

范开宇, 王革丽, 李超, 等. 2018. 利用慢特征分析法提取二维非平稳系统中的外强迫特征 [J]. 气候与环境研究, 23 (3): 287–298. Fan Kaiyu, Wang Geli, Li Chao, et al. 2018. Extracting the driving force signal from two-dimensional non-stationary system based on slow feature analysis [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 23 (3): 287–298, doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2017.17097.

利用慢特征分析法提取二维非平稳系统中的外强迫特征

范开宇^{1,2} 王革丽² 李超¹ 潘昕浓²

¹ 成都信息工程大学大气科学学院, 成都 610225

² 中国科学院大气物理研究所中层大气与全球环境探测重点实验室, 北京 100029

摘 要 慢特征分析法 (Slow Feature Analysis, SFA) 是一个从快变的信号中提取慢变特征的有效方法, 它的提出丰富了人们对非平稳系统外强迫特征的重建手段。本文以 Henon 映射为基础, 构造二维非平稳系统模型, 尝试 SFA 方法在二维复杂非平稳系统中重建外强迫特征的能力。试验表明, SFA 方法能够较好地由单时变参数 Henon 映射中提取出外强迫信号; 通过结合小波变换技术, 可以还原双时变参数 Henon 映射中的外强迫信号。另外, 本文利用 SFA 方法重建了北京市气温的外强迫信号, 分析其外强迫信号的尺度特征及其可能的物理机制。这些工作将为气候系统驱动力的研究提供新的思路。

关键词 慢特征分析法 二维非平稳系统 外强迫信号

文章编码 1006-9585 (2018) 03-0287-12

中图分类号 P468

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2017.17097

Extracting the Driving Force Signal from Two-dimensional Non-stationary System Based on Slow Feature Analysis

FAN Kaiyu^{1,2}, WANG Geli², LI Chao¹, and PAN Xinnong²

¹ College of Atmospheric Sciences, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225

² Key Laboratory of Middle Atmosphere and Global Environment Observation, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

Abstract Slow feature analysis (SFA) is an effective method for extracting slow-changing features from fast-changing signals. Its proposal enriches the means of reconstruction of non-stationary system's driving force signals. Two-dimensional non-stationary system model be constructed based on Henon chaotic mapping. The authors try to test the ability of reconstructing driving force signals from two-dimensional and complex non-stationary system by SFA method. The experimental results show that the SFA can successfully extract the driving force signals from the non-stationary time series with one time-varying parameter. The driving force signals were also successfully extracted from the non-stationary time series with two time-varying parameters by SFA and wavelet transform technology. In addition, The driving force of Beijing air temperature was reconstructed by using SFA method. Wavelet transformation technique is then used to analyze

收稿日期 2017-07-05; **网络预出版日期** 2017-10-31

作者简介 范开宇, 男, 1992 年出生, 硕士研究生, 主要从事非线性大气动力学研究。E-mail: 718975812@qq.com

通讯作者 王革丽, E-mail: wgl@mail.iap.ac.cn

资助项目 国家重点研发计划 2017YFC1501804, 国家自然科学基金 91737102、41575058

Funded by National Key Research and Development Program of China (Grant 2017YFC1501804), National Natural Science Foundation of China (Grants 91737102 and 41575058)

the scale structure of the derived driving force. These efforts will provide new ideas for the study of climate system's driving force.

Keywords Slow feature analysis, Two-dimensional non-stationary system, Driving force signal

1 引言

近年来,气候系统的非平稳特征已经得到了越来越多的证实和关注 (Trenberth, 1990; Tsonis, 1996; Schmutz et al., 2000; Yang et al., 2000; Slonosky et al., 2001; 杨培才等, 2003), 而作用于系统的外强迫随时间的变化是导致其非平稳行为产生的根本原因。

目前从数据出发,直接从非平稳时间序列中提取外强迫信号的方法有以下两种,一种是由 Verdes et al. (2001) 建立的,在交叉预报误差的基础上的反演非平稳系统外强迫因子变化方法;另一种是 Wiskott and Sejnowski (2002) 建立在奇异谱分析基础上的慢特征分析法 (Slow Feature Analysis, SFA)。文中使用 Wiskott 的方法来对外强迫信号进行提取。

慢特征分析法起源于神经生物学,它的目的是从一个快变的非平稳时间序列中提取缓变的外强迫信号 (Wiskott and Sejnowski, 2002)。目前, SFA 方法在物理学、经济学等众多技术科学领域均有一定应用。Wiskott (2003a) 利用 SFA 方法从设计的非平稳系统 (基于 Tent 映射与 Logistic 映射) 中提取外强迫信号,将提取出的外强迫信号与真实外强迫进行比较,二者相关系数可达到 0.9。Konen and Koch (2009) 通过一些试验发现, SFA 方法只能给出一个变化最慢的信号或信号分量的组合。潘昕浓等 (2017) 利用 SFA 方法对具有层次结构的非平稳系统进行外强迫信号的提取,取得了不错的效果。可以说, SFA 方法在理想的一维离散模型中取得了成功的应用,对于这些理想非平稳系统外强迫信号的研究也为认识气候系统的驱动机制提供了新的思路。

Yang et al. (2016) 用慢特征分析法重建了北半球月平均气温的外强迫信号,并结合小波变换技术对外强迫信号的尺度特征与物理背景进行了分析,从中发现了太阳 11 年周期 (the Hale cycle) 与大西洋年代际振荡 (Atlantic Multidecadal Oscillation, AMO) 的谐波分量。Wang et al. (2016) 基于 Arosa 臭氧观测资料,利用 SFA 方法提取出了外强迫信号,认为太阳活动和北大西洋涛动 (North Atlantic

Oscillation, NAO) 对臭氧变化有显著的影响作用。陈潇潇等 (2015) 与 Wang and Chen (2015) 将 SFA 方法应用到臭氧与气溶胶的预测中,建立了包含外强迫信号的预测模型,提高了预测精度。

然而,不管在理想模型还是实际应用中,目前基于 SFA 方法的研究都只聚焦于对一维映射模型的外强迫信号提取,并得到了成功应用。而对于二维甚至更高维的非平稳系统, SFA 方法的适用性值得进一步地试验及讨论。

本文以常见的二维 Henon 非线性映射为基础,构造更为复杂的非平稳系统,利用慢特征分析法和小波变换技术,对系统产生的非平稳信号进行外强迫信号的重建,对 SFA 在二维映射中的应用进行尝试;并且利用 SFA 方法,以北京月平均气温为实际参考序列进行外强迫信号的重建,结合小波变换技术对其尺度结构与可能的物理机制进行简要分析。

2 慢特征分析法

慢特征分析法 (Slow Feature Analysis, SFA) 旨在从一个已知的非平稳时间序列中提取出变化最慢的分量。它是一种无监督的算法,可以在一般的有限维度函数空间中找到最优函数的最优集合,并且能依据输入信号的大小和尺寸进行合理有效的模拟 (Berkes and Wiskott, 2005)。SFA 结合状态空间重构理论 (Packard et al., 1980) 与嵌入定理 (Takens, 1981) 的思想对函数空间进行重构,经过标准化处理、非线性扩展、球化处理以及主成分分析方法,将已知的信号投影到其中变化最慢的方向上,这个投影分量即可看成原信号的外强迫因子 (Wiskott, 2003b)。有关 SFA 方法的详细的解释可参见 (Berkes and Wiskott, 2005), 下面给出慢特征分析法主要的算法步骤:

首先,给定一个非平稳时间序列 $\{x(t)\}_{t=t_1, t_2, \dots, t_n}$ (n 为序列的长度, t 为时间), 对非平稳时间序列 $\{x(t)\}$ 进行空间重构 (设置状态空间的嵌入维数为 m , 时滞参数 $\tau=1$):

$$X(t) = \{x_1(t), \dots, x_m(t)\}_{t=t_1, t_2, \dots, t_N}, \quad (1)$$

其中重构后序列的长度 $N = n - m + 1$ 。

然后, 利用 $\mathbf{X}(t)$ 中的一次项和二次项对函数进行非线性扩展, 构造一个 k 维的函数空间 $\mathbf{H}(t)$:

$$\mathbf{H}(t) = \{x_1(t), \dots, x_m(t), x_1(t)x_1(t), \dots, x_1(t)x_m(t), \dots, x_m(t)x_m(t)\}_{t=t_1, t_2, \dots, t_N}, \quad (2)$$

