

常用时频分析方法在数字地震波特征量分析中的应用

姚家骏¹, 杨立明², 冯建刚²

(1. 青海省地震局, 青海 西宁 810000; 2. 中国地震局兰州地震研究所, 甘肃 兰州 730000)

摘要:地震波属于非平稳信号, 传统的傅立叶变换因缺乏信号局域性的信息而无法对非平衡信号进行全面描述。对此时频分析是有力的分析工具。本文简介了短时傅立叶变换(STFT)、S 变换、CWD 分布、ZAM 分布四种时频分析方法, 通过对算例及实际地震信号的分析, 总结出这四种时频分析方法在分辨地震波中的应用效果及优缺点。

关键词: 时频分析; 短时傅立叶变换; S 变换; CWD 分布; ZAM 分布; 数字地震波

中图分类号: P315.31 文献标识码: A 文章编号: 1000-0844(2011)02-0105-06

Application of Common Time-Frequency Analysis Methods in Analyzing Characteristic Quantity of Digital Seismic Wave

YAO Jia-jun¹, YANG Li-ming², FENG Jian-gang²

(1. Earthquake Administration of Qinghai, Xining 810000, China;

2. Lanzhou Institute of seismology, CEA, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Seismic wave is a non-stationary signal, which can not be analyzed comprehensively by classical Fourier transform because of the lack of local information. To non-stationary signal, time-frequency analysis is a powerful analysis tool. In this article, the short time Fourier transform, S transform, Choi-Williams distribution and Zhao-Atlas-Mark distribution are introduced briefly. Their application results and merits & demerits in distinguishing seismic waves are summarized by using the four methods to numerical examples and real seismic signals.

Key words: Time-frequency analysis; Short time Fourier transform; Wavelet transform; Choi-Williams distribution; Zhao-Atlas-Mark distribution; Digital seismic wave

0 引言

对于频率等特征量不随时间变化的平稳信号, 传统的傅立叶变换就能很好地建立时域与频域的映射关系。而对于地震波等非平稳信号, 由于其频率等特征量随时间变化而变化, 传统的傅立叶变换因为不能反映信号的时频局域性信息不再适用。用时频分析法建立起时间和频率的二维函数将一维的时间域信号(如数字化地震波记录)扩展到二维的时频平面上, 直观而全面地反映信号频率随时间的变化关系, 使我们同时掌握信号的时域及频域局域性信

息。

时频分析方法可分为线性与非线性两种^[1]。其中线性时频表示是由傅立叶变换转化而来, 典型的线性变换形式有短时傅立叶变换(STFT)、小波变换(WT)及 S 变换。常用的非线性时频表示有维格纳-威尔分布(WVD)、乔伊-威廉斯分布(CWD)、赵-阿特拉斯-马克斯时频分布(ZAM)等。非平稳信号分析与处理的研究工作主要是从 20 世纪 40 年代开始的。1946 年 Gabor^[2] 首次发现在信号处

收稿日期: 2010-02-03

基金项目: 地震科技星火计划(XH1026Y); 地震联合基金(C08076)

作者简介: 姚家骏(1981-), 男(汉族), 河南泌阳人, 研究生, 主要从事数字地震波应用研究。

理的过程中时频分析的重要性,随后他便提出用加窗傅立叶变换(STFT)法去找出声波频率的确切位置;Wigner 于 1932 年首先提出了 Wigner 分布的概念,并把它用于量子力学领域;1948 年 Ville^[3] 首先把它应用于信号分析,因此 Wigner 分布又称 Wigner-Ville 分布,简称为 WVD;1966 年 Cohen^[4] 给出了各种双线性时频分布的统一表示形式;1996 年 Stockwell 提出一种介于 STFT 和小波变换之间的 S 变换^[5],吸取了两者的优点。近几年来人们利用时频分析技术识别弱震相、区分人工地震与天然地震、研究大震前小震的频谱变化等已经做了一些工作^[6-11]。本文试用短时傅立叶变换(STFT)、S 变换、CWD 分布以及人们较少关注的 ZAM 分布分析数字地震波 P 波信号、S 波信号的时频分布,分析它们在分辨地震波时的应用效果,总结其优缺点。

1 时频分析的算法原理

1.1 短时傅立叶变换(STFT)

