

对流云街激发的重力波和波动阻力^{*}

桑建国 王保民 孙向明

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

P4 A

摘 要 大气边界层中的对流活动, 可以在其上部稳定层中激发出重力波, 并引起垂直动量输送, 影响到对流层和平流层中的动量平衡过程。从二层模式中大气波动方程的线性解出发, 得出了对流云街激发的重力波波阻解析表达式, 并讨论了大气条件对波阻的影响。这些分析可有助于大气环流模式 (GCM) 中此类重力波波阻参数化表达式的建立和改进。

关键词: 对流云街; 波阻; 重力波; 解析解

1 引言

大气对流边界层中的对流活动, 可能在上部覆盖的稳定层中激发出重力波, 这一现象已经在观测、理论分析和数值模拟中得到证实^[1~3]。这类重力波可以在垂直方向上向大气高层传输波动能量, 同时引起动量的下传, 并影响对流层上层、平流层及至中间层的流场动量平衡, 与地形波 (mountain waves) 引起的动量输送和波动阻力具有同样的性质和功能, 在大气环流模式 (GCM) 或大尺度数值预报模式中应予以考虑。

Kershaw^[4]给出了一个对流激发的重力波产生的动量传输参数化表达式:

$$\rho \overline{uw} = -\frac{\alpha}{2} \rho k U_e \overline{w_{\max}^2} / N, \quad (1)$$

其中, $\overline{w_{\max}^2}$ 为对流活动中部垂直速度方差的最大值, ρ 为该层密度, U_e 为水平风的垂直切变, k 为波数, N 为上部稳定层中的 Brunt-Väisälä 频率, α 为一系数。在一次典型的冷空气爆发引起的对流活动中, 这一参数化表达式通过数值方法得到了验证。

本文将对这一问题提供一个解析解。当冷空气爆发流经暖洋面时, 洋面上大气边界层中会产生对流活动, 如云街 (Cloud Streets) 或对流单体 (Convective Cells)。桑建国^[5~8]给出了一系列理论解, 表达边界层中的对流和上部稳定层中激发的重力波之间的关系。根据作者的分析, 对流激发的重力波中的拦截波 (trapped waves) 将会水平地向下游传播, 其波动图象受控于波数选择关系, 即由对流边界层和上部稳定层中的大气条件, 如平均风速、温度梯度、边界层厚度、边界层顶的温度跃变以及两层之间的风速、风向切变等参数决定。在给定典型云街发生的大气条件下, 理论解给出的对流带图像, 如走向、厚度、宽度和间距, 与卫星云图和大气探测中发现的对流云街图像相似。由于暖洋面上水汽供应充足, 抬升凝结释放的潜热会使每条云带都成为热源。解析解还分析了这些加热带在波动形成和传播中的正反馈作用, 证明了加热带进一步激发出

2000-10-12 收到, 2001-06-04 收到修改稿

* 国家自然科学基金资助项目 49975011

更多的对流带。这些对流带和原有的加热带相互平行, 并大致沿着边界层中的平均风方向。被激发的重力波中的非拦截波 (untrapped waves) 与加热带同位相, 并垂直向上传播。正是这一部分波动成分造成了动量的垂直输送。本文将通过理论解分析这一部分非拦截波所引起的动量传输和波阻表达式。

2 对流波引起的动量输送

2.1 波动方程的线性解

线性化, 定常的大气动力-热力方程组可表示成为

$$U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi}{\partial x}, \quad (2)$$

$$U \frac{\partial v}{\partial x} + V \frac{\partial v}{\partial y} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi}{\partial y}, \quad (3)$$

$$U \frac{\partial w}{\partial x} + V \frac{\partial w}{\partial y} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi}{\partial z} + \frac{\theta}{\bar{\theta}} g, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\theta}{\bar{\theta}} g \right) + V \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\theta}{\bar{\theta}} g \right) + w \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{d\bar{\theta}}{dz} = \frac{g}{c_p \bar{T}} q, \quad (6)$$

其中, U 、 V 、 $\bar{\theta}$ 为大气变量的基本态, u 、 v 、 w 、 π 、 θ 为大气变量扰动态, q 为单位质量的非绝热项。

通过 Fourier 变换可将变量从物理空间变换到波数空间,

$$w(x, y, z) = \tilde{w}(k, l, z) \exp(ikx + il y), \quad (7)$$

其中 k 和 l 为水平波数。从方程 (2) ~ (6) 可导出大气波动方程,

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial z^2} + \left\{ \left(\frac{1}{(kU + lV)^2} \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{d\bar{\theta}}{dz} - 1 \right) (k^2 + l^2) \right\} \tilde{w} = \frac{g(k^2 + l^2)}{c_p \bar{T} (ku + lv)^2} \tilde{q}(k, l, z). \quad (8)$$

