第8卷 第1期 西北地震学报 Vol.8,No.1
1986年3月 NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL March,1986

地震波在垂向不均匀介质中传播问题的某些探讨*

周民都 冯德益
（国家地震局兰州地震研究所） （天津市地震局）

摘 要

本文计算了含有高速夹层介质中首波的理论地震图。通过分析得到，当高速夹层薄到一定程度时，就会产生干涉型首波，从而从一个侧面证明了射线理论的局限性。通过对地震波反射—折射系数能量守恒关系的分析，探讨了反射—折射系数大于1的可能性。最后，介绍了一种计算垂向不均匀介质中拉梅问题理论地震图的数值方法——有限差分法。

一、引 言

在地震学领域内，近年来的研究特点是侧重于区域构造，利用天然地震与人工地震得到的资料，对地震波运动学和动力学特征进行分析，作出综合理论地震图，数字模拟地壳与上地幔的结构特征[1、2、3]。另外，了解地壳与上地幔地震活动带和稳定带的深部反映，对于各种物理场的地震前兆异常的解释有一定的指导作用。为此目的，研究地震震源产生的过程，根据观测资料确定震源参数和地震波的传播条件及方式具有重要的意义。

目前，人们对地震波的研究通常采用两种方法—射线法和波动法。而在理论应用中，正从射线理论向波动理论发展，从一维简化理论向全波动方程发展，从完全弹性介质波动理论向粘滞弹性介质理论发展。

地震勘探也正在从应用射线理论向应用波动理论发展。因为射线理论主要反映地震波的运动学信息，用于研究地质构造；而波动理论主要是研究地震波的动力学信息（也有运动学信息），用于研究地层的岩性。要研究岩石的物理性质，必须研究各种物理参数，包括纵横波速度、频率、相位、振幅、阻抗、密度、弹性系数、吸收系数、粘滞系数等，根据地层岩石的物理参数的差异来分辨识别岩性。而这些参数中除速度、相位与地震波运动学特征有关外，绝大部分属于动力学特征，都是波动方程中的参数。要解决岩性地震勘探问题，提取这些参数，射线理论可以起一些作用，但终究必须研究波动理论[5]。

---

* 本文是作者1984年研究生硕士学位论文

二、用射线法研究首波的某些结果

由于在一定的震中距上，首波是地震记录图中的初至波，故仅用射线法来讨论P波首波的一些性质。

Červeny给出了一个用射线一阶近似计算首波的公式[4]。假定介质是均匀水平层状的，设产生首波的界面为B界面，震源和观测点可以位于层状介质中的任意层中，首波射线可以在它所通过的路径中反射、折射任意次，如图1所示。首波包含s+1段射线，从源M_0点到B界面有第1，第2，……，第k段；从B界面到观测点M有第k+1，第k+2，……，第s段；还有沿B界面传播的一段。在每一段上，波可能以P或S波的形式传播。波在射线第j段（点O_{j-1}到点O_j之间）的传播速度用$v_j(Z)$表示（j=1，2，……，s）。首波沿B界面上的传播速度用$\overline{v}$表示。设观测点的位移场

$$\vec{U} = u_r \vec{e}_r + u_z \vec{e}_z \tag{1}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} u_r &= |J_r| \cdot F(t-\tau^*;\ \varphi) \\ u_z &= |J_z| \cdot F(t-\tau^*;\ \overline{\varphi}) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix} J_r \\ \\ J_z \end{pmatrix} = \frac{\overline{v}\Gamma_k \tan\theta^*_0}{r^{1/2}(r-r^*)^{3/2}} \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{s-1} R^*_j \begin{pmatrix} q_r \\ \\ q_z \end{pmatrix} \tag{3}$$

其中，r为震中距，r^*是首波的临界水平距离，$\tan\theta^*_0 = v_0/\sqrt{\overline{v}^2 - v_0^2}$，$v_0$为震源的出射波速度，$\Gamma_k$为首波构成系数，$R^*_j$是产生首波时波在$O_j$点处相应的位移反射一折射系数。如果观测点在地表，则q_r、q_z是波在地表的转换系数；如果观测点在介质中，则q_r、q_z是波在水平和垂向的单位矢量。τ^*为波的走时，$F(t-\tau^*;\ \varphi)$和$F(t-\tau^*;\ \overline{\varphi})$是波形函数。波形函数

