切模量比 G	290.3	279.0	275.6	270.4	266.3	258.2	236.2	214.5
阻尼比 λ	2.024	2.346	2.588	3.192	3.984	4.788	6.013	6.442

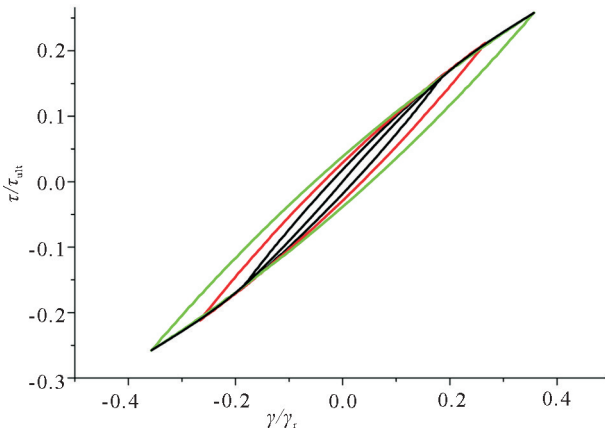


图 3 修正模型下的骨架曲线及滞回曲线

Fig.3 The skeleton curve and hysteretic curve under correction model

由图 3 可见,修正 UE 模型的滞回曲线并不是

引入加卸载判断因子 C,加载时取 C=1,卸载时取 C=-1,则等幅循环荷载及非等幅循环荷载作用下的本构模型表达式可以统一为:

$$\tau=\tau_c+2\cdot C\cdot a\left(\frac{\gamma_M-C\cdot\gamma_C}{2}\right)\cdot\tau_{max}\cdot\{1-e^{-[C\cdot b\left(\frac{\gamma_M-C\cdot\gamma_C}{2}\right)\cdot\frac{\gamma-\gamma_c}{2\gamma_r}]}\}$$

上式即为修正 UE 模型滞回圈曲线一般表达式,其中 (γ_M,τ_M) 为历史最大转折应力应变点, (γ_C,τ_C) 为加卸载起始转折点。

骨架曲线为各个滞回圈顶点连线,其数学表达式为:

$$\tau=C\cdot a(\gamma)\cdot\tau_{max}\cdot(1-e^{-(C\cdot b(\gamma)\cdot\gamma/\gamma_r)})$$

式中, (γ,τ) 即为当前时间步下的应力应变点。

3 模型曲线形状特点及模型检验对比

取哈尔滨某工程场地土样进行土动力试验得到土体动剪切模量及阻尼比试验值(见表 1)和对应修正 UE 模型的真实骨架曲线及滞回曲线,并将修正 UE 模型得到的阻尼比有效性与原 UE 模型得到的阻尼比有效性进行对比。

3.1 修正 UE 模型的曲线形状特点

根据该土样试验数据得到修正 UE 模型真实骨架曲线及不同剪应变下的滞回曲线(图 3)。

由真实骨架曲线进行相似变换得到,而是与瞬变骨架曲线形状相似,且随着剪应变的增大滞回曲线间的交错想象愈加明显,滞回曲线的斜度越来越小,直到完全落进真实骨架曲线的内侧。打破了传统常数动力本构模型保持滞回曲线统一斜度、等比例扩大及骨架曲线始终位于滞回圈中线的规律,相比之下修正后的本构 UE 模型更能反映真实试验情形^[8]。

3.2 与原 UE 模型计算阻尼比的对比

计算修正 UE 模型及原 UE 模型各个滞回曲线的面积及对应于最大应力应变值所在的三角形面积,代入阻尼比计算公式: $\lambda=\frac{1}{4\pi}\frac{\Delta w}{w}$ 中,得到模型计算阻尼比,并与试验阻尼比值进行对比,绘制在同一幅图中进行对比(见图 4)。由图 4 可见,原 UE 模型不能较好地拟合试验阻尼比数据,且计算得出的