短时傅立叶变换(STFT)思路依托于处理平稳信号的经典傅立叶变换,其基本思想^[1]是把信号划分成许多小的时间间隔,用傅立叶变换分析每一个时间间隔,以便确定每个时间间隔所存在的频率,沿时间发展的这些频率的总体就表现频谱在时间上的变化过程。短时傅立叶变换概念直接,算法简单,是其他时频方法的基础。

信号 $s(t)$ 的 STFT 定义^[12]为

$$H(f, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)h(\tau-t)e^{2\pi ift} dt \quad (1)$$

其中 $h(t)$ 是窗函数,反变换的公式为

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(f, \tau)h(\tau-t)e^{2\pi ift} df d\tau \quad (2)$$

由式(1)可知,短时傅立叶变换就是在傅立叶变换的基础上通过固定长度的滑动窗来计算信号频谱的。但该滑动窗口与频率无关,它的时间分辨率和频率分辨率受 Heisenberg 测不准原理约束,利用短窗口,时间分辨率比较好,但是频率分辨能力差;当利用长窗口时,有较高的频率分辨率,但时间分辨能力就弱。

1.2 S 变换

信号 $s(t)$ 的 S 变换(ST)的定义^[5]为

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} s(t) \exp\left(-\frac{(\tau-t)^2 f^2}{2}\right) e^{-2\pi ift} dt \quad (3)$$

式中 τ 、 f 分别表示时间和频率,均为实数。反变换

为

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, f) d\tau \right] e^{2\pi ift} df \quad (4)$$

它是以 Morlet 小波为基本小波的连续小波变换的延伸。基本小波是由简谐波与高斯函数的乘积构成的,定义为

$$\omega(t, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2 f^2}{2} - 2\pi ift\right) \quad (5)$$

基本小波中的简谐波在时间域仅作伸缩变换,而高斯函数则进行伸缩和平移。由式(2)可知,S 变换也可以看作是在傅立叶变换的基础上通过滑动窗来计算信号频谱的,但滑动窗口与频率有关。S 变换采用宽度可变的高斯窗函数,其时窗宽度随频率呈反比变化,在低频段的时窗较宽,可获得较高的频率分辨率;而高频段的时窗较窄,可获得很高的时间分辨率。因此,较之 STFT, S 变换具有更好的时频分辨率,特别是在高频部分 S 变换的时间分辨率优势更加明显。而在连续小波变换中简谐波与高斯函数进行同样的伸缩和平移。因此与小波变换、短时 Fourier 变换等时-频域方法相比, S 变换有其独特的优点,如信号的 S 变换的时频谱分辨率与频率(即尺度)有关,且与其 Fourier 谱保持直接的联系,基本小波不必满足容许性条件^[5]等,这些特点在实际应用中是非常有用的。

1.3 乔伊-威廉斯分布(CWD)

非线性时频变换中最基本的 Wigner-Ville 分布(WVD)^[5]为

$$W(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-2\pi f\tau i) d\tau \quad (6)$$

其中 $*$ 表示解析信号 $s(t)$ 的复共轭, $s(t)$ 在信号分时出现两次,因此称其为双线性变换。由于式中不包含任何的窗函数,避免了线性时频表示中时间、频率分辨率相互牵制的矛盾。虽然 WVD 的时频聚集度最高,能满足的数学性质最多,但多信号的 WVD 会出现交叉项,在不少场合会限制其效果。后来人们又提出多种改进形式,如指数分布、广义指数分布、广义双线性时频分布(Cohen 类时频分布)等,因此 WVD 被誉为“所有时频分布之母^[13]”。

20 世纪 60 年代中期, Cohen 将众多的双线性时频分布统一为一种形式,习惯称之为 Cohen 类时频分布,定义^[14]为

$$C(t, f) = \iiint s\left(u + \frac{1}{2}\tau\right) s^*\left(u + \frac{1}{2}\tau\right) \varphi(\theta, \tau)$$