$$F(t-\tau^*;\ \varphi) = H(t-\tau^*)\cos\varphi + G(t-\tau^*)\sin\varphi$$

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \arg\Gamma_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{S-1} R^*_j + \arg q_r, \\ \overline{\varphi} &= \arg\Gamma_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{S-1} R^*_j + \arg q_z, \\ H(t) &= \frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_0^\infty \frac{S(\omega)}{i(\omega)} e^{i\omega t} d\omega, \\ G(t) &= -\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\int_0^\infty \frac{S(\omega)}{i(\omega)} e^{i\omega t} d\omega, \\ S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt。 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

f(t)为震源的时间函数。

下面用公式（2）来计算。所采用的模型如图2所示。

$\alpha_1 = 6.24 km/sec$，　$\alpha_2 = 8.0 km/sec$，

$\alpha_3 = 7.8 km/sec$，　$\alpha_4 = 8.13 km/sec$，

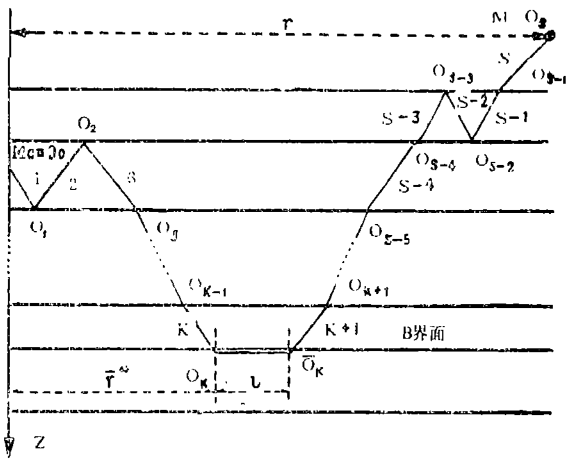

图1　在一个具有平行、平界面垂向不均匀多层介质中，首波射线的各种符号

Fig. 1 Various symbols connected with the ray of a head wave in a vertically inhomogeneous multilayered medium with plane, parallel interfaces.

$h_1 = h_2 + h_3 = 20km$,　　$r = 300km$

$\rho_1 = 2.84g/cm^3$,　　$\rho_2 = 3.41g/cm^3$

$\rho_3 = 3.32g/cm^3$,　　$\rho_4 = 3.46g/cm^3$　〔6〕

其中只考虑穿过高速夹层的首波$P_{\rm I}$（零阶首波）与一阶干涉首波$P_{\rm II}$（由于二阶以上的干涉首波振幅比零阶首波约小三个数量级以上，故不予考虑）。取入射波的时间函数为

$$f(t) = Ae^{-5t}\sin(10\pi t) \tag{5}$$

对h_2分别取不同的值，得到了一组理论地震图（图3）。从图3中可见，当$h_2 = 3.2km$（等于该层中波的两个波长）时，两个首波分辨不出来；当$h_2 = 4km$（2.5个波长）时，两个首波能够分辨出来，但这时不够明显，当$h_2 > 4.8km$（3个波长）时，两个首波就能明显地分辨开来了。据此可以认为，来自高速薄夹层的首波，不是单一的首波，而是复合干涉波，这与通常的理论相符。这也是射线理论不能应用于薄层的一个论据。

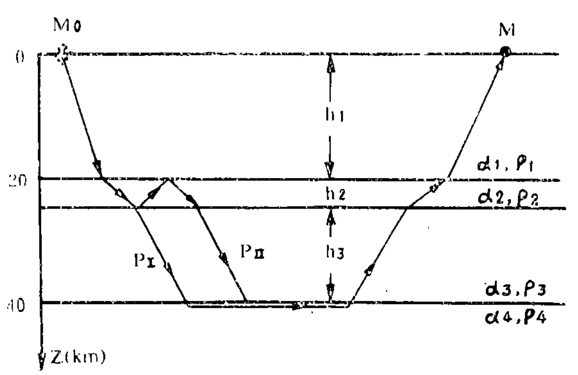

图2　在一个含有高速夹层介质中首波射线

Fig. 2 The raies of head waves in a medium which a high velocity layer is embedded,

从上面的分析可以看到，射线理论是对弹性波传播形式的一种形象描述，它可以使地震波传播这个复杂的问题变得比较形象和使问题简化。应用射线理论使我们能够用地震记录图上的不同震相，根据不同的地球模型来计算地震波的走时及反演下部介质的情况。但是，地震波传播问题是错综复杂的，要研究地震波传播的全过程以及在地震记录图上所记录到的波形的总效应时，就不能应用射线理论而必须采用波动理论了。