方便起见, 记为

$$\mathbf{H}(t) = (h_1(t), h_2(t), \dots, h_k(t)), \quad (3)$$

其中 $k = m + m(m+1)/2$ 。对 $\mathbf{H}(t)$ 进行标准化与正交化处理, 得到

$$\mathbf{Z}(t) = \{z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t)\}_{t=t_1, t_2, \dots, t_N}, \quad (4)$$

得到的 $\mathbf{Z}(t)$ 满足 $\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T = \mathbf{I}$, 且 $\bar{\mathbf{Z}} = \mathbf{0}$ 。此时, $\mathbf{Z}(t)$ 中的每一个分量都可以由 z_j 的线性组合表示:

$$y(t) = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t), \dots, a_k z_k(t), \quad (5)$$

用 $\dot{z}_j(t_i) = z_j(t_{i+1}) - z_j(t_i)$ 表示一阶导数, 构建 $\mathbf{Z}(t)$ 的导函数空间:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \{\dot{z}_1(t), \dot{z}_2(t), \dots, \dot{z}_k(t)\}_{t=t_1, t_2, \dots, t_N}. \quad (6)$$

最后, 对矩阵 $\langle \dot{\mathbf{Z}}\dot{\mathbf{Z}}^T \rangle$ 进行主成分分析, 得到 $\langle \dot{\mathbf{Z}}\dot{\mathbf{Z}}^T \rangle$ 的特征值 λ_j 和特征向量, 进行标准化处理后得到权重向量 $w_1, \dots, w_j$ 。对相应权重系数的输出函数

$$g_j(t) = w_j \mathbf{Z}(t), \quad (7)$$

进行积分, 求得输出信号:

$$y_j(t) = r w_j \mathbf{Z}(t) + c, \quad (8)$$

获得对应的信号分量, 其中 r 与 c 均为常数。当选择最小的特征值 λ 时, 带入对应的最小特征的权重向量, 积分后可以得到变化最慢的信号分量, 也就是所说的外强迫信号。可以看到, 由于公式 (8) 中的 r 与 c 为常数, 故 SFA 方法得到的外强迫与实际外强迫只相差一个平移因子和一个放大因子。

3 模型试验

Henon 映射是二维空间中产生混沌的一种迭代映射, 它只含有一个非线性项, 所以它是高维之中最简单的非线性映射 (迟洪钦和吴忠英, 1994)。Henon 映射的动力学方程为

$$\begin{cases} x(t+1) = 1 - ax(t)^2 + by(t), \\ y(t+1) = x(t), \end{cases} \quad (9)$$

取参数 $a = 1.4$ 、 $b = 0.3$, 可令系统处于混沌体制下。

Lyapunov 指数是用来判断系统是否存在混沌的判据, 若系统存在一个 Lyapunov 指数大于 0, 则

系统一定处于混沌状态; 若系统的所有的 Lyapunov 指数均小于 0, 则系统为周期运动。本文也利用此方法判断系统模型是否处于混沌状态。图 1 是 Henon 映射中参数 a 的部分区间解, 当最大 Lyapunov 指数大于 0 时对应的参数 a 的值即可使 Henon 映射处于混沌状态。

本文利用两组单向耦合的 Henon 映射建立非平稳模型, 一组为较为简单的 Henon 映射 $\{x(t)\}_{t=1,2,\dots,N}$:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = 1.4 - ax_1(t)^2 + bx_2(t), \\ x_2(t+1) = x_1(t), \end{cases} \quad (10)$$

另一组为经过改进的 Henon 映射 $\{y(t)\}$:

$$\begin{cases} y_1(t+1) = 1.4 - (ks(t)y_1(t) + (1-k)y_1(t)^2) + by_2(t), \\ y_2(t+1) = y_1(t), \end{cases} \quad (11)$$

其中 $s(t)$ 为外部控制参数。

在下面的试验中, 将基于这两组 Henon 映射构建非平稳系统模型。在这里要说明的是, 虽然 Henon 映射是一个二维映射, 但由于它第二维的数组相对第一维数组独立, 仅比第一维数组滞一项, 故在试验中, 仅选择第一维数组进行外强迫信号的提取。

3.1 单时变参数 Henon 映射模型试验

在单时变参数 Henon 映射模型试验中, 我们构造了 3 个变化规律不同的外强迫信号, 分别带入到系统模型中, 产生非平稳时间序列。利用 SFA 方法对序列进行外强迫提取。

(1) 设置时变参数 $\{a(t)\}_{t=1,2,\dots,N}$ 为

$$a(t) = -\cos(2\pi(t/T_1))\exp(t/T_2). \quad (12)$$

利用 $\{a(t)\}$ 来构造一个缓变的外强迫信号, 并带入公式 (11) 中, 其中 $T_1=500$, $T_2=2500$, $y_1(1)=y_2(1)=0$, $b=0.3$, $k=0.02$ 。

将 $\{a(t)\}$ 迭代 5000 次并复制, 获得长度为 10000 的序列 $\{s_1(t)\}_{t=1,2,\dots,10000}$ (图 2a), 并将 $\{s_1(t)\}$ 作为时变参数代入公式 (13) 中迭代 10000 步, 得到 $\{y(t)\}_{t=1,2,\dots,10000}$ 。通过计算, 获得 $\{y_1(t)\}$ 的一个大于 0 的 Lyapunov 指数 $\lambda = 0.3429$, 说明系统处在混沌状态。取 $\{y_1(t)\}$ 的后 2000 个数据作为试验的非平稳时间序列 (图 3b), 利用 SFA 方法对此序列进行外强迫提取, 嵌入维数 $m = 13$, 时滞系数 $\tau = 1$ 。将提取出的外强迫信号, 记为 $\{as_1(t)\}$, 并与真实外强迫信号 $\{s_1(t)\}$ 比较, 发现二者相差一个放大因子, 所以对提取出的外强迫信号 $\{as_1(t)\}$ 进行简单处理, 扩大 4 倍后再与真实外强迫进行比较, 二者的趋势一致, 有较

好的一致性, 相关系数可以达到 0.98 (图 3c)。

(2) 利用 Henon 映射模型 [公式 (10)] 来构造一个跃变的类方波信号作为外强迫信号, 带入到 Henon 映射模型 [公式 (11)] 中, 其中, $x_1(1) = x_2(1) = 0, y_1(1) = y_2(1) = 0, b=0.3, k=0.1$ 。

令 $\{x(t)\}$ 迭代 10000 次, 对 $\{x_1(t)\}$ 取 9901~10000 步, 令每 100 步取相同数值, 构造长度为 10000 的序列 $\{s_2(t)\}_{t=1,2,\dots,10000}$ (图 4a), 将 $\{s_2(t)\}$ 作

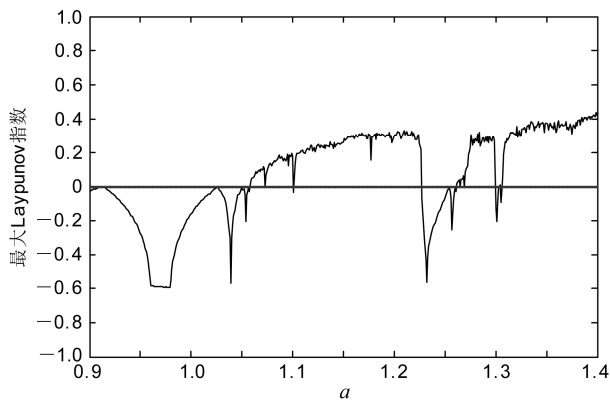


图 1 Henon 映射参数 a 在 0.9~1.4 范围内的最大 Lyapunov 指数
Fig. 1 The largest Lyapunov exponent of Henon map for parameter a between 0.9 and 1.4