$$\exp(-\theta i - 2\pi f\tau i + \theta i) d\tau du d\theta \tag{7}$$

其中 $\varphi(\theta, \tau)$ 叫做核函数。

选取不同的核函数可得到不同的时频表示,但核函数在减少交叉项的同时也会带来负面作用:信号自身项展宽,信号分辨率的降低。抑制交叉项与提高信号分辨率,如同短时傅立叶变换中时域和频域分辨率一样,不可能同时做到最好,只能折中最优。目前大多抑制交叉项的方法是以降低分辨率为代价的。分析地震信号时频分布,需要寻找一个适应于地震信号性质的滤波核函数,最大地抑制交叉项同时尽可能小地降低分辨率。对于乔伊-威廉斯时频分布,取核函数

$$\varphi(\theta, \tau) = e^{-\theta^2 \tau^2 / \sigma} \tag{8}$$

CWD 可以有效的抑制由不同时间和不同频率中心引起的交叉干扰,但是它不能减少同一频率不同时间中心或是同一时间不同频率中心之间的干扰。而且,CWD 的计算机处理速度较慢,交叉项的出现常常导致时频平面上出现伪影现象。

1.4 赵-阿特拉斯-马克斯时频分布(ZAM)

若取核函数

$$\varphi(\theta, \tau) = g(\tau) \left| \tau \right| \frac{\sin(\alpha \theta \tau)}{\alpha \theta \tau} \tag{9}$$

则 Cohen 类时频分布变为赵-阿特拉斯-马克斯时频分布(ZAM)。在赵-阿特拉斯-马克斯原著中 $g(\tau)=1, \alpha=1/2$ 。研究表明^[15]类似形如式(8)的锥形核函数很好的适合于地震数据分析。这个核函数不像频谱图那样消除脉冲,但可完全地抑制它们,从而得到一个有效和准确的频率局部化表示。

2 算例分析

选用四个基本高斯元构成一个合成信号,时间长度为 128 s,其特征见表 1。

表 1 四个基本高斯元的特征情况

信息元	时间中心	归一化频率中心	时间周期	振幅
1	40	0.2	16	1
2	60	0.1	30	1
3	80	0.2	16	1
4	60	0.3	30	1

为了较好地在不同 TFD 方法下考察信号间的相干扰程度,设计出一对信号在同一时间中心,另一对在同一频率中心,并且相邻(图 1)。其中图 1(a)为合成信号的时域波形,图 1(b)为合成信号理想情况的时频分布图。

合成信号的短时傅立叶变换(STFT)、S 变换、乔伊-威廉斯时频分布(CWD)、赵-阿特拉斯-马

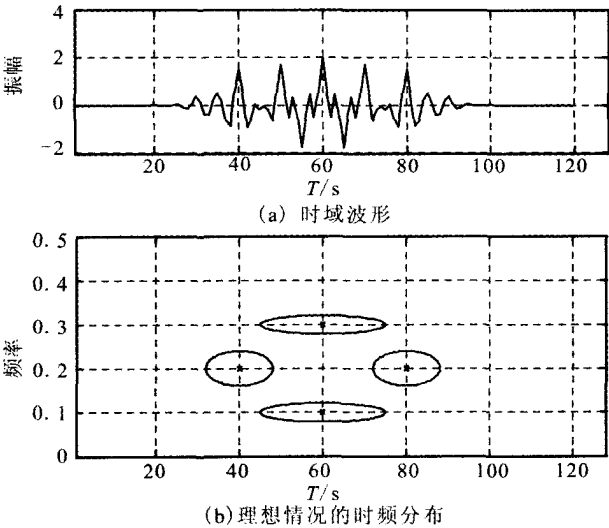


图 1 合成信号及其理论上的时频分布
Fig. 1 Synthesis signal and its academic TFD.

克斯时频分布(ZAM)如图 2 所示。由于 STFT 的时频分辨率与窗函数长度有很大的关系,我们经过实践,选取合理的长度,以便同时在时间分辨率、频率分辨率上取个折中。由图 2(a)、图 2(b)的色彩显示可以看出,对于 STFT 来说,信号频谱图在频率方向上对应的宽度是不变的,即在低频和高频的频率分辨率是不变的,不利于低频、高频信号的分辨。对于 S 变换来说,信号频谱图在频率方向上对应的宽度是不同的,可看到在信号频率变化处有较明显的边界,能把高频信号分离出,并且不存在交叉干扰。S 变换在低频部分具有较高的频率分辨率,高频部分具有较高的时间分辨率。恰恰能满足法国地球物理学家 Morlet 于 20 世纪 80 年代初在分析地震信号时提出的“地震信号的低频端应该具有很高的频率分辨率,而在高频端频率分辨率可以较低”的要求。但信号的时频聚集性较差。图 2(c)所示 CWD 时频分布尽管具有较好的时频聚集性,有明显的交叉项干扰。信号的 ZAM 时频分布(图 2(d))同样具有较好的时频聚集性,而且和已知仿真信号时间起始点和频率点相比,交叉项干扰要小于 CWD 时频分布结果,但时频聚集性稍微不如 CWD。