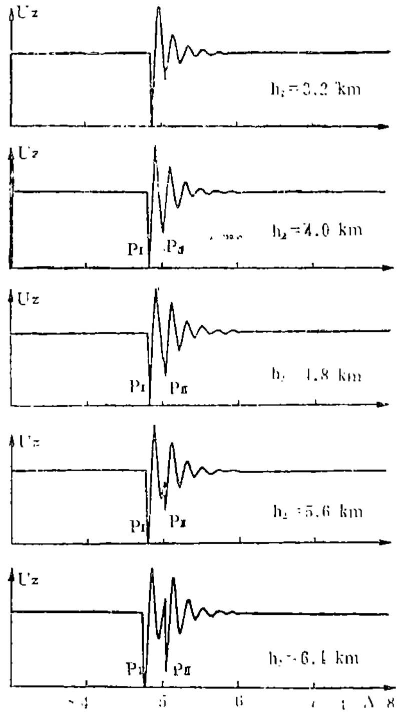

图3 理论地震图

Fig. 3 Synthetic seismograms.

三、地震波反射—折射系数的能量守恒关系

采用（2）式及（5）式，对两种不同的速度分布模型进行计算，得到了一组理论地震图（图4、图5）。从图中可以看到，来自于下部介质的首波P_{II}的振幅要比来自于上部介质的首波P_{I}大。通常认为，由于球面波的几何扩散，波的能流密度随着传播距离的增加而减小。由于来自于下部介质的首波P_{II}的传播路径较长，振幅应比来自于上部介质的首波P_{I}的小。实际上，当波在传播过程中，遇到速度不连续面（界面）时，就会发生反射和折射现象。由于在射线理论中用平面波来计算反射—折射系数，因此一般认为，波经过反射和折射后，反射波和折射波的振幅要小于入射波的振幅（即反射系数和折射系数不大于1）。但是首波P_{II}的振幅大于P_{I}的振幅的事实说明，反射—折射系数在一定的条件下是可能大于1的。下面具体地讨论反射—折射系数可能大于1的问题。

通常所说的地震波的反射—折射系数是一个不精确的概念。地震波一般存在三种反射—折射系数，即：

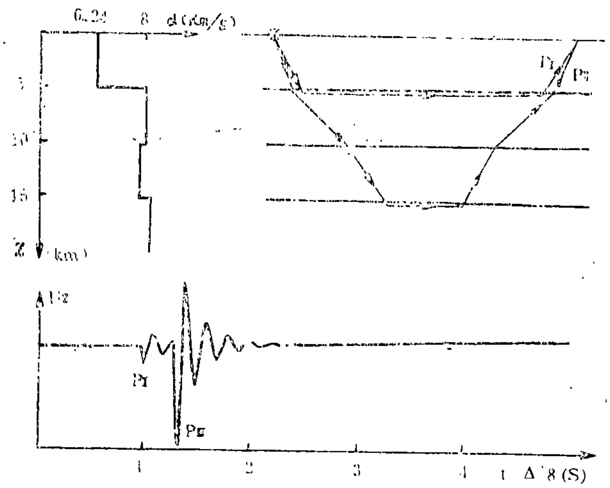

图 4　模型和理论地震图

Fig. 4　Model and synthetic seismogram.

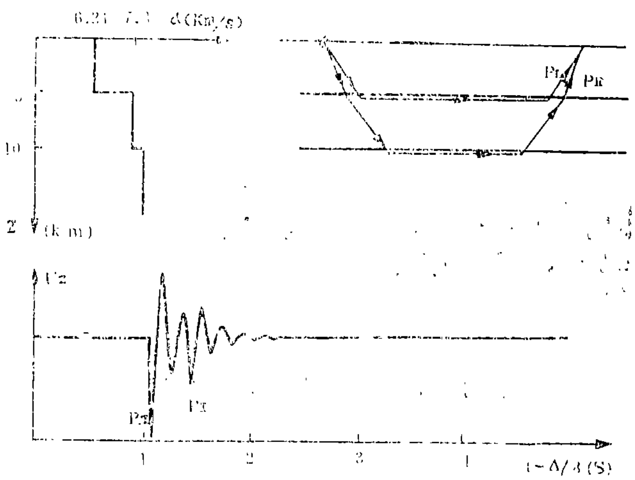

图 5　模型和理论地震图

Fig. 5　Model and synthetic seismogram.

