维普资讯 http://www.cqvip.com

一种改进的Delaunay三角网生长算法

韦文杰[1]，周振红[1]，彭记永[2]，周明智[1]

（1. 郑州大学环境与水利学院，郑州 450002；2. 郑州市气象局，郑州 450003）

摘　要：针对Delaunay三角网生长算法构网效率不高的问题，引进逐点插入法中的凸壳技术，利用凸壳作为初始多边形构建Delaunay三角网；在搜索前，按一定规则对搜索范围进行限制；在搜索三角形的第3点时，采用直线方程正负区域进行判别。测试结果表明，改进的算法在构网效率上有明显提高，在精度方面也有一定的改善。

关键词：不规则三角网；Delaunay三角网；凸壳

中图分类号：TP312　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1673－7148(2008)02－0080－03

引　言

不规则三角网TIN（Triangular Irregular Network）是数字地面模型DTM（Digital Terrain Model）的一种重要的表述形式。在图像处理等领域，通常不规则三角网TIN由离散数据点集的地图数据生成。在现有的三角网中，Delaunay三角网因具有“空外接圆”和“最小内角最大”性质而被广泛使用。

1908年，Voronoi首先在数学上定义了二维平面上的Voronoi图[1]。1934年，Delaunay由Voronoi图演化出了更易于分析应用的Delaunay三角网[2]：由连接所有相邻的Voronoi多边形的生长中心形成Delaunay三角网。

依据Delaunay三角网的实现过程，构建Delaunay三角网的算法总体可分为3类：Shamos和Hoey提出的分治算法[3]、Lawson提出的逐点插入法[4]及Green和Sibson提出的三角网生长算法[5]。3种算法中，分治算法构网速度快，但采用递归的方法，占用的内存大，数据预处理及优化的工作量大；逐点插入法实现简单，占用的内存空间小，但运行速度慢；三角网生长算法构网精度高，但算法复杂。

本文通过引进凸壳技术等方法，从构网效率和精度两个方面对上述三角网生长算法进行改进。

1　三角网生长算法

Brassel和Reif[6]于1979年提出的三角网生长算法的思路是，首先找出离散点集中距离最短的两点，连线成为Delaunay三角网的初始基线；按Delaunay三角网的判别法则（即它的两个基本性质），然后找出第3点，第3点应位于基线右侧；连接新点与原来两点形成两条新边；然后再找出包含此两边的另外两个Delaunay三角形的第3点；依次循环处理所有新生成的边，直到所有点都成为Delaunay三角网的点。

三角网生长法的优点是占用内存空间较小，但时间效率较低，算法的大部分计算时间均花在搜索符合要求的给定基线的领域点过程中，也就是对于“第3点”的搜索。而目前各种不同的生长算法也多在搜索“第3点”上做文章[7]，以期减少搜索时间来提高效率。如Mc Cullagh和Ross[8]通过把点集分块和排序改进了点搜索方法。

2　改进算法思路

经过剖分的三角网，需要满足3点基本要求。

①唯一性：三角网是唯一的。

②空圆特性：保证最邻近的点构成三角形，即三角形的边长之和尽量小，且三角形的内接圆中不包含其他三角形的顶点。

③最大最小内角特性：三角形的最小内角尽量最大，即三角形尽量接近等边。

由第②特性和第③特性可知，三角形的最小内角越大越好，仅使用最邻近的3个点组成三角形，这

收稿日期：2007－11－05

作者简介：韦文杰（1981－），男，河南西平人，硕士研究生，从事岩土工程研究. E-mail：wwj313448@163.com

维普资讯 http://www.cqvip.com

就为限制搜索范围提供了可能。同时在不考虑三角网边界约束点的情况下,所构建的三角网模型周边的三角形比较狭长,地形描述能力显著下降,这就是原算法对边界点的忽略所致。

针对原算法忽略边界约束点而导致三角网模型出现狭长三角网的缺点,改进算法引进逐点插入法中的凸壳思想,利用约束点形成凸壳,并将凸壳作为包含所有离散数据点的初始多边形,再以凸壳的第一条边为初始边找到满足条件的第3点,构建第一个 Delaunay 三角形。然后以新生成的两条边分别进行扩展直到扩展完毕,即生成满足要求的三角剖分网。生成三角网能较好表达真实地形,且对"第3点"的搜索范围进行区域化限制,缩减搜索相关离散点个数,仅对范围内离散点进行判断以达到找到"第3点"的效果,从而缩短整体算法时间。