3 数字化地震波记录时频分析

甘肃省平凉数字地震台记录的 2009 年 11 月 28 日四川成都彭州市 $M_s5.0$ 地震,震相清晰无干扰。仪器的采样率为 100。截取其 UD 道 P 波、S 波,如图 3、图 4,用上述四种方法做 TFD。由图 3(a)可以看出,该 P 波信号的 11.8 s 到 13.5 s、18.5

~19.5 s之间是振幅较大的区域。由图 3(b)的傅立叶谱可以看出,该 P 波信号的主频率为 1.9 Hz,主要分布在 1.5~3 Hz 之间。由图 4(a)可以看出,该 S 波信号的 5.5~7.1 s、17.5 s 到 20 s 之间是振

幅较大的区域。由图 4(b)的傅立叶谱可以看出,该 S 波信号的主频率为 0.7~0.9 Hz,主要分布在 1.7 Hz 之内。

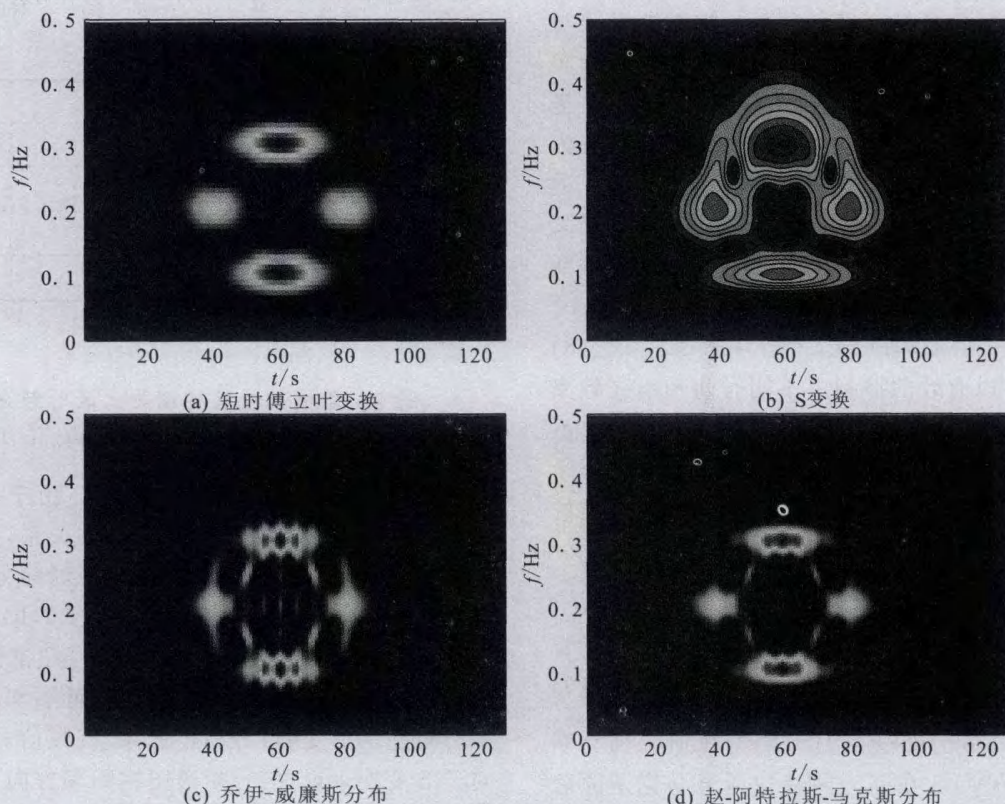


图 2 合成信号的时频分布

Fig. 2 TFD of the synthesis signal ((a)STFT;(b)ST;(c)CWD;(d)ZAM).