为时变参数代入公式 (15) 中迭代 10000 步。通过计算 $\{y_1(t)\}$ 的 Lyapunov 指数 λ , 存在一个 $\lambda = 0.3794 (\lambda > 0)$, 证明 $\{y_1(t)\}$ 此时是一个混沌系统。取后 2000 步作为试验时间序列 (图 5b), 对其进行外强迫提取, 设置嵌入维数 $m=13$ 、时滞系数 $\tau=1$ 。结果表明, 提取出的外强迫信号 $\{as_2(t)\}$ 和真实外强迫 $\{s_2(t)\}$ 相差一个平移因子, 利用 SFA 提取的外强迫信号较真实的外强迫在跃变处有一定的迟滞, 二者相关系数达到 0.98 (图 5c)。

(3) 用 Henon 映射模型 [公式 (10)] 来构造外强迫信号, 与试验 2 不同, 本次试验中使用的外强迫信号变化缓慢, 跃变较小。将外强迫带入到 Henon 映射模型 [公式 (11)] 中, 其中, $x_1(1) = x_2(1) = 0, y_1(1) = y_2(1) = 0, b=0.3, k=0.1$ 。

令公式 (16) 迭代 10000 次, 取 $\{x_1(t)\}$ 的 9901~10000 步, 先进行插值延长至 1000 步, 再令每 10 步取同一个数值, 构造长度为 10000 的序列 $\{s_3(t)\}_{t=1,2,\dots,10000}$ (图 6a), 将 $\{s_3(t)\}$ 作为时变参数代入公式 (17) 中迭代 10000 步, 通过计算, 获得 $\{y_1(t)\}$ 的一个为正数的 Lyapunov 指数 $\lambda = 0.2433$, 说明 $\{y_1(t)\}$ 处于混沌状态。取 $\{y_1(t)\}$ 的后 2000 步作为试验时间序列 (图 7b), 通过 SFA 方法对其进行外强迫

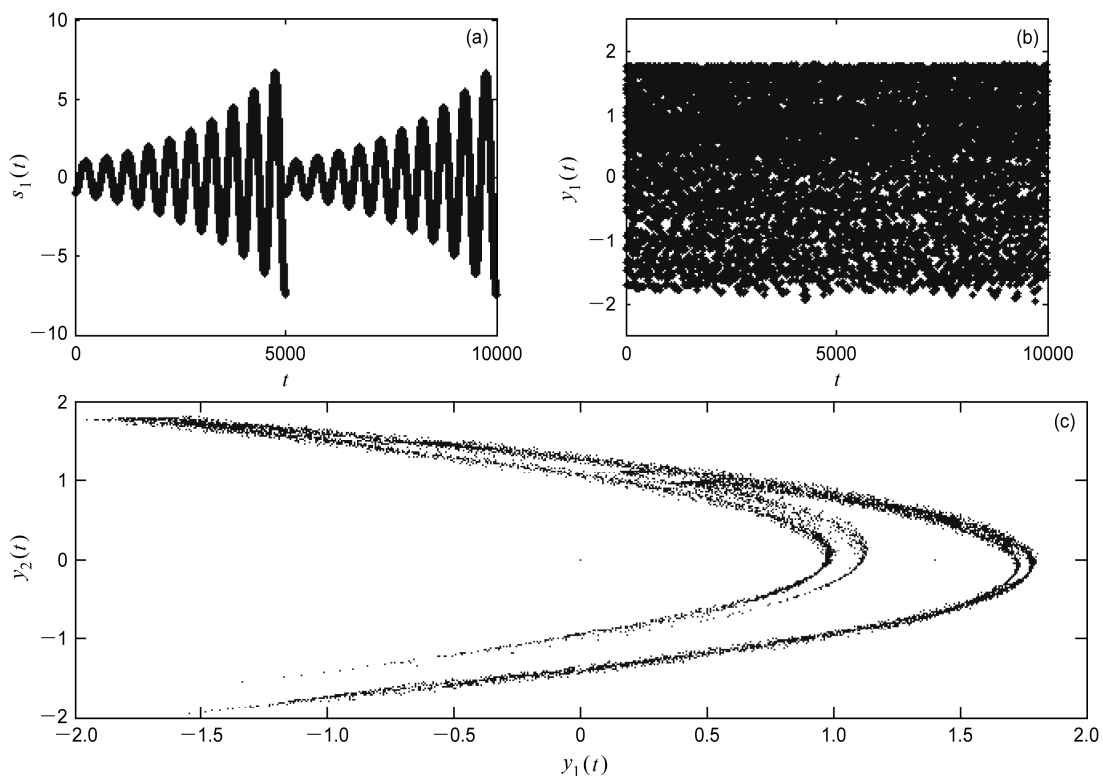


图 2 (a) 原始真实外强迫信号 $\{s_1(t)\}$; (b) 原始非平稳时间序列 $\{y_1(t)\}$; (c) Henon 映射 $\{y(t)\}$
Fig. 2 (a) Primitive true driving force signal $\{s_1(t)\}$; (b) primitive non-stationary time series $\{y_1(t)\}$; (c) Henon map $\{y(t)\}$

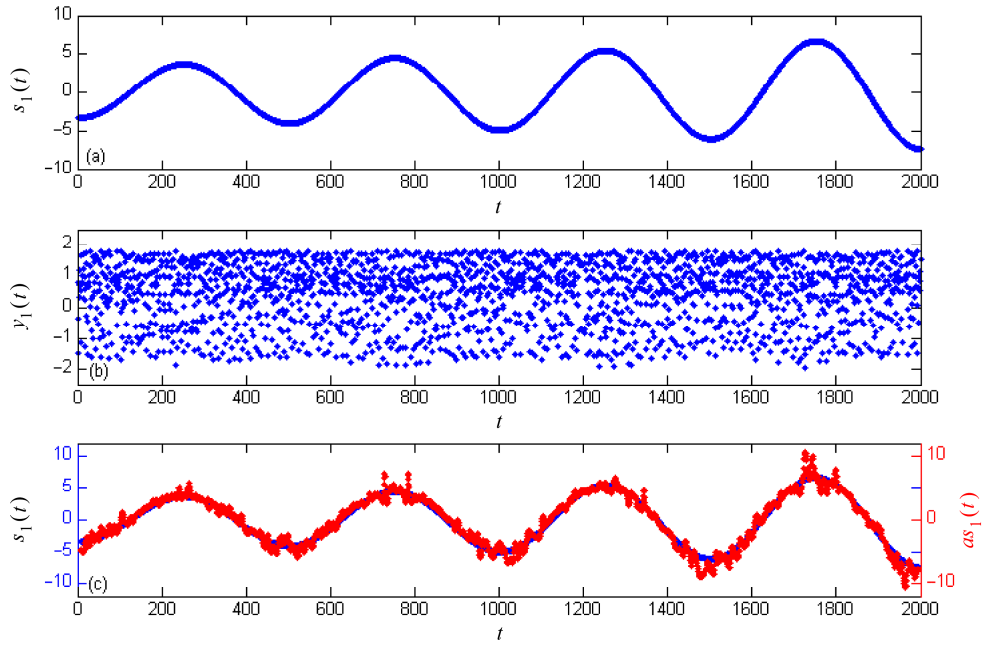


图3 (a) 真实外强迫信号 $\{s_1(t)\}$; (b) 非平稳时间试验序列 $\{y_1(t)\}$; (c) SFA 方法得到的外强迫信号 $\{as_1(t)\}$ (红线) 及真实外强迫信号 $\{s_1(t)\}$ (蓝线)

Fig. 3 (a) The true driving force signal $\{s_1(t)\}$; (b) the testing non-stationary time series $\{y_1(t)\}$; (c) the driving force signal extracted by SFA method $\{as_1(t)\}$ (red line) and the true driving force signal $\{s_1(t)\}$ (blue line)