（1）位移势函数的反射—折射系数；

（2）位移的反射—折射系数；

（3）能量的反射—折射系数。

下面分别讨论这三种反射—折射系数的能量守恒关系。

如图6所示，P_1、SV_1、P_2、SV_2分别为上、下界面的入射波，P'_1、SV'_1、P'_2、SV'_2分别为上、下界面的出射波。令这八个波的位移势函数分别为

$$\varphi_{p1} = A_1 \exp[i(\omega t - lx - mz)]$$
$$\psi_{sv_1} = B_1 \exp[i(\omega t - lx - kz)]$$
$$\varphi_{p2} = A_2 \exp[i(\omega t - lx + m'z)]$$
$$\psi_{sv_2} = B_2 \exp[i(\omega t - lx + k'z)]$$

$$\varphi_{p_1'} = A_1' \exp[i(\omega t - lx + mz)]$$
$$\psi_{sv_1'} = B_1' \exp[i(\omega t - lx + kz)]$$
$$\varphi_{p_2'} = A_2' \exp[i(\omega t - lx - m'z)]$$
$$\psi_{sv_2'} = B_2' \exp[i(\omega t - lx - k'z)]$$

其中

$$l = \omega / c;$$
$$m = \begin{cases} \omega(1/\alpha_1^2 - 1/c^2)^{1/2}, & \alpha_1 < c \\ -i\omega(1/c^2 - 1/\alpha_1^2)^{1/2}, & \alpha_1 > c \end{cases}$$
$$m' = \begin{cases} \omega(1/\alpha_2^2 - 1/c^2)^{1/2}, & \alpha_2 < c \\ -i\omega(1/c^2 - 1/\alpha_2^2)^{1/2}, & \alpha_2 < c \end{cases}$$
$$k = \begin{cases} \omega(1/\beta_1^2 - 1/c^2)^{1/2}, & \beta_1 < c \\ -i\omega(1/c^2 - 1/\beta_1^2)^{1/2}, & \beta_1 > c \end{cases}$$
$$k' = \begin{cases} \omega(1/\beta_2^2 - 1/c^2)^{1/2}, & \beta_2 < c \\ -i\omega(1/c^2 - 1/\beta_2^2)^{1/2}, & \beta_2 > c \end{cases}$$

式中ω为波的园频率，c为视 速度。

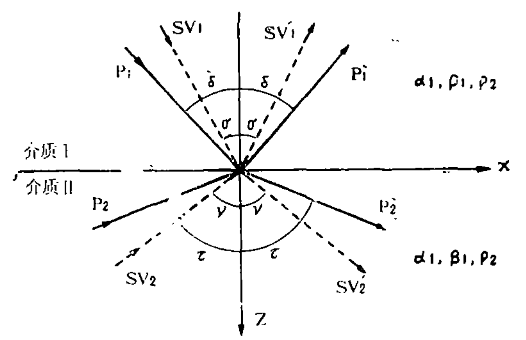

图 6　入射波和反射及折射波

Fig. 6　The incident waves and the reflected and refracted waves

位移势函数的反射—折射系数的能量守恒关系为

$$(1\ 1\ 1\ 1)^T = R(1\ 1\ 1\ 1)^T \tag{6}$$

其中

$$R = \begin{pmatrix} \left(\frac{A_1'}{A_1}\right)^2 & \frac{ctg\sigma}{ctg\delta}\left(\frac{B_1'}{A_1}\right)^2 & \frac{\rho_2 ctg\tau}{\rho_1 ctg\delta}\left(\frac{A_2'}{A_1}\right)^2 & \frac{\rho_2 ctg\nu}{\rho_1 ctg\delta}\left(\frac{B_2'}{A_1}\right)^2 \\ \frac{ctg\delta}{ctg\sigma}\left(\frac{A_1'}{B_1}\right)^2 & \left(\frac{B_1'}{B_1}\right)^2 & \frac{\rho_2 ctg\tau}{\rho_1 ctg\sigma}\left(\frac{A_2'}{B_1}\right)^2 & \frac{\rho_2 ctg\nu}{\rho_1 ctg\sigma}\left(\frac{B_2'}{B_1}\right)^2 \\ \frac{\rho_1 ctg\delta}{\rho_2 ctg\tau}\left(\frac{A_1'}{A_2}\right)^2 & \frac{\rho_1 ctg\sigma}{\rho_2 ctg\tau}\left(\frac{B_1'}{A_2}\right)^2 & \left(\frac{A_2'}{A_2}\right)^2 & \frac{ctg\nu}{ctg\tau}\left(\frac{B_2'}{A_2}\right)^2 \\ \frac{\rho_1 ctg\delta}{\rho_2 ctg\tau}\left(\frac{A_1'}{A_2}\right)^2 & \frac{\rho_1 ctg\sigma}{\rho_2 ctg\nu}\left(\frac{B_1'}{B_2}\right)^2 & \frac{ctg\tau}{ctg\nu}\left(\frac{A_2'}{B_2}\right)^2 & \left(\frac{B_2'}{B_2}\right)^2 \end{pmatrix} \tag{7}$$