3 改进算法实现步骤

改进算法流程为:开始→读入离散点→生成凸壳→确定基线,限定范围,搜索"第3点"→利用直线方程及正负区间舍去基线左侧离散点→生成第一个三角形→扩展至第 K 个三角形→生成三角形→结束。

3.1 生成凸壳过程

常用的凸多边形生成算法有经典的格雷厄姆(Graham)(1972)扫描算法及相应的改进算法和分区算法。本文采用格雷厄姆方法生成离散点的凸壳。其依据是,凸多边形的各顶点必在该多边形任意一条边的同一侧。此方法步骤如下[9-10]。

(1)设凸集中 y 坐标最小的点为 p_1,把 p_1 同凸集中其他各点分别用线段连接,并计算这些线段与水平线的夹角。然后按夹角大小及到 p_1 的距离进行词典式分类,得到序列 $p_1, p_2, p_3, \cdots, p_n$,依次连接这些点,便得到一个多边形。$p_1$ 点是凸壳边界的起点,相邻的 p_2 与 p_n 也必是凸壳顶点。$p_n+1=p_1$。

(2)删去 $p_3, p_4, \cdots, p_{n-1}$ 中不是凸壳顶点的点,方法如下:① 设置两个计数变量 k 与 j,并初始化 $k=4, j=2$;② 如果点 p_1 和 p_k 分别在线段 $p_k p_{k-1}$ 两侧,那么删去点 p_{k-1},后继顶点编号减1,同时令 $k=k-1, j=j-1$,否则 p_{k-1} 暂为凸壳顶点,并记录;③ 令 $j=j+1$,执行第②步骤判断下一个顶点,直到 $j=k-1$ 为止;④令 $k=k+1$,执行第②步骤,直到 $k=n+1$ 判断完所有的顶点为止,此时所得的顶点即为构成凸壳的顶点。

(3)顺序输出凸壳顶点。将凸壳点存入链表 S 中,同时把组成凸壳点的边界点标志置为 true。

3.2 三角网生成过程

(1)需要设计两个计数变量 K 和 L,K 记录已扩展的三角形数,L 记录已形成的三角形数。设置3个数组 $t_1[\ ]$、$t_2[\ ]$ 和 $t_3[\ ]$ 用于存放所构成的三角形的顶点编号,并分别把 K、L 置初值为1。

(2)读入包括边界点的所有原始离散点,并存入链表 S_1 中。

(3)以边界点构成的凸壳中,选择距离最短的边界线段 AB 作基线,在链表 S_1 中寻找距点 A、B 连线张角最大且位于连线右侧的点 P,作为第一个三角形的第3个顶点,并分别置 $K=1, L=1$,同时判断 P 点是否为边界点。

(4)扩展第 K 个三角形的 $t_1[k]-t_2[k]$ 边:以 $t_1[k]-t_2[k]$ 边为界的、位于 $t_3[k]$ 同侧的数据点应排除在外。为了提高搜索效率,这里对所要搜索的范围进行限制。范围限制具体实现算法步骤是:

①计算出每个离散点与其他离散点的距离,记录下最小距离。

②所有的最小距离中,记录下其中的最大值 L。

③计算并记录位于以每一个点为中心、边长为 $3L$ 的正方形区域的其他每一个点。

④在进行搜索时将给定基线的两个端点的搜索范围点合并。

对于在限定范围内的搜索,这里利用直线方程及其正负区域的判别原理来实现这一过程。令 $t_1[k]$、$t_2[k]$ 的平面坐标分别为 (x_1, y_1)、(x_2, y_2),则 $t_1[k]-t_2[k]$ 边的直线方程为

$$f(x, y) = y-(ax-b) \tag{1}$$

式中,$a=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$,$b=(x_1y_2-x_2y_1)/(x_2-x_1)$。

若数据点 P,其平面坐标为 (x, y),将 P 点及 $t_3[k]$ 点均带入上式,并判断:$f(x, y)>0$,P 点位于 $t_1[k]-t_2[k]$ 边的正区;$f(x, y)=0$,P 点位于 $t_1[k]-t_2[k]$ 直线上;$f(x, y)<0$,P 点位于 $t_1[k]-t_2[k]$ 边的负区。

若 P 点及 $t_3[k]$ 的结果同号(即同位于正区或负区),则 P 点不是待扩展的点。利用三角形余弦定理,在所有可能的扩展点中找出扩展边张角最大的点,该点即为满足 Delaunay 三角形条件的扩展点,将该点作为扩展三角形的第3个顶点,将其坐标送入 $t_3[k]$ 中,并令 $L=L+1$。

