用连续子波变换提取城市冠层大气 湍流的相干结构^{*}

陈 炯^{1,2)} 郑永光³⁾ 胡 非¹⁾

1) (中国科学院大气物理研究所大气边界层物理和大气化学国家重点实验室,北京 100029)

2) (中国气象局国家气象中心,北京 100081)

3) (北京大学物理学院大气科学系暴雨监测与预测国家重点实验室,北京 100871)

摘 要 切变湍流的相干结构是湍流研究中的重大发现,它表明湍流在表面上看来不规则运动中具有可检测的有序运动,这种相干结构在切变湍流的脉动生成和发展中起着主宰 作用。因此识别和提取相干结构对于认识和研究湍流是非常重要的。用数字滤波法将包含相 干结构的大尺度信号提取出来以后,再用子波分析,根据子波能量极大值的判别方法,分别 确定出大气湍流三个方向上的速度脉动信号相干结构的频率或时间尺度,然后由确定尺度上 的连续子波反演公式,提取出大气湍流三个方向上的速度脉动信号相干结构所对应的波形。

关键词:大气湍流;相干结构;子波分析

1 引言

湍流是一种复杂的物理现象,人们最早认识到的是它的不规则性或随机性^[1]。20 世纪70年代以后,实验研究发现,在剪切湍流内存在有大涡相干结构。相干结构的发 现表明,湍流并非完全不规则的运动,在表面上看来不规则的随机运动中具有可检测 的有序运动。

相干结构(或称拟序运动或拟序结构)是在切变湍流中不规则的触发的一种有序 运动,它的起始时刻和位置是不确定的,但一经触发,它就以某种确定的次序发展特 定的运动状态。因此在通常长时间平均中它们和其他不规则运动一起被平均掉。所以 要识别和测定相干结构需要采用特殊的方法^[2]。

早期的相干结构的研究大多基于湍流实验中的流动显示技术来显示相干结构的形态,即通过流动的光学效应来观察速度场、密度场或温度场。这样可以得到相干结构的直观图像,做一些定性的分析。而我们感兴趣的是通过流动的测量来定量地检测相干结构,以便了解它的运动状态和它的动力学特性。

相干结构是在时空中发展的一种运动状态,时空相关的测量可以获得一部分脉动 结构的运动学特征,但所得的信息有限,失落了许多运动学的特征^[2]。20世纪60年代 中期以后,条件采样技术开始在相干结构的检测中广泛采用。条件采样技术是一种从

²⁰⁰¹⁻⁰⁴⁻¹⁷ 收到, 2001-10-29 收到再改稿

^{*}国家自然科学基金资助项目 49975008 和中国科学院知识创新工程项目 KZCX2 - 204 共同资助

不规则信号中提取某种规则或拟序过程的方法。它包括控制准则和数据处理器两部 分^[2]。控制准则是核心部分,根据相干结构得出猝发事件的特征定制,例如 mu – lever 法、象限分解法和 VITA(可变时间间隔平均)法等等,在选择控制准则即确定适当阈 值时具有较大的主观性^[3],更为重要的是,条件采样方法只能检测相干结构中的不同 事件,而对相干结构的发展过程却无法了解,也无法得到相干结构的更进一步的信息^[4]。 汪健生等用数字滤波法^[5]和子波分析^[4]对风洞中的实验湍流信号进行了三项分解,确定 了相干结构的时间尺度,并得到了相干结构的波形。姜楠等^[3]用子波能量最大准则确定 了壁湍流猝发事件的尺度,并用子波逆变换得到了猝发事件对应的速度信号波形。

大气湍流要比普通流体动力学湍流复杂得多。由于大气边界层内存在着非常明显 的风速剪切,因而大气湍流是非各向同性的剪切流^[6],而相干结构就是发生在切变湍 流中的有序运动,因此研究大气湍流的相干结构具有非常大的实际意义。本文在数字 滤波的基础上^[5],结合子波分析,根据子波能量极大值的判别方法^[3,4,7],分别确定出 大气湍流三个方向上的速度脉动信号相干结构的频率或时间尺度,然后由确定尺度上 的连续子波反演公式,提取出大气湍流三个方向上的速度脉动信号相干结构所对应的 波形,这样为进一步研究大气湍流的相干结构提供了一个基础。该方法不需给定任何 阈值,避免了在信号提取上由于判据确定上的主观性所造成的不同分解结果。