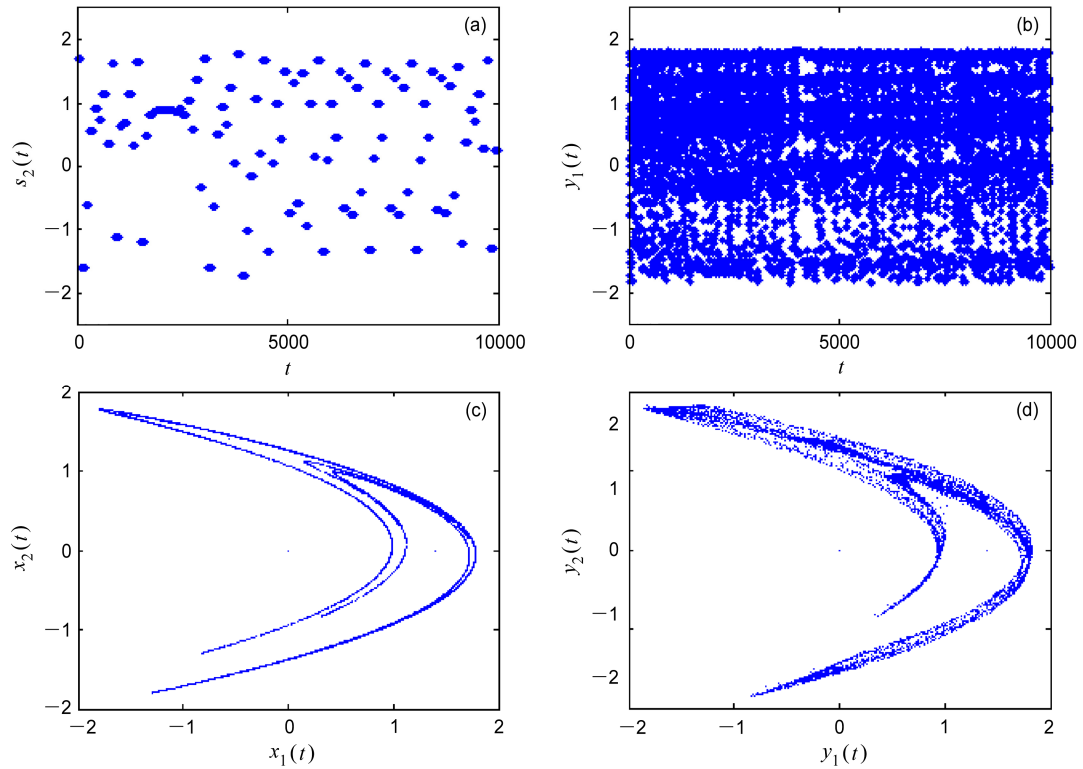


图4 (a) 原始真实外强迫信号 $\{s_2(t)\}$; (b) 原始非平稳时间序列 $\{y_1(t)\}$; (c) Henon 映射 $\{x(t)\}$; (d) Henon 映射 $\{y(t)\}$

Fig. 4 (a) Primitive true driving force signal $\{s_2(t)\}$; (b) primitive non-stationary time series $\{y_1(t)\}$; (c) Henon map $\{x(t)\}$; (d) Henon map $\{y(t)\}$

提取, 嵌入维数 $m=13$ 、时滞系数 $\tau=1$ 。分别对获得的外强迫信号 $\{as_3(t)\}$ 和真实外强迫 $\{s_3(t)\}$ 进行归一化处理并比较, 虽较真实的外强迫有一些噪声, 但总体趋势一致, 二者的相关系数达到 0.99 (图 7c)。

3.2 双时变参数 Henon 映射模型试验

在双时变参数 Henon 映射模型试验中, 由于 SFA 方法只能给出一个变化最慢的分量或一个变化最慢的分量组合, 所以我们将结合 Morlet 小波变换

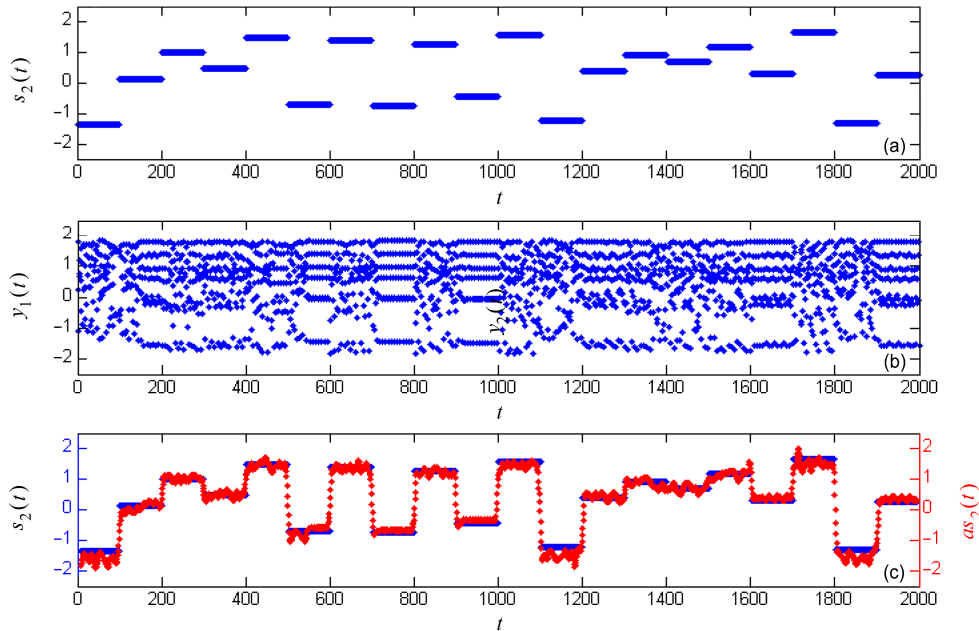


图 5 (a) 真实外强迫信号 $\{s_2(t)\}$; (b) 非平稳时间试验序列 $\{y_1(t)\}$; (c) SFA 方法得到的外强迫信号 $\{as_2(t)\}$ (红线) 及真实外强迫信号 $\{s_2(t)\}$ (蓝线)
Fig. 5 (a) The true driving force signal $\{s_2(t)\}$; (b) the testing non-stationary time series $\{y_1(t)\}$; (c) the driving force signal extracted by SFA method $\{as_2(t)\}$ (red line) and the true driving force signal $\{s_2(t)\}$ (blue line)

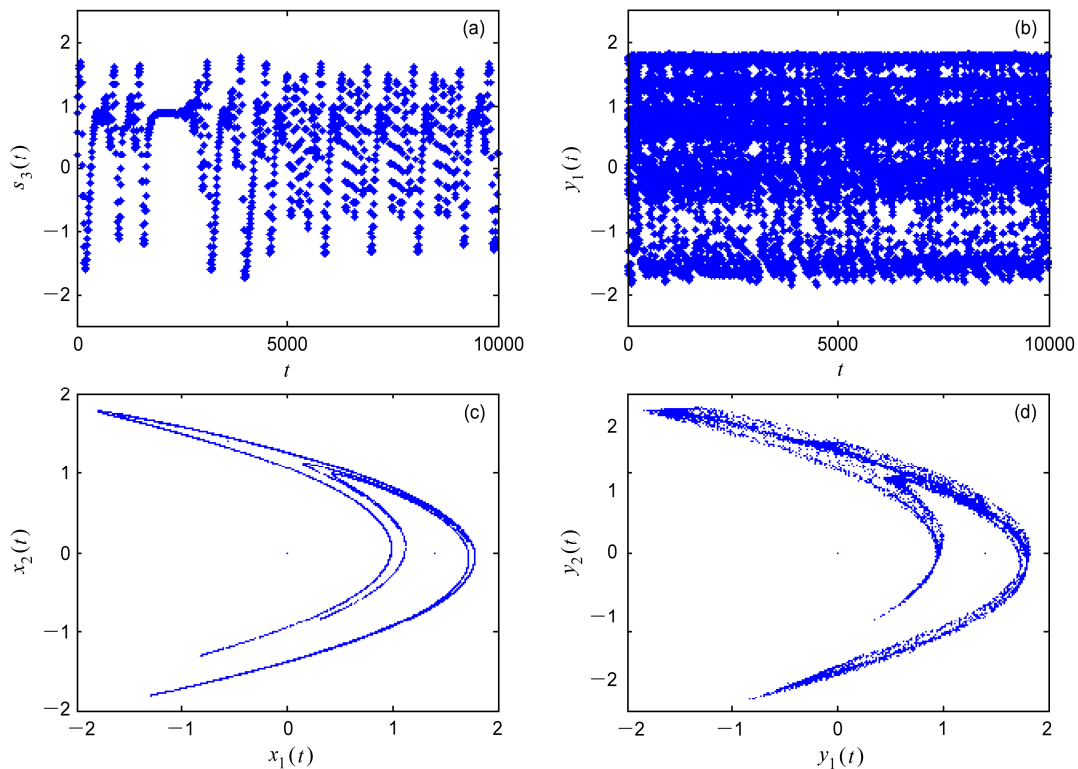


图 6 (a) 原始真实外强迫信号 $\{s_3(t)\}$; (b) 原始非平稳时间序列 $\{y_1(t)\}$; (c) Henon 映射 $\{x(t)\}$; (d) Henon 映射 $\{y(t)\}$
Fig. 6 (a) Primitive true driving force signal $\{s_3(t)\}$; (b) primitive non-stationary time series $\{y_1(t)\}$; (c) Henon map $\{x(t)\}$; (d) Henon map $\{y(t)\}$