$\frac{A_i'}{A_j}$，$\frac{B_i'}{B_j}$，$\frac{A_i'}{B_j}$，$\frac{B_i'}{B_j}$（i，j = 1，2）为位移势函数的反射—折射系数。

令图6中的八个波的位移为：

$$
\begin{aligned}
U_{P1} &= D_1 \exp[i(\omega t - lx - mz)] \\
V_{SV1} &= H_1 \exp[i(\omega t - lx - kz)] \\
U_{P2} &= D_2 \exp[i(\omega t - lx + m'z)] \\
V_{SV2} &= H_2 \exp[i(\omega t - lx + k'z)] \\
U_{P'1} &= D_1' \exp[i(\omega t - lx + mz)] \\
V_{SV'1} &= H_1' \exp[i(\omega t - lx + kz)] \\
U_{P'2} &= D_2' \exp[i(\omega t - lx - m'z)] \\
V_{VS'2} &= H_2' \exp[i(\omega t - lx - k'z)]
\end{aligned}
$$

则位移的反射—折射系数的能量守恒关系为

$$(1\ 1\ 1\ 1)^T = F(1\ 1\ 1\ 1)^T \tag{8}$$

其中

$$F = \begin{pmatrix}
\left(\frac{D_1'}{D_1}\right)^2 & \frac{\beta_1\cos\sigma}{\alpha_1\cos\delta}\left(\frac{H_1'}{D_1}\right)^2 & \frac{\rho_2\alpha_2\cos\tau}{\rho_1\alpha_1\cos\delta}\left(\frac{D_2'}{D_1}\right)^2 & \frac{\rho_2\beta_2\cos\nu}{\rho_1\alpha_1\cos\delta}\left(\frac{H_2'}{D_1}\right)^2 \\
\frac{\alpha_1\cos\delta}{\beta_1\cos\sigma}\left(\frac{D_1'}{H_1}\right)^2 & \left(\frac{H_1'}{H_1}\right)^2 & \frac{\rho_2\alpha_2\cos\tau}{\rho_1\beta_1\cos\sigma}\left(\frac{D_2'}{H_1}\right)^2 & \frac{\rho_2\beta_2\cos\nu}{\rho_1\beta_1\cos\sigma}\left(\frac{H_2'}{H_1}\right)^2 \\
\frac{\rho_1\alpha_1\cos\delta}{\rho_2\alpha_2\cos\tau}\left(\frac{D_1'}{D_2}\right)^2 & \frac{\rho_1\beta_1\cos\sigma}{\rho_2\alpha_2\cos\tau}\left(\frac{H_1'}{D_2}\right)^2 & \left(\frac{D_2'}{D_2}\right)^2 & \frac{\beta_2\cos\nu}{\alpha_2\cos\tau}\left(\frac{H_2'}{D_2}\right)^2 \\
\frac{\rho_1\alpha_1\cos\delta}{\rho_2\beta_2\cos\nu}\left(\frac{D_1'}{H_2}\right)^2 & \frac{\rho_1\beta_1\cos\sigma}{\rho_2\beta_2\cos\nu}\left(\frac{H_2'}{H_2}\right)^2 & \frac{\alpha_2\cos\tau}{\beta_2\cos\nu}\left(\frac{D_2'}{H_2}\right)^2 & \left(\frac{H_2'}{H_2}\right)^2
\end{pmatrix} \tag{9}$$

$\frac{D_i'}{D_j}$，$\frac{H_i'}{D_j}$，$\frac{H_i'}{H_j}$，$\frac{D_i'}{H_j}$（i，$j = 1$，2）为位移的反射—折射系数[7]。