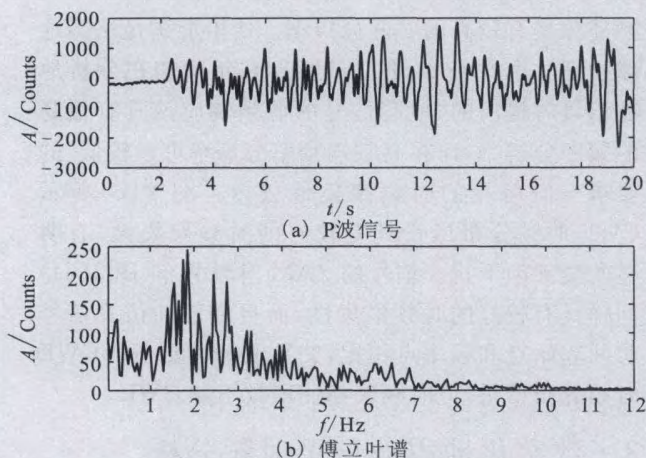


图 3 地震波 P 波信号及其傅立叶谱

Fig. 3 P wave (a) and its Fourier spectrum (b).

图 5 为 P 波信号经短时傅立叶变换(STFT)、S 变换、乔伊-威廉斯时频分布(CWD)、赵-阿特拉斯-马克斯时频分布(ZAM)所做得时频分布。由

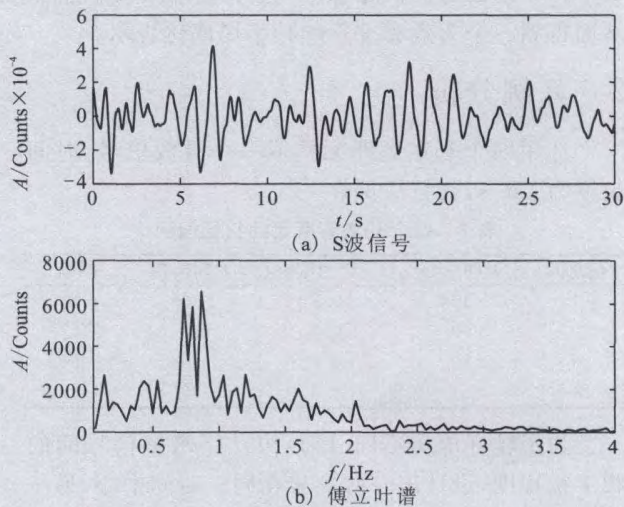


图 4 S 波及其傅立叶谱

Fig. 4 S wave (a) and its Fourier spectrum (b).

图 5 可知:四种方法都能较准确地检测出该信号的主频率的时频位置,但 S 变换能检 8 Hz 的高频弱信

号,其余三种方法只能检测到4~5 Hz左右的高频信号;非线性的CWD法与ZAM法的时频聚集性强,主信号的时频分布情况一目了然;CWD时频分布尽管具有较好的时频聚集性,但交叉项干扰比较