设大气由两层模式构成, 其中下层为对流边界层, 上层为稳定层, 取下层平均风方向为 x 轴方向, 可以得到下层和上层中的波动方程分别为

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial z^2} - (n^2 + k^2)(k^2 + l^2) / k^2 \tilde{w}_1 = \frac{g(k^2 + l^2)}{c_p \bar{T} k^2 U_1^2} \tilde{q}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}_2}{\partial z^2} + [m^2 / (k + \beta l)^2 - 1](k^2 + l^2) \tilde{w}_2 = \frac{g(k^2 + l^2)}{c_p \bar{T} k^2 U_1^2} \tilde{q}. \quad (10)$$

其中下标 1 和 2 分别代表下层和上层, $n^2 = -\frac{1}{U_1^2} \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{d\bar{\theta}_1}{dz}$, $m^2 = \frac{1}{U_2^2} \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{d\bar{\theta}_2}{dz}$, $\beta = \frac{V_2}{U_2}$

代表两层之间的风向切变。

设由对流云街造成的非绝热加热项, 是一位于两层之间界面上具有有限长度且无限薄

的加热带, 并和平均风 (即 x 轴方向) 呈夹角 α , 其在波数空间的表达式为

$$\tilde{q}(k, l) = Q_0 b e^{-i(l \cos \alpha - k \sin \alpha)h} \frac{e^{-i(l \sin \alpha + k \cos \alpha)a} - e^{-i(l \sin \alpha + k \cos \alpha)b}}{l \sin \alpha + k \cos \alpha}, \quad (11)$$

其中 Q_0 为薄层的加热率, b 为加热带的半宽, a 和 c 分别为加热带两个端点的坐标。

将方程从 (x, y) 和 (k, l) 坐标系转换到极坐标系 (r, θ) 和 (K, ψ) 中, 其在物理空间

$$\begin{aligned} r &= (x^2 + y^2)^{1/2}, & \theta &= \arctan(y/x), \\ x &= r \cos \theta, & y &= r \sin \theta, \end{aligned}$$

在波数空间

$$\begin{aligned} K &= (k^2 + l^2)^{1/2}, & \psi &= \arctan(l/k), \\ k &= K \cos \psi, & l &= K \sin \psi. \end{aligned}$$

可以得到非拦截波的解为^[8], 在低层

$$\begin{aligned} w_1 = \operatorname{Re} \left\{ -i \frac{g Q_0}{c_p T U^2} b \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\cos^2 \psi} e^{-h K \sin(\psi - \alpha)} \right. \\ \left. \times \frac{e^{-i K u \cos(\psi - \alpha)} - e^{-i K l \cos(\psi - \alpha)}}{\cos(\psi - \alpha)} \times \frac{e^{-i K r \cos(\psi - \theta)} \sinh\{\lambda(h + z)\}}{\lambda \cosh(\lambda h) - \left(\frac{\gamma}{\cos^2 \psi} + i v \right) \sinh(\lambda h)} \right\} dK d\psi, \quad (12) \end{aligned}$$

其中, $\lambda = [(n^2 + k^2)(k^2 + l^2)/k^2]^{1/2}$, $v = \{[m^2/(k + \beta l) - l](k^2 + l^2)\}^{1/2}$, $\gamma = \frac{g}{U^2} \frac{\Delta \bar{\theta}}{\theta}$, $\Delta \bar{\theta}$ 为边界层顶部的位温跃变。利用流线的垂直位移 ζ 和 w 的关系 $\zeta =$

$-i \tilde{w}/(Uk + Vl)$ 以及 $\tilde{u} = \frac{ik}{k^2 + l^2} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z}$ 和 $\tilde{v} = \frac{il}{k^2 + l^2} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z}$ 等关系, 可以求得 u_1 ,

v_1 , ζ_1 。类似地, 还可求出上层大气中的大气波动变量 u_2 , v_2 , w_2 , ζ_2 。

2.2 波动引起的动量传输

波动变量 u , w 引起的动量垂直输送为

$$\tau = \rho u w,$$

在整个 (x, y) 空间上动量输送的总体值为

$$\tau_{\text{total}} = \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u w dx dy, \quad (13)$$