从（6）和（8）式可见，在矩阵R或F中各个元素R_{ij}或F_{ij}（i，$j = 1$，2，3，4）不大于1的情况下，位移势函数和位移的反射—折射系数有可能大于1。

能量的反射—折射系数可以通过位移或位移势函数的反射—折射系数求得。按照能量守恒定律，能量的反射—折射系数是绝对不能大于1的。

四、求解垂向不均匀介质中拉梅问题的波动法

这一节主要讨论一个集中力作用在一个垂向不均匀半空间介质自由表面上，而引起介质内部的运动—位移场。由于位移场在几何上具有轴对称的性质，故采用柱坐标（r，z）。

对于弹性不均匀介质，地震波的运动方程为：

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \vec{U}) - \mu\nabla\times(\nabla\times\vec{U}) + \nabla\cdot\vec{U}(\nabla\lambda) + 2\nabla\mu\cdot E = \rho\frac{\partial^2\vec{U}}{\partial t^2} \tag{10}$$

设有边界条件

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_z|_{z=0} &= -f(t)r^{-1}\delta(r) \\
\tau_{zr}|_{z=0} &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

和初始条件

$$\vec{U}\Big|_{t=0}=\frac{\partial\vec{U}}{\partial t}\Big|_{t=0}=0 \tag{12}$$

其中，$\vec{U}=\begin{pmatrix}u_r\\u_z\end{pmatrix}$是位移矢量，$\rho(z)$是介质的密度，$\mu(z)$、$\lambda(z)$是拉梅系数，$\sigma_z$、$\tau_{zr}$是法向和切向应力，$f(t)$是震源的时间函数，E是形变张量。

把（10）式中的解u_r、u_z写成付里叶—贝塞尔积分的形式：

$$\left.\begin{aligned}u_r&=\int_0^\infty S(z,k,t)J_1(kr)dk\\u_z&=\int_0^\infty R(z,k,t)J_0(kr)dk\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

这样就把r和z、t分离开了。在均匀分层介质情况下，即λ、μ、ρ在某一固定的层中且不是z的函数而是常数的情况下，对S和R实行拉普拉斯变换：

$$\hat{S}=\int_0^\infty S(z,k,t)e^{-pt}dt=\hat{S}(z,k,p)$$

$$\hat{R}=\int_0^\infty R(z,k,t)e^{-pt}dt=\hat{R}(z,k,p)$$

代入初始条件（12）式就可以得到

$$\left.\begin{aligned}\hat{S}&=\sum_{j=1}^{4}c_je^{a_jz}\\\hat{R}&=-\sum_{j=1}^{4}c_j\frac{a_j^2+d_1}{a_jd_2}e^{a_jz}\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

其中，c_j（$j=1,2,3,4$）是待定常数，

$$a_1=\left(k^2+\frac{\rho}{\mu}p^2\right)^{1/2},\quad a_2=-a_1,$$

$$a_3=\left(k^2+\frac{\rho}{\lambda+2\mu}p^2\right)^{1/2},\quad a_4=-a_3,$$

$$d_1=-\frac{\lambda+2\mu}{\mu}k^2-\frac{\rho}{\mu}p^2,\quad d_2=-\frac{\lambda+\mu}{\mu}k。$$

（14）式是无限均匀弹性半空间解的形式。对于含有n个均匀分层介质的弹性半空间，就可以得到n个这样的解。这n个解含有4n个待定常数。对于n层介质，会有n－1个界面(不包括自由表面)，根据界面上位移和应力连续的条件，可以得到4（n－1）个方程，再加上2个自由表面的边界条件和2个无穷远点的自然边界条件，正好是4n个方程。所以，可以断定，这种形式的解是唯一的。由于用这种方法解波动方程相当烦锁，而且其精确解只能从理论上证明，但实际上是很难甚至是得不到的。所以人们对于这类问题一般采用数值解法，下面介绍一种对垂向不均匀介质中拉梅问题的数值解法—有限差分法。