明显,容易出现伪影现象,产生虚假频率;ZAM法虽时频聚集性稍逊于CWD时频分布,但在消除交叉项的干扰的优势上比较明显。

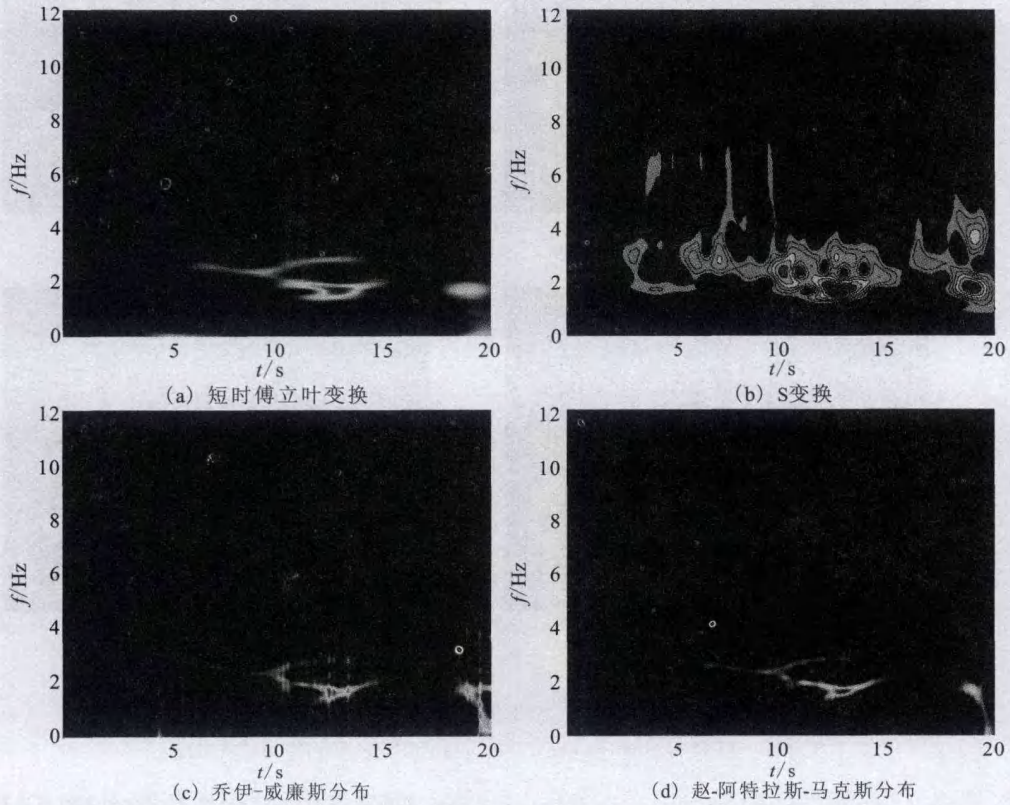


图5 P波的时频分布

Fig. 5 TFD of P wave ((a)STFT;(b)ST;(c)CWD;(d)ZAM).

图6为该S波信号经短时傅立叶变换(STFT)、S变换、乔伊-威廉斯时频分布(CWD)、赵-阿特拉斯-马克斯时频分布(ZAM)所做得时频分布。由图6可知:四种方法都能较准确地检测出该信号的主频率的时频位置,但S变换能检2~3 Hz的高频弱信号,其余三种方法只能检测到2 s左右出现的1.7 Hz左右的高频主信号;非线性的CWD法与ZAM法的时频聚集性的优势依然很明显;但仍然知道CWD时频分布虽然具有较好的时频聚集性,可交叉项干扰比较明显的;相对于CWD法,ZAM法具有消除交叉项的干扰的优势。

4 结论

通过对模拟信号以及平凉数字地震台记录的2009年11月28日在四川彭州市 $M_s 5.0$ 地震P波、S波的分析可知:

(1) 四种方法都能比较精确地检测出地震信号的主频率的时频位置,二维时频分布图能充分显示

出地震波信号的非稳定性特征;

(2) 线性的STFT法运算速度最快,但时频分辨率表现最差;S变换在检测高频弱信号方面有独特的优势,但时频聚集性较差;

(3) 在对信号的时频聚集性方面,非线性的CWD法与ZAM法远比线的STFT、S变换方法要强;

(4) CWD时频分布尽管具有较好的时频聚集性,但交叉项干扰比较明显,容易出现比较明显的伪影现象,产生虚假频率,ZAM法虽时频聚集性稍逊于CWD时频分布,但在消除交叉项的干扰方面要远比CWD法出色。

数字化地震观测技术的普及与提高,使现代信号处理技术能得以很好的比较与应用。时频分析可以在时频二维平面很好地解释地震波的非平稳性,可以更丰富地显示地震波特征,因此时频分析在地震震相识别、模式识别以及利用小震频谱特征预报