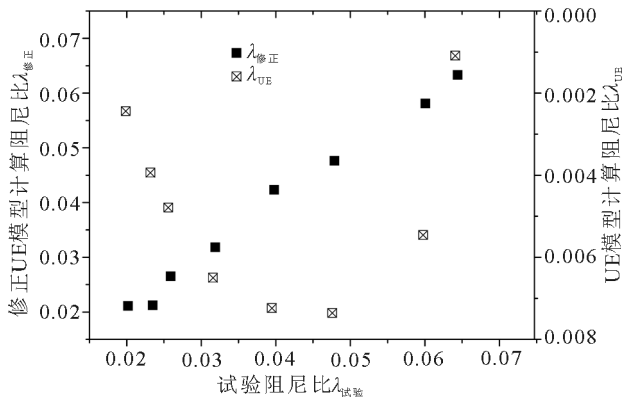


图 4 修正模型及原模型计算阻尼比与试验阻尼比数据的比较

Fig.4 The comparison of model calculated damping ratio and the experimental damping ratio

阻尼比值较小,甚至出现负值,这与实际情况不符。而修正后的 UE 模型计算得出的阻尼比与试验阻尼比的关系基本为一条过对称轴的直线,即能够有效解决原模型存在的不足。

4 结论与建议

本文采用栾茂田的半离散半解析方法对 UE 模型进行关于阻尼比拟合的修正,通过在原 UE 模型中加入随剪应变变化的瞬变参数,使模型能在每一剪应变下对阻尼比及剪切模量进行准确的拟合,达到较好的效果。得到的修正 UE 模型骨架曲线及滞回曲线的曲线形状能较好地描述土动力试验现象,并将修正 UE 模型与原 UE 模型计算得出的阻尼比进行对比,可以看出修正模型较好地完善了原模型无法准确拟合阻尼比的缺陷。在实际工程应用中使用计算机编程将该模型有效地运用于土层地震反应分析程序中。

同时,通过归纳总结各种常规类型土样的瞬变参数变化规律,可以拟合出服从大致同一规律的参数曲线,从而可用于当未知土体参数时的本构模型构造。

参考文献(References)

- [1] 齐文浩,王振清,薄景山.土层非线性地震反应分析方法及其检验[J].哈尔滨工程大学学报,2010,31(4):444-450.
QI Wen-hao, WANG Zhen-qing, BO Jing-shan. Development and Verification of a Method for Analyzing the Nonlinear Seismic Response of Soil Layers[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(4): 444-450. (in Chinese)
- [2] 李小军,廖振鹏.土应力应变关系的粘—弹—塑模型[J].地震工程与工程振动,1989,9(3):65-72.
LI Xiao-jun, LIAO Zhen-peng. Visco-elasto-plastic Model of Soil Stress-strain Relationship[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1989, 9(3): 65-72. (in Chinese)
- [3] 李广信.高等土力学[M].北京:清华大学出版社,2004.
LI Guang-xin. Advanced Soil Mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [4] 王志良,韩清宇.粘弹塑性土层地震反应的波动分析法[J].地震工程与工程振动,1981,1(1):117-137.
WANG Zhi-liang, HAN Qing-yu. Analysis of Wave Propagation for the Site Seismic Response, Using the Visco-elasto-plastic Model[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1981, 1(1): 117-137. (in Chinese)
- [5] Roesset J M, Dobry R, Ayestaran L. Accuracy of Modal Superposition for One-dimensional Soil Amplification Analysis[M]. Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1972.
- [6] 齐文浩,薄景山.土层地震反应等效线性化方法综述[J].世界地震工程,2008,23(4):221-226.
Qi Wen-hao, BO Jing-shan. Summarization on Equivalent Linear Method of Seismic Responses for Soil Layers [J]. World Earthquake Engineering, 2008, 23(4): 221-226. (in Chinese)
- [7] 齐文浩,薄景山.一种新的土体动力本构模型[J].地震工程与工程振动,2009,29(1):169-174.
QI Wen-hao, BO Jing-shan. A New Soil Dynamic Constitutive Model[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009, 29(1): 169-174. (in Chinese)
- [8] 刘保健,谢定义.随机荷载下土动力特性测试分析法[M].北京:人民交通出版社,2001.
LIU Bao-jian, XIE Ding-yi. The Test Soil Dynamic Properties Under Random Loading Analysis[M]. Beijing: China Communications Press, 2001. (in Chinese)