按 Parseval 法则, 上述积分可表示成为

$$\tau_{\text{total}} = \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{u} \tilde{w}^* + \tilde{u}^* \tilde{w}) dk dl, \quad (14)$$

其中, $\tilde{u}^*$, $\tilde{w}^*$ 分别为 $\tilde{u}$, $\tilde{w}$ 的共轭复数。

将极坐标中 $\tilde{u}$, $\tilde{w}$ 表达式代入 (14) 式, 得到在边界层顶处的速度通量,

$$D = \tau_{\text{total}} / \rho$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(\frac{gQ_0}{c_p T U^2} \right)^2 h^2 \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{1}{\cos^5 \psi} e^{-bK \sin(\psi - \alpha)} \times \frac{(e^{-iK \alpha \cos(\psi - \alpha)} - e^{-iK \alpha \cos(\psi + \beta)})^2}{\cos^2(\psi - \alpha)(\cos \psi + \beta \sin \psi)} \\ \times \frac{m}{\left[\left(\frac{n}{\cos \psi} \right) \cosh \left(\frac{nh}{\cos \psi} \right) - \frac{\gamma}{\cos^2 \psi} \sinh \left(\frac{nh}{\cos \psi} \right) \right]^2 + \frac{m^2 \sinh^2(nh)}{(\cos \psi + \beta \sin \psi)^2}} \frac{1}{K^2} dK d\psi. \quad (15)$$

我们知道非拦截波是从扰动源所处的低层垂直向上传播, 而其水平影响的范围只局限于扰动源附近。一个半宽度为 b 的加热带所激发的同位相的非拦截波的波长可设为 $4b$, 因此单一云街在其水平波长范围内造成的通量平均值应当为

$$D_{\text{band}} = D / 4b. \quad (16)$$

3 结果与讨论

我们取一冷空气爆发流经暖洋面上的典型大气条件, 讨论对流云街激发的重力波可能产生多大强度的动量通量。取对流边界层中 $d\bar{\theta}_1 / dz = -0.003 \text{ K m}^{-1}$, $U_1 = 10 \text{ m s}^{-1}$, 边界层厚度 $h = 1000 \text{ m}$; 在上部稳定层中 $d\bar{\theta}_2 / dz = 0.0035 \text{ K m}^{-1}$, $U_2 = 20 \text{ m s}^{-1}$, $V_2 = -5 \text{ m s}^{-1}$, 即 $\beta = -0.25$, 边界层顶位温跃变 $\Delta\bar{\theta} = 2.5 \text{ K}$ 。加热带参数为: 加热率 $Q_0 = 30 \text{ J kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$, 半宽度 $b = 1000 \text{ m}$, $a = 100 \text{ km}$, $c = -100 \text{ km}$, $\alpha = 14^\circ$, 表示一个长 200 km 并与平均风呈 14° 夹角的云街潜热释放引起的扰动。于是得到参数 $n = 0.001 \text{ m}^{-1}$, $m = 0.0005 \text{ m}^{-1}$, $\gamma = 0.0003 \text{ m}^{-1}$ 。将上述参数代入 (12) 式, 得到垂直速度 $w(x, y, z)$ 的空间分布。

图 1 为边界层顶处, 即离海平面 1000 m 高度上水平面上的垂直运动分布。其最大上升速度为 0.5 m s^{-1} , 补偿下沉气流分布在加热带两侧, 其最大值约为 -0.2 m s^{-1} 。

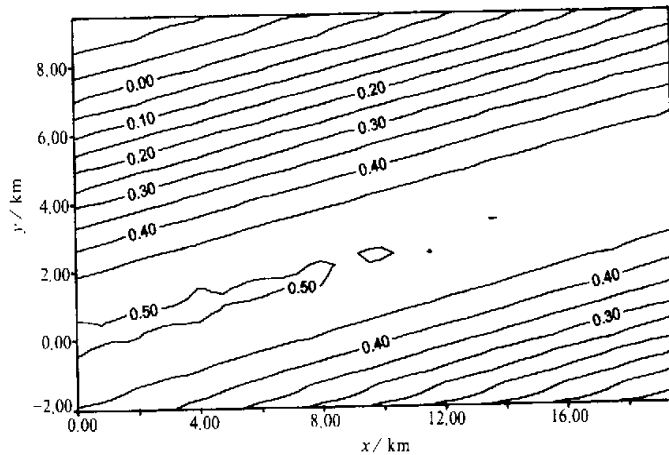


图 1 边界层顶处 (1000 m 高度上) 加热带引起的垂直运动分布 (单位: m s^{-1})