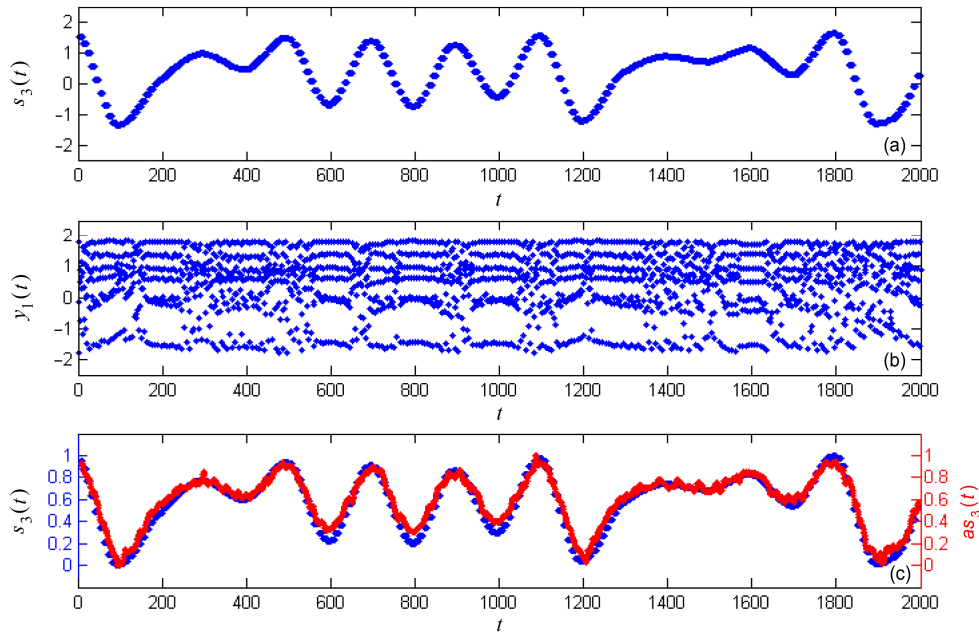


图7 (a) 真实外强迫信号 $\{s_3(t)\}$; (b) 非平稳时间试验序列 $\{y_1(t)\}$; (c) SFA 方法得到的外强迫信号 $\{as_3(t)\}$ (红线) 及经过标准化处理的真实外强迫信号 $\{s_3(t)\}$ (蓝线)

Fig. 7 (a) The true driving force signal $\{s_3(t)\}$; (b) the testing non-stationary time series $\{y_1(t)\}$; (c) the driving force signal extracted by SFA method $\{as_3(t)\}$ (red line) and the normalized true driving force signal $\{s_3(t)\}$ (blue line)

(Torrence and Compo, 1998) 尝试对模型中的两个时变参数进行还原。

小波变换 (wavelet transform) 是建立在傅里叶变换基础上的一种变换分析方法, 它可以对信号进行时间和频率的局部变换, 有效地将时频信息提取出来, 反映信号在频域与时域上的尺度特征, 尤其适用于非平稳信号 (胡广书, 2004)。

设定双时变参数:

$$a(t) = 0.8 + 0.1 \cos(4\pi(t/T_1)), \quad (13)$$

$$b(t) = 0.3 + 0.09 \cos(1\pi(t/T_1)), \quad (14)$$

并带入到 Henon 映射模型 [公式 (10)] 中, 其中, $T_1 = 500$, $x_1(1) = x_2(1) = 1$ 。

将参数 $\{a(t)\}$ 、 $\{b(t)\}$ 代入公式 (20), 迭代 10000 次, 获得非平稳序列 $\{x_1(t)\}$ (图 8c)。通过计算, 发现 $\{x_1(t)\}$ 存在一个为正的 Lyapunov 指数 $\lambda = 0.2238$, 系统处于混沌状态。取后 2000 步作为试验时间序列 (图 9c), 使用 SFA 方法对试验序列进行外强迫提取, 取嵌入维数 $m = 13$ 、时滞系数 $\tau = 1$ 。对外强迫信号 $\{as(t)\}$ 进行小波分析, 观察外强迫信号的时间平均功率谱, 存在两个通过检验的峰值 as_1 和 as_2 (图 10a), 通过滤波提取出这两个峰值对应的信号分量 $\{as_1(t)\}$ 、 $\{as_2(t)\}$, 将提取出的两个信号进行归一化处理并分别与标准化后的 $\{a(t)\}$ 、 $\{b(t)\}$ 进行比较,

相关系数分别为 0.99 和 0.98 (图 10b 和 10c)。

以上两组试验表明, 慢特征分析法可以有效地从以 Henon 映射为基础构造的非平稳系统中提取出外强迫信号。在单时变参数的非平稳模型中, SFA 方法可以直接提取出外强迫, 并且与真实外强迫相比只相差一个放大因子和一个平移因子; 在双时变参数的非平稳模型中, 可结合小波变换技术还原出两个时变外强迫序列。在下文中, 将选取真实的非平稳系统序列进行外强迫的提取与分析。

4 北京市气温时间序列的外强迫分析

通过利用慢特征分析法重建北京气温的外强迫信号, 并利用小波变换技术对外强迫信号的尺度特征与物理机制进行简要分析。资料来自于 NCEI (National Centers for Environmental Information) 的全球站点月平均数据 (<https://gis.ncdc.noaa.gov/maps/ncei/2017-06-01/>), 时间跨度从 1951 年 1 月到 2012 年 12 月, 共 744 个月。

利用慢特征分析法对北京月平均气温时间序列进行外强迫信号的提取, 参照 Yang et al. (2016) 的工作, 取嵌入维数 $m = 13$ 、时滞系数 $\tau = 1$, 外强迫重建结果如图 11b 所示。

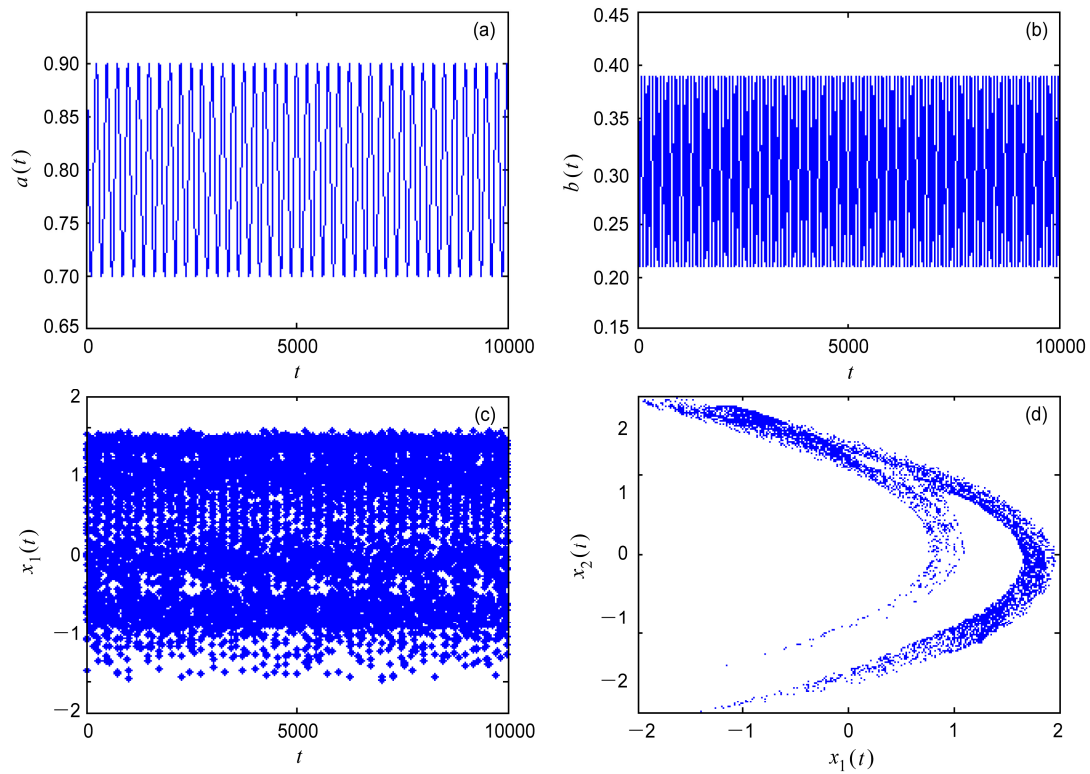


图8 (a) 原始真实外强迫信号 $\{a(t)\}$; (b) 原始真实外强迫信号 $\{b(t)\}$; (c) 原始非平稳时间序列 $\{x_1(t)\}$; (d) Henon 映射 $\{x(t)\}$