2 子波变换

子波变换由法国科学家 Morlet 于 1980 年在进行地震数据分析时首创。在此之前, 物理学中最通用的基函数就是三角函数, Fourier 变换就是将信号在三角函数正交基上 展开,所得到的 Fourier 系数就表征了信号在频域上的特性。Fourier 变换的频谱在某一 个频率点上的值是由信号在整个时间域上的贡献决定的;信号在某一时刻的状态也是 由频谱在整个频率域上的贡献来决定。信号和频谱彼此是整体刻画,不能反映各自在 局部区域上的特征,因此不能用于局部分析。跟 Fourier 变换相反,子波变换时将信号 在具有紧支撑的子波基上展开,保持着信号中存在的局域性,它变换出的系数是时间 (空间)位置和尺度(或频率)两个方向上的二维函数。

自从子波变换问世以来,由于它具有的较 Fourier 变换的优越性,使之在图像处理、数据压缩、信号检测等的应用取得了突飞猛进的发展,同时子波变换已运用到湍流、 大气科学、地球科学、生命科学、经济学等各个领域。子波变换在湍流方面的应用当 首推 1989 年 Argoul 等^[9]的工作,他们通过子波变换分析了高 Reynold 数下,由风洞测 得的速度信号,第一次清晰地给出了 Richardson 串级过程的图像,揭示了它的分维特 征。法国女科学家 Farge^[8]系统总结了子波变换在湍流中的应用,她提到用连续子波变 换跟踪相干结构的动力学状况,并测量它们对能谱的贡献。1990 年,Yamada 和 Ohkitani^[10]利用一维正交子波分析了大气湍流数据,将子波变换引入到大气湍流的研 究。在大气湍流方面,除了上一节中提到的^[3,4,7]以外,1991 年,Mahrt^[11]用 Haar 子 波变换系数的方差分析了有切变和加热的边界层中的涡旋非对称性。之后,子波变换 广泛应用于大气湍流,如用 Haar 子波系数的方差分析低层冷锋这样的突变事件和相干 结构的尺度^[12],用墨西哥帽子波变换系数的方差极大值研究大气和森林交界面的相干 结构^[13],用类似于墨西哥帽子波变换的系数的方差极大值辨别分解行星边界层中的相干结构^[14];子波变换还用于探测不同层结下的大气湍流的标度律^[15],Szilagyi 等^[16]用 正交子波分析了间歇性对大气表层惯性区能谱的局地影响,胡非^[17]用离散正交子波对 边界层湍流脉动信号进行去噪和多尺度分解,区分出均匀各向同性的小涡成分和大尺 度含能涡旋成分。同时子波变换在大气科学其他方面的应用也非常广泛,诸如气候变 化规律的研究等^[18-21],胡增臻和石伟^[22]总结了子波变换在大气科学中的应用。

接下来,简要介绍一下一维连续子波变换及其重构公式。

对于平方可积函数空间 $L^2(R)$ 中的函数 f(t),它的子波变换的定义为

$$W_{f}(b,a) = (W_{\psi}f)(b,a) = Wf(b,a) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{b,a}(t) dt, \qquad (1)$$

其中, a > 0 是尺度参数, b 是位置参数, 函数 $\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi(\frac{t-b}{a})$ 称为母子波。

母子波的选取必须满足一定的条件:

(1)定义域是紧支撑的,即在一个很小的区间之内,函数有非零值,而在该区间之外,函数值为零,也就是说ψ(t)是一个迅速衰减的函数,以便获得空间局域化;

(2) 容许性条件:

$$C'_{\psi} = \frac{C_{\psi}}{2} = \pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty , \qquad (2)$$

式中, $\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt$, 只有在 $\omega = 0$ 处 $\hat{\psi}(\omega)$ 连续且可积, 则有

$$\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0, \qquad (3)$$

即 $\psi(t)$ 的均值为零,它在实轴t上取值必须有正有负,因此是一个有振荡性的波。

考虑到墨西哥帽子波的形状和平板湍流边界层中的猝发事件非常相似^[3],此处选 取墨西哥帽子波作为母子波,其解析表达式为

$$\psi(t) = c(1 - t^2) e^{-\frac{t^2}{2}}, \qquad (4)$$



图1 黑西哥帽母子波的波形

其中,常数
$$c = \frac{2}{\sqrt{3}\pi^{\frac{1}{4}}}$$
。它的波形见图 1,由
(2) 式得 $C'_{+} = c^{2}\pi$ 。