垂直扰动在对流边界层中可视为对流活动,而在上部稳定层中具有波的特征。图 2 表示流线的垂直位移 $\zeta(x, y, z)$ 在通过 $y=3$ km 的 (x, z) 垂直剖面上的分布。可以看出扰动具有地形波的特征。波动向上传播,振幅不随高度衰减,其位相随高度变化,位相线向上游倾斜,这表明波动能量向上传播,而水平动量是向下传的。

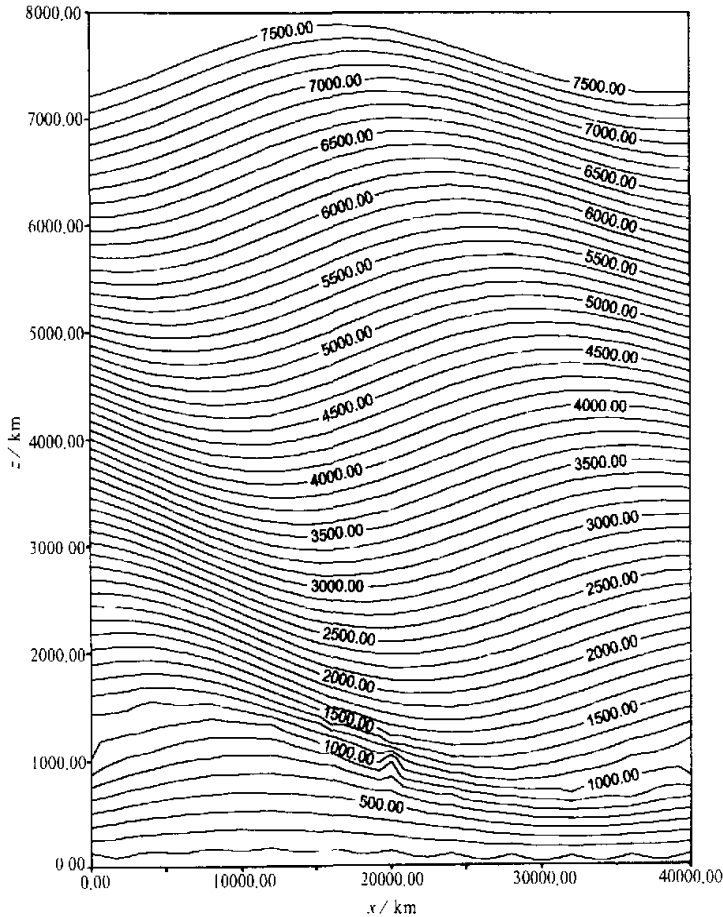


图 2 $y=3$ km 的垂直剖面 (x, z) 上流线垂直扰动的分布

根据 $w_1(x, y, z)$ 的表达式 (12) 及 $u_1(x, y, z)$ 的表达式 (略), 可计算出 $u_1 w_1$ 的分布。图 3 表示边界层顶处通量 uw 的水平分布, 其分布成带状, 最大值为 $-0.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。

按 (15) 式计算出 uw 通量对整个 (x, y) 空间的积分值, 再按 (16) 式得到单一波带的平均值为 $D_{\text{band}} = -0.14 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。

在边界层中湍流引起的通量 $u'w'$ 具有 $10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 的量级。相比之下 D_{band} 不是一个可忽略的量。

地形波波阻的参数化表达式, 按 Palmer 等^[9]的建议, 可简单处理为

$$\tau = -\rho k N U \sigma_h^2, \quad (17)$$

其中, N 和 U 分别为低层的 Brunt-Väisälä 频率和平均风速, σ_h^2 为网格内山高的方差, k 为一系数, 典型值为 $2 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ 。如取 σ_h 为 $500 \sim 1000 \text{ m}$, N 取 0.01 s^{-1} , U 取为 10 m s^{-1} , 则地形波引起的通量 τ/ρ 为 $0.5 \sim 2.0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。与此相比, 单一云街引起的通量要比地形引起的通量小。但是冷大陆或冷冰原上冷空气爆发流经暖洋面所产生的对流云街, 水平范围可达 10^3 km , 其中可能包括几百条云街。在 GCM 中占据较多的网格, 其影响的空间范围可能大于陆地大型山系地形的影响范围。