Fig. 8 (a) Primitive true driving force signal $\{a(t)\}$; (b) primitive true driving force signal $\{b(t)\}$; (c) primitive non-stationary time series $\{x_1(t)\}$; (d) Henon map $\{x(t)\}$

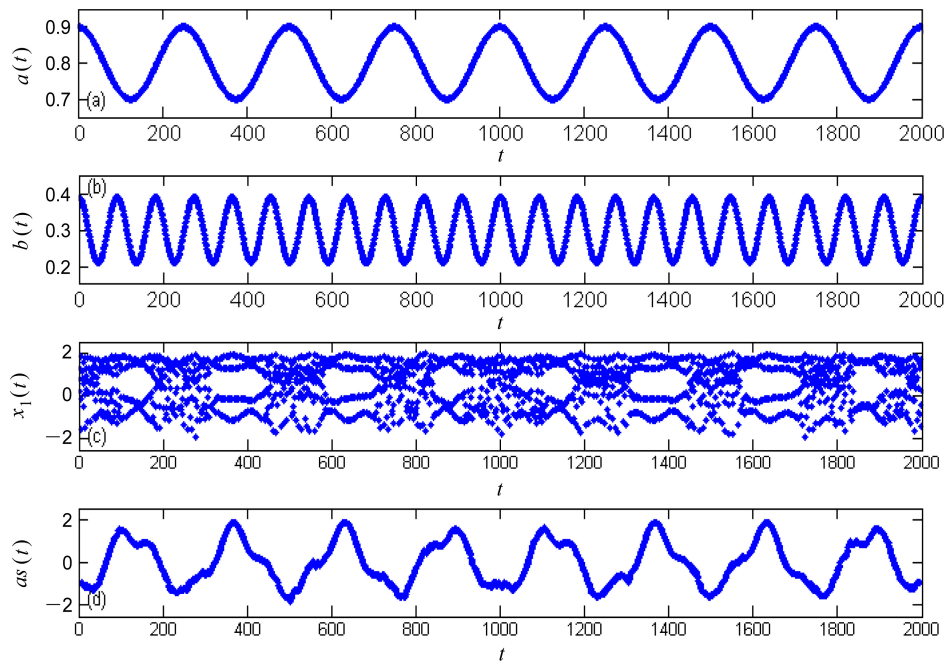


图9 (a) 真实外强迫信号 $\{a(t)\}$; (b) 真实外强迫信号 $\{b(t)\}$; (c) 非平稳时间试验序列 $\{x_1(t)\}$; (d) SFA 方法得到的外强迫信号 $\{as(t)\}$

Fig. 9 (a) The true driving force signal $\{a(t)\}$; (b) the true driving force signal $\{b(t)\}$; (c) the testing non-stationary time series $\{x_1(t)\}$; (d) the derived driving force signal for $\{as(t)\}$ by using SFA method

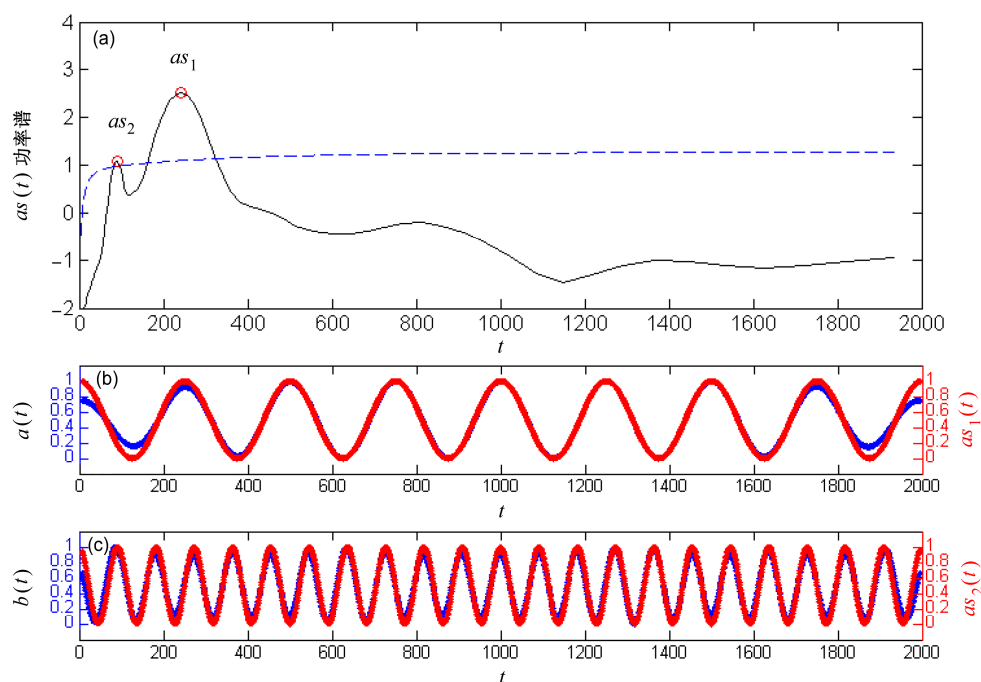


图 10 (a) 外强迫信号 $\{as(t)\}$ 的时间平均功率谱 (黑线) 及 95% 的置信度检验 (蓝色虚线); (b) 滤波信号 $\{as_1(t)\}$ (红线) 及经过标准化处理后的真实信号 $\{a(t)\}$ (蓝线); (c) 滤波信号 $\{as_2(t)\}$ (红线) 及经过标准化处理后的真实信号 $\{b(t)\}$ (蓝线)

Fig. 10 (a) The time-averaged power spectrum of driving force signal $\{as(t)\}$ (black line) and 95% confidence level (blue dashed line); (b) the band-pass filtered signal $\{as_1(t)\}$ (red line) and the normalized true signal $\{a(t)\}$ (blue line); (c) the band-pass filtered signal $\{as_2(t)\}$ (red line) and the normalized true signal $\{b(t)\}$ (blue line)