为避免重复和交叉,要检查新三角形的3条边中是否有某条已被形成的三角形使用过两次。若

维普资讯 http://www.cqvip.com

是,该新三角形无效,令 $L=L-1$;若非,此新三角形被确认。

(5)使用同一方法扩展第 K 个三角形的另两边,之后令 $K=K+1$。

(6)对第 K 个三角形重复步骤4和5,直到 $L=K$ 为止。

4 实例测试

改进的算法,采用 Visual C++6.语言编程,在 Celeron(R)CPU 1.80 GHz、256M 内存、Windows XP 微机环境下进行测试。图1为由某工程的地形离散数据点按改进算法构建的三角网模型,离散数据点1 533个。测试的点数与关系时间图如图2所示。其中,10 000个离散数据点构建三角网所需时间约2 s左右。

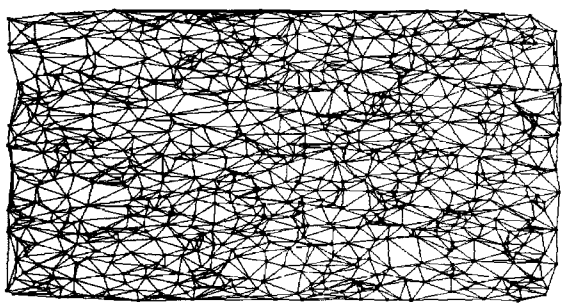

图1 三角网模型的平面图

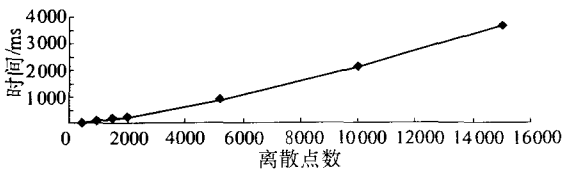

图2 离散点数与三角网化时间关系图

5 结 论

实例测试结果表明,改进的算法时间复杂度为 O(NlogN),构建三角网所需时间和点数接近线性关系,呈现出较高的构网效率;而 Brassel 和 Reif 的原生长算法的时间复杂度为 $O(N^{3/2})$。同时,改进算法构建的三角形无交叉、重复,得到的数字高程模型能较好反映地面真实形态。

参考文献

[1] Voronoi G. Nouvelles Applications des Parameters Continus, a la Theorie des Formes Quadratiques, Deuxieme Memorie: Recherches sur les Parrallelloedres Primitifs[J]. Jounal fur die Reine und Angewandte Mathematik, 1908(134):198-287.

[2] 武晓波,王世新,肖春生. Delaunay 三角网的生成算法研究[J]. 测绘学报,1999,28(1):74-77.

[3] Shamos M I, Hoey D. Closest-Point Problems[C]//Proceedings of the 16th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science. Berkeley CA USA: University of alifornia, 1975:151-162.

[4] 蒲浩,宋占峰,蒋红斐,等. 三角网数字地面模型的生成及其在路线设计中的应用[J]. 铁道学报,2000,22(3):74-77.

[5] Lawson C L. Software for C Surface Interpolation[C]//In: RICE J R. Mathematical Software Ⅲ. New York: Academic Press, 1977: 161-194.

[6] Brassel K E, Reif D. Procedure to generate thissen polygons[J]. Geographical Analysis, 1979(11):289-303.

[7] 邵春丽,胡鹏,黄承义,等. Delaunay 三角网的算法详述及应用发展前景[J]. 测绘科学,2004,29(6):68-71.

[8] Mc Cullagh M J, Ross C G T. Delaunay triangulation of a random data set for is arithmic mapping[J]. The Cartographic Journal, 1980(17):93-99.

[9] Graham R L. An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set[J]. Info Proc Lett, 1972(1):132-133.

[10] 李国庆,马凤山,邓清海. 基于凸多边形的 Delaunay 三角剖分[J]. 工程地质计算机应用,2007,46(2):8-11.

An Improved Growth Algorithm for Building Delaunay Triangulation

Wei Wenjie[1], Zhou Zhenhong[1], Peng Jiyong[2], Zhou Mingzhi[1]

(1. College of Environment and Water Conservancy of Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China;
2. Zhengzhou Meteorological Office, Zhengzhou 450003, China)

Abstract: To aim at the problem that the efficiency of building delaunay triangulation was relatively poor, convex-frame was adopted to build initial polygon, and then to construct the delaunay triangulation. Before searching, the scope of search was restricted according to certain rules. Also, we searched the third point of the extensional triangle by using regional discrimination principle of the linear equations. The experiments show that there is obvious enhancement in efficiency by the improved algorithm, and also certain improvement in precision.

Key words: triangular irregular network(TIN); delaunay triangulation; convex-frame