把（13）式代入（10）—（12）式，并令

$$G=\begin{bmatrix}S\\R\end{bmatrix} \tag{15}$$

得到

$$\frac{\partial^2G}{\partial z^2}+A(z,k)\frac{\partial G}{\partial z}+B(z,k)G=C(z)\frac{\partial^2G}{\partial t^2} \tag{16}$$

$$\left[\frac{\partial G}{\partial Z}+D(z,\ k)G\right]_{z=0}=\varepsilon(z,\ k,\ t) \tag{17}$$

$$G\Big|_{t=0}=\frac{\partial G}{\partial t}\Big|_{t=0}=0 \tag{18}$$

为了解题的需要，引入一个右端附加边界条件

$$G|_{z>z(t)}=0 \tag{19}$$

现在，对(16)—(19)式进行离散。选择一个稳定性较好的隐格式。设h 为z 方 向的空间步长，τ为t方向的时间步长，对（16）式中的$\frac{\partial^2 G}{\partial z^2}$、$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2}$分别用对z和t的二阶中心差商逼近，$\frac{\partial G}{\partial z}$用对z的一阶中心差商逼近。隐格式的逼近误差为$O(\tau^2+h^2)$。令$G^j_m=G(z_m,\ t_j)=G(mh,\ j\tau)$，则（16）式的差分格式为

$$\zeta_m G^{j+1}_{m+1}+\xi_m G^{j+1}_m \eta_m G^{j+1}_{m-1}+F^j_m=0 \tag{20}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
\zeta_m&=2\gamma_0^2 I+h\gamma_0^2 A_m\\
\xi_m&=-4(\gamma_0^2 I+C_m)\\
\eta_m&=2\gamma_0^2 I-h\gamma_0^2 A_m\\
F^j_m&=\zeta_m G^{j-1}_{m+1}+\zeta_m G^{j-1}_m+\eta_m G^{j-1}_{m-1}+(4\gamma_0^2 h^2 B_m+8C_m)G^j_m
\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

I为二阶单位矩阵，$\gamma_0=\tau/h$为网格比。

把（17）式离散后，得

$$G^{j+1}_0=X_0 G^{j+1}_1+Y^{j+1}_0 \tag{22}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
X_0&=(I-hD_0)^{-1}\\
Y^{j+1}_0&=-X_0 h\varepsilon_0
\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

把（18）、（19）式离散，得

$$\left.\begin{aligned}
G^0_m&=0\ ,\\
G^1_m&=0\ ,
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

$$G^{j+1}_N=0,\qquad (N=H/h) \tag{25}$$

H为所考虑的z方向上的深度。设

$$G^{j+1}_m=X_m G^{j+1}_{m+1}+Y^{j+1}_m \tag{26}$$

则

$$\left.\begin{aligned}
X_m&=-[\xi_m+\eta_m X_{m-1}]^{-1}\zeta_m\\
Y^{j+1}_m&=-[\xi_m+\eta_m X_{m-1}]^{-1}(F^j_m+\eta_m Y^{j+1}_{m-1})(m=1,2,\cdots\cdots,N-1)
\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

X_0、Y^{j+1}_0可按（23）式计算得到，于是按（27）式可依次求得X_1，Y^{j+1}_1，……，X_{N-1}，Y^{j+1}_{N-1}，再由（25）、（26）式可逐次求得G^{j+1}_{N-1}，G^{j+1}_{N-2}，……，G^{j+1}_0。根据（24）式当第j+1，j+2时间层的G值求得后，用同样的追赶法计算出第j+3时间层上的G值。把计算出来的G值代入到（13）式，利用数值积分，即可得到位移场分量u_r和u_z。

应当指出，右端边界条件（19）式是可变的，它依赖于波前的位置。

以上介绍的有限差分法是根据Алексеев的思路[2，8]得出的。由于运用了差分法的隐格式，就充分地保证了差分格式的稳定性[8]。运用这种方法，只要适当地选取步长τ和h，就可以得到比较理想的位移场。这种方法的优点在于把空间和时间分离开来，这样就有可能在不增加贮存单元和计算时间的情况下，处理非常复杂的模型，得到任意深度的理论地震图。由于这种方法是根据波动方程得到的，所以，它适用于任意垂向不均匀的介质模型，当然也包括含有薄夹层的介质模型。运用这种方法能计算出包含有各种反射波、折射波、首波、面波的综合理论地震图，这对研究垂向不均匀介质中地震波的动力学特征，反演地球深部结构均具有一定的意义。

五、结束语

板块学说认为，由于印度次大陆向亚州板块碰撞，产生了世界上独一无二的青藏高原。碰撞作用可能影响到整个中国大陆。中国大陆的地震带与板块交界处的地震带不同，震中比较分散，带状分布不很明显，由震源机制资料所得的应力方向也比较复杂。大陆地震是由板块碰撞和挤压所引起的呢？还是由于板块内部其它构造运动所产生的？这些地球动力学课题与深部构造的研究是不能截然分开的。