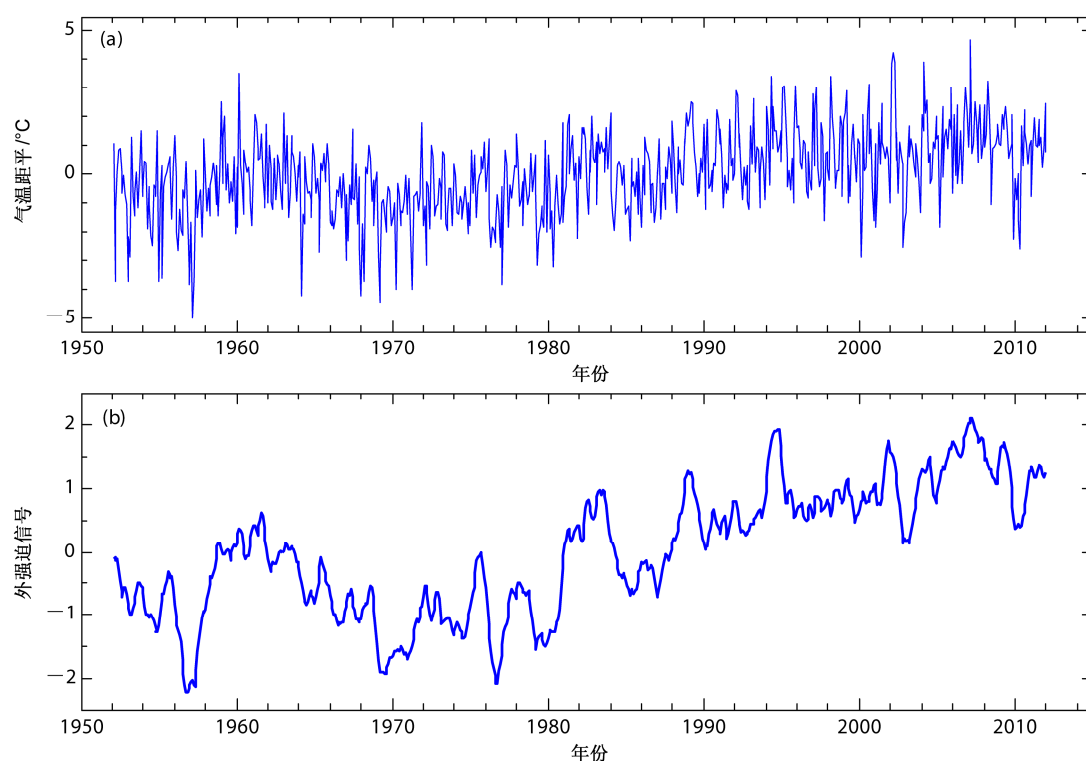


图 11 (a) 北京市月平均气温距平; (b) SFA 方法重建的北京市月平均气温外强迫信号

Fig. 11 (a) The time series of temperature anomaly in Beijing; (b) the driving force signal of temperature reconstructed by SFA method in Beijing

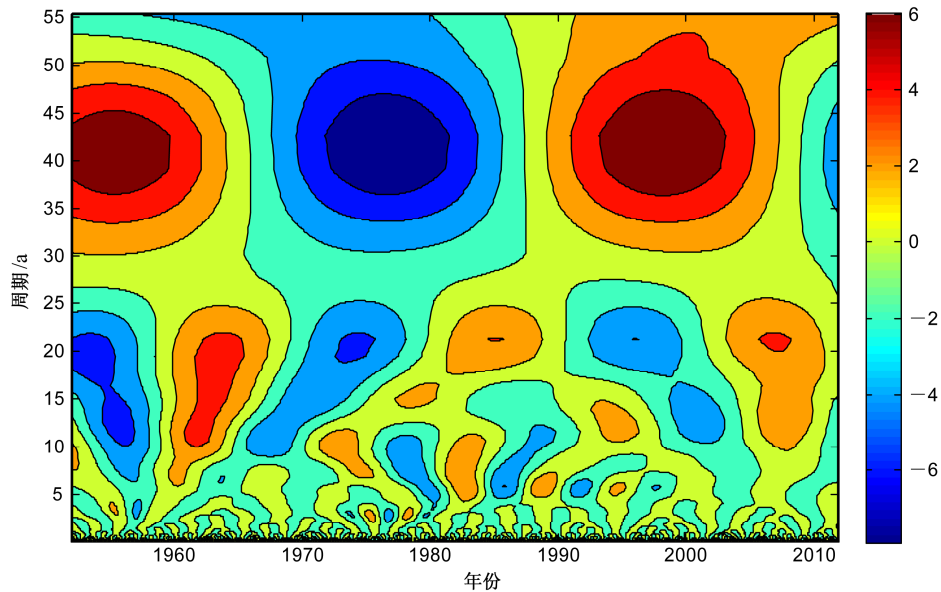


图 12 外强迫信号小波实部
Fig. 12 The real part of the wavelet transform coefficient for the driving force signal

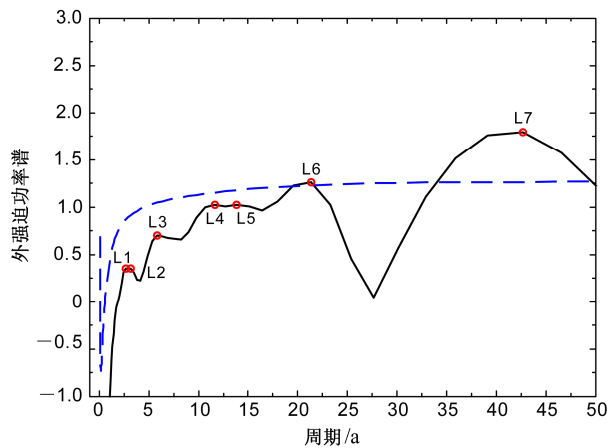


图 13 外强迫信号时间平均功率谱（黑线）及 95%的置信度检验（蓝色虚线）
Fig. 13 Time-averaged power spectrum of the driving force signal (black line) and the 95% confidence level (blue dashed line)

利用 Morlet 小波变换技术对提取出的外强迫信号进行分析，得到了小波变换实部和时间平均功率谱如图 12 和图 13。小波变换的实部图揭示了外强迫的尺度结构及其随时间的变化，宏观地反映了外强迫在频域和时域的主要特征，图中可以看出，北京气温的外强迫信号存在着明显的周期变化（图 12），其 38~45 a 尺度振动周期较为明显；20~22 a 尺度周期在 1980~2000 年间有所减弱，2000 年后重新开始加强；12~14 a 尺度周期在 1970~1995 年间存在波动，下面将结合时间平均功率谱对其外

强迫信号进一步分析。

图 13 为其外强迫的时间平均功率谱，从图中可以看到存在着 7 个峰值，我们用 $S_n (n=1,2,\dots,7)$ 来表示这 7 个特征尺度，用 L_n 来表示它们的特征尺度的周期， f_n 来表示频率。其中 L_6 、 L_7 两个周期通过了 95% 置信度的置信检验。它们对应的周期分别为 $L_6 = 21.3 \text{ a}$ 、 $L_7 = 42.7 \text{ a}$ 。 L_6 与已知的太阳轨道运动长周期（the 22 years rotation cycle）一致（刘复刚等，2013），而 L_4 恰好是 L_6 的 2 倍关系，考虑是太阳活动对气温的影响。太阳质子耀斑也存在着明显的周期（the Schwabe cycle）变化（周树荣等，1996），与成分 S_4 的周期 $L_4=11.6 \text{ a}$ 对应。通过对 7 个分量频率的分析，发现了各组分之间存在着一定的谐波关系（如表 1）。假设 f_4 、 f_6 这两个频率为基本分量，发现其它分量可以由这两个分量的整数倍或整数系数的线性组合来表示，这表明 S_1 、 S_2 、 S_3

表 1 图 13 中峰值点对应周期频率及谐波关系
Table 1 Periods and frequencies of the spectral bands shown in Fig. 13

成分 S_n	周期 L_n/a	频率 f_n	关系	物理背景
S_1	$L_1 = 2.7$	$f_1 = 0.370$	$f_1 \approx 7f_4 - 5f_6$	
S_2	$L_2 = 3.2$	$f_2 = 0.312$	$f_2 \approx 2f_4 + 3f_6$	
S_3	$L_3 = 5.8$	$f_3 = 0.172$	$f_3 = 2f_4$	
S_4	$L_4 = 11.6$	$f_4 = 0.086$	基本分量	太阳黑子周期
S_5	$L_5 = 13.8$	$f_5 = 0.072$	$f_5 \approx 3f_4 - 4f_6$	
S_6	$L_6 = 21.3$	$f_6 = 0.047$	基本分量	太阳轨道运动周期
S_7	$L_7 = 42.7$	$f_7 = 0.023$	$L_7 = 2L_6$	太阳轨道周期 2 倍

和 S_5 是 S_4 与 S_6 的谐波分量。

5 结论与讨论

本文将 SFA 方法应用于二维非平稳时间序列外强迫信号的重建分析, 结果表明, 慢特征分析法可以有效地将外强迫信号从 Henon 映射构造的复杂非平稳系统中提取出来, 并结合小波变换技术对外强迫信号进行分析, 本文的主要结论如下:

(1) 在单时变参数 Henon 映射模型的试验中, 慢特征分析法可以从非平稳的 Henon 映射模型中提取出外强迫信号; 提取出的外强迫信号与真实外强迫的相关系数可以达到 0.98, 但它们之间相差一个放大系数和一个平移系数, 与 Wiskott (2003a) 等结果相同。