大地震等方面有广泛的应用前景。

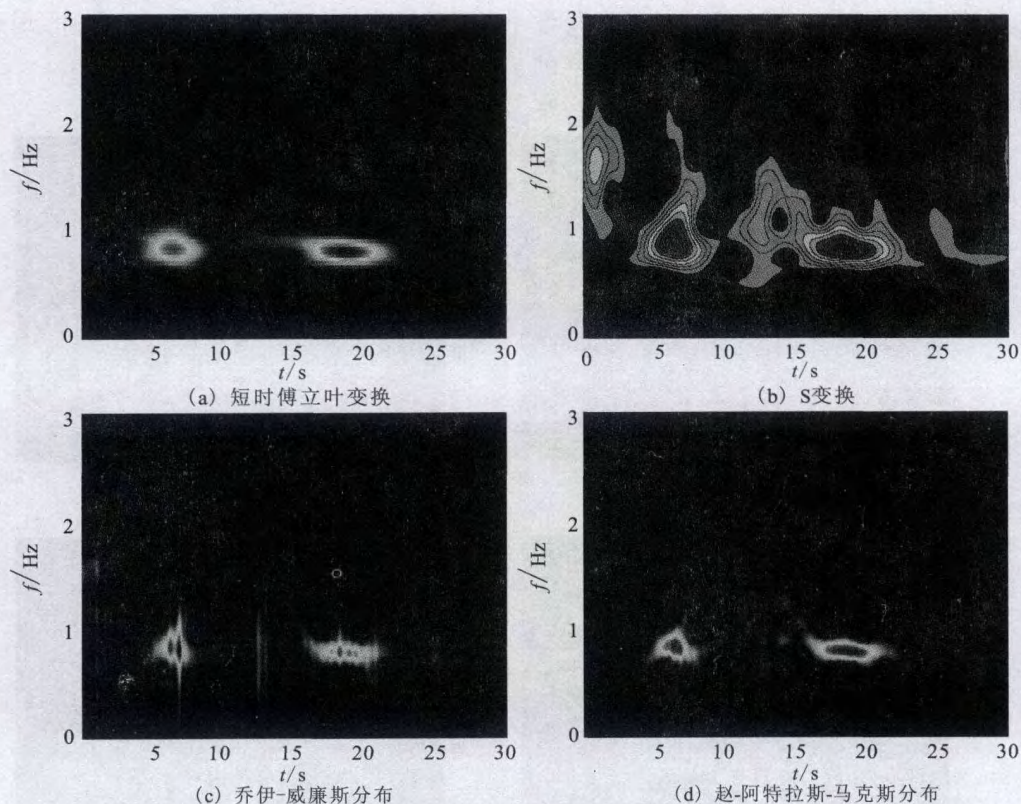


图6 S波的时频分布

Fig. 6 TFD of S wave ((a)STFT;(b)ST;(c)CWD;(d)ZAM).

【参考文献】

- [1] L 科恩(美). 时频分析—理论与应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998.
- [2] Gabor D. Theory of communication[J]. Journal of the IEEE, 1946, 93: 488-497.
- [3] Ville J. Theorie et application de la notion de signal analytique [J]. Cables et transmissions, 1948, 2A: 61-74.
- [4] Cohen L. Generalized phase-space distribution functions[J]. Jour. Math. Phys., 1966, 7: 781-786.
- [5] R Stockwell, L Mansinha, R Lowe. Localization of the Complex Spectrum; The S Transform[J]. IEEE Trans. on Signal Process, 1996, 44(4): 998-1001.
- [6] 许康生. 地震信号的时频分析[J]. 西北地震学报, 2000, 22(4): 479-482.
- [7] 刘希强, 周惠兰, 李红. 基于小波包变换的地震数据时频分析方法[J]. 西北地震学报, 2000, 22(2): 143-146.
- [8] 刘希强, 沈萍, 山长仑, 等. 数字化地震波形资料的时频分析方法及应用[J]. 西北地震学报, 2004, 26(2): 118-125.
- [9] 熊晓军, 贺振华, 黄德济, 等. 广义S变换在地震高分辨处理中的应用[J]. 勘探地球物理进展, 2006, 29(6): 415-418.
- [10] 陈学华, 贺振华. 改进的S变换及在地震信号处理中的应用[J]. 数据采集与处理, 2005, 20(4): 449-453.
- [11] 严锋, 靳平, 范广超. 地震台阵上信号方位角和慢度的时、频域估计方法比较[J]. 西北地震学报, 2006, 28(4): 227-230.
- [12] 赵淑红. 时频分析方法及其在地震数据处理中的应用[D]. 西安: 长安大学, 2006.
- [13] 张建, 沈民奋, 宋骥. 三种时频分析方法在心音信号分析中的应用[J]. 汕头大学学报(自然科学版), 2003, 18(2): 62-69.
- [14] 王红萍. 非平稳信号时频分析方法性能研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2008.
- [15] 张晔. 信号时频分析及应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006.