目前，研究地球深部构造的主要方法是人工地震测深法。从本世纪廿年代开始，在著名学者莫霍洛维奇、古登堡、杰弗里斯、妹泽克维、金井清等人研究的基础上，用地震方法对地球深部构造的研究发展很快[9]。多年来人们运用地震波的运动学和动力学特性对人工地震记录图进行研究，得到一些地球深部构造的剖面图，並注意到地球内部的多层结构，特别是一些含有薄层的结构[10，11]。

按几何地震学的理论，当波在介质界面上的折射超过临界角时，就会发生波的屏蔽效应，这种波叫做屏蔽波。而屏蔽波具有一系列独特的运动学和动力学特性。例如，当以超临界角入射到高速薄层上时，可以发生透射现象，並在薄层上形成干涉型首波[12]。揭示屏蔽波的这些特性具有很重要的意义。

本文所介绍的计算垂向不均匀介质中地震波波动场的有限差分法，能够克服几何地震学所遇到的困难，它适合于各种类型的垂向不均匀介质中地震波的传播问题。这对利用天然和人工地震的资料反演地球深部结构具有一定的实际意义。

宋仲和、刘昌铨老师审阅了本文的初稿，并提出了宝贵的修改意见。南开大学数学系的何柏荣老师及聂永安同志曾给予大力帮助。在收集资料过程中，陈友发、闵祥仪同志曾给予帮助。在计算过程中，得到本所108机房及天津市地震局机房同志们的协助。在此一并表示衷心地感谢。

（本文1985年10月4日收到）

参　考　文　献

〔1〕Fuchs, K., Müller, G., Computation of Synthetic Seismograms with the Reflectivity Method and Comparison with Observation, Geophys. J.R.astr.Sec., Vol.23, 417—433, 1971.

〔2〕Алексеев, А.С.,Михайленко,В.Г., Решение задачи лэмба для вертикально-неоднородного упругого полупространства, Nзбестия АН. СССР., Физик аЗемли, No.12, 11—25, 1976.

〔3〕Alekseev, A.S., Mikhailenko, B.G., The Solution of Dynamic Probmlems of Elastic Wave Propagation in Inhomogeneous Media by a Combination of Partial Separation of Variables and Finite—Difference Methods, J.Geophys., Vol.48, 161—172, 1980.

〔4〕Červeny, V., Ravindra, R., Theory of seismic head waves, University of Toronto Press, 1971.

〔5〕黄绪德，地震勘探的发展趋势，地球物理文集，1982.

〔6〕Bullen, K.E.，地球的密度，曹可珍、宋炳忠等译，地震出版社，1982.

〔7〕Aki, K., Richards, P.G., Quantitative Seismology, W. H. Freeman and Company, 135—154, 1980.

〔8〕李荣华、冯果忱，微分方程数值解法，人民教育出版社，1980.

〔9〕冯德益，地震波理论与应用，待出版.

〔10〕曾融生，中国深部构造研究的进展，地球物理学报，Vol.22，№ 4，1979.

〔11〕曾融生、胡鸿翔、高世玉，岩石圈下部的速度结构，地球物理学报，Vol. 27，№ 1，1984.

〔12〕Ворони, Ю.А., О построении теоретических сейсмограмм отраженных и головных экранированных волн в нулевом приближении, Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, СБ. 3, 214—251, 1959.

A DISCUSSION ON THE PROBLEM OF SEISMIC WAVE PROPAGATING THROUGH VERTICAL INHOMOGENEOUS MEDIA

Zhou Mindu
(*Seismological Institute of Lanzhou, State Seismological Bureau of China*)
Feng Deyi
(*Seismological Bureau of Tianjin*)

Abstract

The synthetic seismograms of head waves are computed, which propagate through the medium with a high velocity layer in it.It is seen that interference head waves will occur if the high velocity layer becomes thinner until a certain extent.The limitation of ray theory is proved in a flank.Analyzing the energy conservation relation of reflection and refraction coefficients of seismic wave, it has been noticed that the probability of reflection and refraction coefficients is greater than one.A numeral method of computing synthetic seismogram, finite difference method is introduced, which can be used to calculate Lamb problem in vertical inhomogeneous media.