在给定尺度 a 上的子波能量为

$$E(a) = \frac{1}{C'_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[W_f(b,a) \right]^2 \mathrm{d}b, \qquad (5)$$

假定能量极大值所对应的尺度为 a_{*},可以 认为它就是相干结构所对应的尺度,此时相 干结构的波形由下面的反变换公式获得。

$$f(t,a_*) = \frac{1}{C'_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(b,a_*) \psi_{b,a_*}(t) \frac{1}{a_*} db = \frac{1}{C'_{\psi}} \frac{1}{a_*^{1.5}} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(b,a_*) \psi\left(\frac{t-b}{a_*}\right) db.$$
(6)

需要进一步说明的是,在确定相干结构的尺度时,用连续子波比用离散正交子波 要优越,因为离散正交子波的尺度划分是采用了2的幂次方,这样,尺度越大,尺度 划分就越粗略,而相干尺度就存在于大尺度涡中,这样的矛盾就造成了相干尺度的确 定不准确,从而导致不能准确地提取相干结构。1999年,Staszewski和 Worden^[23]提出 确定相干结构的子波系数方差极大值原理就存在这样的问题。

3 提取正弦信号的相干结构

为了验证算法的正确性,给定一正弦函数

用第2节中叙述的方法对它进行分析。由(7)式求得不同尺度上的能量,可以得到它的子波能谱密度(见 图2),能量最大值对应的尺度为 π/2。

在*a*_{*} = π/2处,根据重构公式(6), 我们提取出它的相干波形,图3给出 了相干波形与原序列进行比较的结 果,可以看出相干波形与原信号几乎 完全重合,仅在边缘部分由于子波边 缘效应的影响有些差异。该算例的结 果说明本方法提取相干结构是可行的。



图 3 sinx 与提取出的相干波形的比较 实线为 sinx 信号; 空心圆点为提取出的相干波形



4 提取大气湍流中的相干结构

资料取自 1997 年冬天在中国科学院大气物理研究所 325 m 气象观测塔下大气边界 层物理和大气化学国家重点实验室二层办公楼顶,用美国生产的高性能超声风速仪 (SAT-211/3K型, Appl. 21 Tech. Co. 制造,采样频率为 10 Hz,声程 15 cm)所测的 大气湍流信号,观测期间天气晴朗^[24]。从中选取 12 月 14 日 08:00 的三个方向的风速 *u、v、w*。此前我们已经利用数字滤波法将各向同性的小尺度涡旋滤去,剩下的是包含 有相干结构的大尺度涡旋,分别记为 *u*₁、*v*₁、*w*₁。下面我们进一步把相干波形从大尺度 涡旋中提取出来。



由(5) 式得到的不同尺度上的子波 能量,再除以信号长度得到能量密度, 图4给出了水平风速u的大尺度涡 u_1 的 能谱曲线,时间尺度分辨率为1 s。可以 看出在f = 0.04 Hz,即 $a_* = 25$ s处,能 量有一个极大值,我们认为此处就是u方向上相干结构对应的频率或尺度。在 此尺度上,利用(6)式提取出它的相干 结构 $u_1(t,a_*)$,图5是大尺度信号 u_1 和 相干波形 $u_1(t,a_*)$ 的比较。

同理,图6给出了水平风速v的大 尺度涡 v_1 的能谱曲线, $f \approx 0.045$ Hz,即 $a_* = 22$ s 处就是v方向上相干结构对应



图5 大尺度信号 u1 (细实线) 和相干波形 u1(t,a*)(粗实线) 的比较

的频率或尺度。根据(6)式提取出它的相干结构 $u_1(t,a_*)$,图7是大尺度信号 v_1 和 相干波形 $v_1(t,a_*)$ 的比较。图8给出了垂直方向上大尺度涡 w_1 的能谱曲线,它显示了 两个峰值,分别在 $f \approx 1/6$ Hz(即 $a_* = 6$ s)和 $f \approx 0.029$ Hz(即 $a_* = 35$ s)处,这说 明在垂直方向上的速度信号不止一个 相干结构,同时通过三个方向上的能 量的比较发现, *u* 方向上的相干结构 强度最强, *v* 方向次之,而垂直方向 *w* 的相干结构最弱,这一点与我们用数 字滤波法得到的结果是一致的。