(2) 在双时变参数 Henon 映射模型的试验中, 先利用慢特征分析法从中提取出的外强迫信号, 接着通过小波变换技术对其进行分析, 得到两个分量, 分别与已知驱动进行比较, 相关系数均达到了 0.98。

(3) 作为对真实气候系统的应用, 本文对 62 年的北京月平均气温进行外强迫的重建, 并简要分析了外强迫的尺度特征与物理机制。其外强迫尺度特征存在 2.7 a、3.2 a、5.8 a、11.6 a、13.8 a、21.3 a、42.7 a 周期。其中 21.3 a 对应太阳轨道运动的周期, 11.6 a 对应太阳黑子耀斑的周期, 42.7 a 为太阳轨道运动周期的 2 倍关系, 它们代表了太阳活动对气候系统的影响, 其他一些分量的物理机制值得在随后的研究中深入探讨。

在 SFA 方法中, 嵌入维数 m 与时滞参数 τ 的设定对相空间重构结果有很大的影响。由于在本文中构建的系统为非平稳系统, 所以对于以 Takens 定理为基础的传统求取嵌入维数 m 跟时滞参数 τ 的方法: 如 G-P 算法跟自相关函数法将不再适用, 需要对嵌入维数 m 与时滞参数 τ 进行大量的尝试进而选取。外强迫对气候影响不可忽视, 对外强迫的研究与应用也应该得到更多的关注。将外强迫加入预测模型以提高预测精度的研究已经取得很好的效果; 从气候要素中提取外强迫, 进而从外强迫中分析寻找影响气候的因果关系还需要更多探究, 为进一步了解气候变化, 甚至利用外强迫建立区域模式做一些贡献。

将 SFA 方法引入对非平稳气候系统驱动力的

研究, 还处于尝试阶段。慢特征分析法的扩展及应用需要更多的试验和研究。SFA 方法能否适用于其他高维复杂非平稳系统, 还需要一些试验。由于 SFA 方法给出的是一个外强迫分量的组合, 所以在实际应用中, 对于这样的外强迫分量组合的分析, 还需要更多的探索和依据。

参考文献 (References)

- Berkes P, Wiskott L. 2005. Slow feature analysis yields a rich repertoire of complex cell properties [J]. *Journal of Vision*, 5 (6): 579–602, doi:10.1167/5.6.9.
- 陈潇潇, 王革丽, 金莲姬. 2015. 包含外强迫因子的大气气溶胶数浓度的预测 [J]. *中国环境科学*, 35 (3): 694–699. Chen Xiaoxiao, Wang Geli, Jin Lianji. 2015. Prediction of the atmospheric aerosol number concentration using a new predictive technique [J]. *China Environmental Science (in Chinese)*, 35 (3): 694–699.
- 迟洪钦, 吴忠英. 1994. 关于 Hénon 映射的参数分布 [J]. *上海交通大学学报*, 28 (5): 96–99. Chi Hongqin, Wu Zhongying. 1994. Distribution of parameters for Hénon mapping [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University (in Chinese)*, 28 (5): 96–99.
- 胡广书. 2004. 现代信号处理教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 417. Hu Guangshu. 2004. *Modern Signal Processing Guide (in Chinese)* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 417.
- Konen W, Koch P. 2009. How slow is slow? SFA detects signals that are slower than the driving force [OL]. <http://arxiv.org/abs/0911.4397v1> [2017-06-20].
- 刘复刚, 王建, 商志远, 等. 2013. 太阳轨道运动长周期性韵律的成因 [J]. *地球物理学进展*, 28 (2): 570–578. Liu Fugang, Wang Jian, Shang Zhiyuan, et al. 2013. Study on long-term cyclical rhythm of solar activity [J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 28 (2): 570–578, doi:10.6038/pg20130205.
- Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, et al. 1980. Geometry from a time series [J]. *Physical Review Letters*, 45 (9): 712–716, doi:10.1103/PhysRevLett.45.712.
- 潘昕浓, 王革丽, 杨培才. 2017. 利用慢特征分析法提取层次结构系统中的外强迫 [J]. *物理学报*, 66 (8): 080501. Pan Xinnong, Wang Geli, Yang Peicai. 2017. Extracting the driving force signal from hierarchy system based on slow feature analysis [J]. *Acta Physica Sinica (in Chinese)*, 66 (8): 080501, doi:10.7498/aps.66.080501.
- Schmutz C, Luterbacher J, Gyalistras D, et al. 2000. Can we trust proxy-based Nao index reconstructions? [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 27 (8): 1135–1138, doi:10.1029/1999GL011045.
- Slonosky V C, Jones P D, Davies T D. 2001. Atmospheric circulation and surface temperature in Europe from the 18th century to 1995 [J]. *International Journal of Climatology*, 21 (1): 63–75, doi:10.1002/joc.591.
- Takens F. 1981. Detecting strange attractors in turbulence [M]// Rand D, Young L S. *Dynamical Systems and Turbulence*, Warwick 1980. Berlin, Heidelberg: Springer, doi:10.1007/BFB0091924.
- Torrence C, Compo G P. 1998. A practical guide to wavelet analysis [J].

- Bull. Amer. Meteor. Soc., 79 (1): 61–78, doi:10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2.
- Trenberth K E. 1990. Recent observed interdecadal climate changes in the Northern Hemisphere [J]. Bull. Amer. Meteor. Soc., 71 (7): 988–993, doi:10.1175/1520-0477(1990)071<0988:ROICCI>2.0.CO;2.
- Tsonis A A. 1996. Widespread increases in low-frequency variability of precipitation over the past century [J]. Nature, 382 (6593): 700–702, doi:10.1038/382700a0.
- Verdes P F, Granitto P M, Navone H D, et al. 2001. Nonstationary time-series analysis: Accurate reconstruction of driving forces [J]. Physical Review Letters, 87 (12): 124101, doi:10.1103/PhysRevLett.87.124101.
- Wang G, Chen X. 2015. Nonstationary time series prediction combined with slow feature analysis [J]. Nonlinear Processes in Geophysics Discussions, 2 (1): 97–114, doi:10.5194/npgd-2-97-2015.
- Wang G L, Yang P C, Zhou X J. 2016. Extracting the driving force from ozone data using slow feature analysis [J]. Theor. Appl. Climatol., 124 (3–4): 985–989, doi:10.1007/s00704-015-1475-1.
- Wiskott L, Sejnowski T J. 2002. Slow feature analysis: Unsupervised learning of invariances [J]. Neural Computation, 14 (4): 715–770, doi:10.1162/089976602317318938.
- Wiskott L. 2003a. Estimating Driving Forces of Nonstationary Time Series with Slow Feature Analysis [OL]. <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0312317> [2017-06-10].
- Wiskott L. 2003b. Slow feature analysis: A theoretical analysis of optimal free responses [J]. Neural Computation, 15 (9): 2147–2177, doi:10.1162/089976603322297331.
- Yang P C, Zhou X J, Bian J C. 2000. A nonlinear regional prediction experiment on a short-range climatic process of the atmospheric ozone [J]. J. Geophys. Res., 105 (D10): 12253–12258, doi:10.1029/2000JD900098.
- 杨培才, 卞建春, 王革丽, 等. 2003. 气候系统的层次结构和非平稳行为: 复杂系统预测问题探讨 [J]. 科学通报, 48 (13): 1470–1476. Yang Peicai, Bian Jianchun, Wang Geli, et al. 2003. Hierarchy and nonstationarity in climate systems: Exploring the prediction of complex systems [J]. Chinese Science Bulletin, 48 (19): 2148–2154, doi:10.1360/03wd0175.
- Yang P C, Wang G L, Zhang F, et al. 2016. Causality of global warming seen from observations: A scale analysis of driving force of the surface air temperature time series in the Northern Hemisphere [J]. Climate Dyn., 46 (9–10): 3197–3204, doi:10.1007/s00382-015-2761-4.
- 周树荣, 吴铭蟾, 倪祥斌. 1996. 质子耀斑活动区的再现规律 [J]. 空间科学学报, 16 (4): 293–298. Zhou Shurong, Wu Mingchan, Ni Xiangbin. 1996. Recurrent law of the active regions of proton flares [J]. Chinese Journal of Space Science (in Chinese), 16 (4): 293–298.