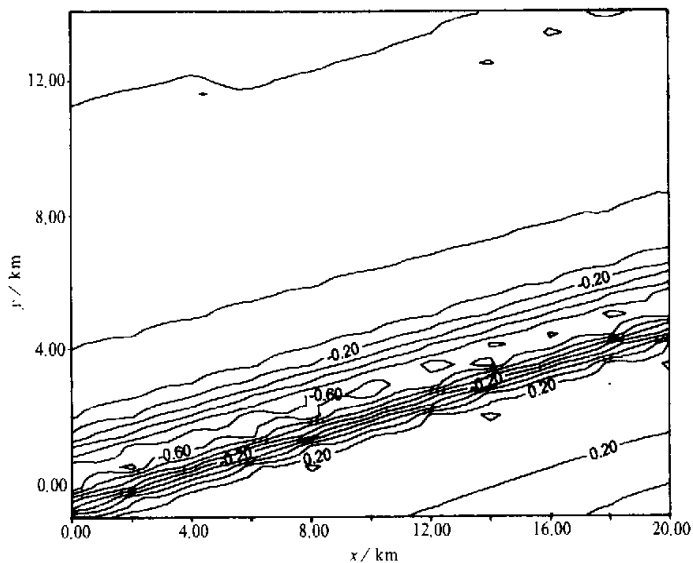


图3 边界层顶处 uw 的水平分布 (单位: $\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$)

现在讨论一下和 Kershaw 表达式的比较。在表达式 (1) 中, 动量通量随风速切变增加而增加, 随稳定层中 N 的增加而减少。在解析表达式 (15) 中, 也有类似的性质, 上层风速增加, 即切变增大, 或者 N_2 减少, 都使参数 m 减小, 因为实际上 $m = N_2 / U_2$ 。 m 减少导致通量的增加, 例如 m 由 0.0005 m^{-1} 减至 0.0003 m^{-1} , D_{band} 的绝对值由 $0.14 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 增至 $0.25 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。风向切变增加同样引起通量增加, 如果其他参数不变, 而 $\beta = V_2 / U_2$ 从 -0.25 增至 -0.5 , D_{band} 即由 0.14 增至 $0.23 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。从定性上看, 两个表达式有大致相同的性质。

4 小结

对流云街激发的重力波会造成垂直方向上的动量输送, 其数值和湍流动量通量相近。其性质类似于地形波的作用, 它们可向上影响到对流层上层和平流层中的动量平衡过程。由于洋面上对流云街出现时, 经常覆盖相当广阔的区域, 因此在 GCM 或大尺

度天气数值模式中应考虑到它们的影响。本文中的解析解可为其参数化方法的建立和改进提供理论上的依据。

参 考 文 献

- 1 Kuettner, J. P., P. A. Hildebrand and T. L. Clark, Convection waves: Observations of gravity wave systems over convectively active boundary layers, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1987, **113**, 445~467.
- 2 Asai, T., Thermal instability of shear flow turning the direction with height, *J. Meteor. Soc. Japan*, 1972, **50**, 525~532.
- 3 Hauf, T. and T. L. Clark, Three dimensional numerical experiments on convectively forced internal gravity waves, *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, 1989, **115**, 309~333.
- 4 Kershaw, R., Parameterization of momentum transport by convectively generated gravity waves, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1995, **121**, 1023~1040.
- 5 Sang, J. G., On formation of convective roll vortices by internal gravity waves: a theoretical study, *Meteor. Atmos. Phys.*, 1991, **46**, 15~28.
- 6 Sang, J. G., On the dynamics of convection waves, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1993, **119**, 715~732.
- 7 Sang, J. G., Vortex motions in the atmospheric convective boundary layer, *Acta Meteor. Sinica*, 1997, **55**, 285~296.
- 8 Sang, J. G., Cloud bands induced by isolated mountains, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1999, **125**, 2723~2741.
- 9 Palmer, T. N., J. G. Shutts and Swinbank, Exercise: Alleviation of a systematic westerly bias in general circulation and numerical weather prediction models through an orographic gravity wave drag parameterization, *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, 1986, **112**, 1001~1031.

Gravity Waves and Wave Drag Induced by Convective Cloud Streets

Sang Jianguo, Wang Baomin and Sun Xiangming

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Abstract Convective activities in the atmospheric boundary layer, for example the cloud streets, may generate gravity waves in the overlying stable layer, cause vertical momentum transport and affect the momentum budget in upper troposphere and stratosphere. In the present study, the linearized atmospheric wave equation is solved analytically in a two-layer model to obtain a parameterization scheme for wave drag of gravity waves induced by convective cloud streets. The effects of the atmospheric conditions on wave drag are discussed. These analyses may be of benefit to the establishment and improvement of convectively generated wave drag in GCM or large-scale numerical forecasting models.

Key words: cloud street; wave drag; gravity wave; analytical solution