图 9a 是在 6 s 的时间尺度上大尺 度信号 w_1 和相干波形 $w_1(t,a_*)$ 的比 较;图 9b 是在 35 s 的时间尺度上大 尺度信号 w_1 和相干波形 $w_1(t,a_*)$ 的 比较。汪健生等^[4] 用此方法确定的 实验室湍流相干结构的时间尺度为



图 6 v₁ 的能谱曲线



图 7 大尺度信号 v1 (细实线) 和相干波形 v1 (t, a*) (粗实线) 的比较



0.013 s, 而此处得到大气湍流相干结 构的时间尺度要较之大3个量级, 这 与 Gao 和 Li^[13]得到的大气和森林交界 面相干结构的尺度在量级上基本一致。 此前,我们用数字滤波法确定的大气 湍流的滤波截断频率比汪健生等^[5]确 定的实验室湍流的也要大3个量级, 这说明大气湍流的特征尺度要比实验 室湍流的大3个量级。

通过相干信号与大尺度信号的比 较我们可以看出,提取出的相干波形 在频率或时间尺度上的确反映了原大 尺度信号中某中间尺度上的运动,而



图 9 大尺度信号 w_1 (细实线) 和对应相干尺度上相干波形 $w_1(t,a_*)$ (粗实线) 的比较 (a) $a_* = 6 \text{ s}$; (b) $a_* = 35 \text{ s}$

且它们在波形变化趋势上符合较好,在具体数值上也基本相吻合。同时我们可以推测, 剩余的非相干信号反映了一种随机性比较强的运动。

由于资料长度远大于所确定的相干结构对应的尺度 a_{*},因此边缘效应的影响可忽略不计。

5 结论

对正弦信号进行分析的结果表明,用一维连续子波变换对单列信号进行分解和重 构是可行的。用墨西哥帽子波对大气湍流信号的相干结构进行分析,得到了一些有意 义的结果。

(1)大气湍流相干结构的提取分两个部分,第一步用数字滤波法将信号分解成包含相干结构的大尺度涡和随机的小尺度涡;第二步用子波能量极大值准则定出相干结构的具体尺度,再用子波反演该尺度上的相干波形。

(2)由于连续子波在尺度上的连续性,我们可以用子波能量极大值法较为准确地 确定相干结构的尺度,这一点是离散正交子波变换所达不到的。我们得到大气湍流相 干结构对应的时间尺度要比实验室湍流大约大3个量级,或者说大气湍流的特征尺度 要比实验室湍流的大3个量级。

(3)提取出的相干波形反映了原大尺度信号中某种中间尺度上的运动,而且它们 在波形变化趋势上符合较好。我们可以推测,剩余的非相干信号反映了一种随机性比 较强的运动。

参考文献

- 1 欣茨 J. O., 湍流(上册), 黄永念、颜大椿译, 北京: 科学出版社, 1987, 393pp.
- 2 是勋刚,湍流,第一版,天津:天津大学出版社,1994,255pp.
- 3 姜楠,子波分析辨识壁湍流猝发事件的能量最大准则,力学学报,1997,20(4),406~411。
- 4 汪健生、尚晓东、舒玮,湍流信号的三项分解,力学学报,1997,29 (5),519~524。
- 5 汪健生、张金钟、舒玮,提取壁湍流相干结构的数字滤波法,力学学报,1995,27 (4),398~405。
- 6 胡非, 湍流、间歇性和大气边界层, 北京: 科学出版社, 1995, 288 pp.
- 7 Liandrant, J., and F. Moret Bailly, The wavelet transform: Some applications to fluid dynamics and turbulence, Eur. J. Mech. B/Fluid, 1990, 9 (1), 1~19.
- 8 Farge, M., Wavelet transforms and their applications to turbulence, Annu. Rev. Fluid. Mech., 1992, 24, 395 ~ 457.
- 9 Argoul, F., A. Arneodo, A. Grasseau, Y. Gagne, E. J. Hopfinger, and U. Frisch, Wavelet analysis of turbulence reveals the multifractal nature of the Richardson cascade, *Nature*, 1989, 338 (2), 51 ~ 53.
- 10 Yamada, M., and K. Ohkitani, Orthonormal wavelet expansions and its application to turbulence, Prog. Theor. Phys., 1990, 83 (9), 819 ~ 823.
- 11 Mahrt, L., Eddy asymmetry in the sheared heated boundary layer, J. Atmos. Sci., 1991, 48, 472 ~ 492.
- 12 Gamage, N., and C. Hagelberg, Detection and analysis of Micorfronts and associated coherent events using localized transforms, J. Atmos. Sci., 1993, 50 (5), 750 ~756.
- 13 Gao, W., and B. L. Li, Wavelet analysis of coherent structures at the atmosphere forest interface, J. Appl. Meteor., 1993, 32, 1717 ~ 1725.
- 14 Coulter, R. L., and B. L. Li, A technique using the wavelet transform to identify and isolate coherent structures in the planetary boundary layer, 11th Symposium on Boundary Layer and Turbulence, March 27 – 31, Charlotte, NC; AMS, 1995, 291 ~ 294.
- Qian Minwei, and Liu Shida, Scale exponents of atmospheric turbulence under different stratifications, *Fractals*, 1996, 4, 45 ~ 48.
- 16 Szilagyi, J., G. G. Katul, M. B. Parlange, J. D. Albertson, and A. T. Cahill, The local effect of intermittency on the inertial subrange energy spectrum of the atmospheric surface layer, *Bound. – Layer Meteor.*, 1996, **79** (1–2), 35 ~ 50.
- 17 胡非,大气边界层湍流涡旋结构的小波分解,气候与环境研究,1998,3(2),97~105。
- 18 Lau, K. M., and Hengyi Weng, Climate signal detection using wavelet transform: How to make a time series sing, Bull. Amer. Meteor. Soc., 1995, 76 (12), 2391 ~ 2402.
- 19 Weng Hengyi, and K. M. Lau, Wavelets, period doubling and time frequency localization with application to organization of convection over the tropical western Pacific, J. Atmos. Sci., 1994, 51 (17), 2523 ~ 2541.
- 20 刘式达、陈炯,近百年中国、北半球和南半球气温内在结构比较(I),应用气象学报,1999,10(增刊), 9~15。
- 21 陈炯、刘式达,近百年中国、北半球和南半球气温内在结构比较(II),应用气象学报,1999,10(增刊), 142~147。
- 22 胡增臻、石伟,子波变换在大气科学中的应用研究,大气科学,1997,21 (1),58~72。
- 23 Staszewski, W. J., K. Worden, and J. M. Rees, Analysis of wind fluctuations using the orthogonal wavelet transform,

Applied Scientific Research, 1998, 59, 205 - 218.

24 胡非、李昕、陈红岩等,城市冠层中湍流运动的统计特征,气候与环境研究,1999,4 (3),252-258。

Isolating the Coherent Structure in Atmospheric Turbulence in the Rough Urban Canopy Layer by Using Continuous Wavelet Transform

Chen Jiong^{1,2)}, Zheng Yongguang³⁾, and Hu Fei¹⁾

- 1) (State Key Laboratory of Atmospheric Boundary Layer Physics and Atmospheric Chemistry, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)
- 2) (National Meteorological Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081)
- (State Key Laboratory for Severe Storm Research, School of Physics, Peking University, Beijing 100871)

Abstract Presence of coherent structures in turbulent shear flows is a great finding in turbulence research, which shows the orderly flows in turbulence seeming fully random. These coherent structures play an important dynamical role in fluctuation's generating and developing. It is necessary to detect and isolate the coherent structures from the turbulence signals. We have decomposed atmospheric turbulence signal into large scale eddies which include coherent structures and small eddies which is stochastic by using Fourier digital filtering. In this paper, wavelet energy computed for the three components of the velocity fluctuations appears to have local maximum values at certain time scales, which corresponds to the scales or frequencies of coherent structures. Then we extract the coherent signals from the large scale vortex at this scale by inverse wavelet transform formula. This method provides an objective technique for examining the turbulence signal associated with coherent structures in atmospheric boundary layer.

Key words: atmospheric turbulence; coherent structure; wavelet analysis