<b>第10卷 第</b> 3期	南京气象学院学报 Journal of Nanjing Institute	Vol.10, No.3
1987 年 9 月 of Meteorology		Sep., 1987

# 国外晴空湍流研究评述

### 赵颂华

#### (空军气象学院)

晴空湍流(Clear Air Turbnlence,以下简称CAT)是指出现在9千米以上高空、且 与对流云无关的湍流。它排除了与对流性不稳定边界层及深厚对流有关的湍流,却并未 排除非对流性云(多指卷云)中存在的湍流。因此,有人认为采用"急流湍流"或"高空 湍流"的术语似更合适。

近年国外有关CAT 的探测资料表明, CAT 区的水平宽度约为100千米, 在顺风 方向上可延伸至200千米, 其垂直厚度多介于 200—1500 千米; CAT 区中约有60%的湍流 碎片可持续 6 小时。很清楚,这种呈零星斑点状分布且历时短暂的CAT 是中小尺 三天 气现象。CAT 是影响对流层上部飞行的主要危险天气。业经证实, CAT 影响着较二尺 度的大气运动; 由 CAT 引起的强烈输送效应和混合效应可改变大气的中尺度结构。因此, CAT 的研究已超出了航空气象学的范围。

本文评述了美英等国关于CAT 研究的主要成果。

# 一、CAT与静力稳定度及垂直风切变

自由大气中,可能形成湍流的原因通常有两个,即气层的静力不稳定性及静力稳定 切变气流中的雷诺应力。对于CAT,主要是后者。

理论研究和经验事实都表明,在气流垂直切变大的稳定气层的内界面上,经常发生 Kelvin-Hemholtz波(K-H波),且当切变超过临界值时,波动变得不稳定,并自发 地增长,"破碎"而形成湍流。

 $R_i$ 数[=g( $\Gamma_d$ -r)/ $\overline{T}$   $\eta^2$ , g 为重力加速度;  $\overline{T}$  为气层的平均温度;  $\Gamma_d$ 为干 绝 热 温度直减率; r 为气层的实际温度直减率;  $\eta = \partial u/\partial z$  为气层的垂直风切变]是判断 有 垂直风切变且热力不均匀的气层中湍流发展与否的特征量。 $R_i$ 数越小,越有利于 湍 流 发展; 反之,则越不利于湍流的发展。

通常,当Ri数<Ric数(临界Ri数)时,湍流必将发展。1972年Arya<sup>[1]</sup>认为,能触发湍

1986年4月7日收到, 10月6日收词修二稿

流的临界条件与切变应力关系密切,借助于雷诺应力方程和湍流能量方程,可得到用相关 系数表示的R<sub>ie</sub>数的关系式,由此求得的R<sub>ie</sub>数的值在 0.15—0.25 之间变化,这与由实测 数据求得的R<sub>ie</sub>数值相符。Arya还认为, R<sub>ie</sub>数的值由地面往上是有所增加的。

R,数的计算要求用垂直分辨率高的风和温度的探测资料。目前用常规探空测风资料

求得的 $R_i$ 数值均偏大(参见第三节)。1978年,Keller<sup>[2]</sup>根据飞机测量数据求得 $\frac{g}{T}(\Gamma_a - r)$ 随 $\eta^2$ 变化的相关图(图略),发现二者的相关系数为0.412。这表明,在静力稳定气层中, 产生强垂直风切变区的天气尺度流型与CAT的形成及其强度有一定的相关性。

1965年Wilson<sup>[3]</sup>曾指出,在水平面上, $\beta \left( = \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}, \theta$ 为位温)为正值的弯曲气 流中,如果

$$f\left(\frac{\partial u}{\partial y} - f\right) > g\beta \frac{l^2}{m^2}$$
(1)

则将出现垂直波数为m和水平波数为1的环胞状横向流动的不稳定现象。(1)式要求横向风速梯度(∂u/∂y)为反气旋性的,且其值大于科氏参数(f)。

1969年, Scorer<sup>[4]</sup>介绍Shabbar, M.(1968,未发表)将上述判据推广到包括垂直 凤灯变的情况,得到

$$f\left(\frac{\partial u}{\partial y} - f - 2\frac{1}{m}\eta\right) > g\beta \frac{1^2}{m^2}$$
 (2)

只要 $\frac{\partial u}{\partial y} > f$ ,则在 $\eta^2 > \frac{g\beta}{f} \left( f - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ 成立的情况下,必定有实际的 1/m 值满 足(2) 式。然而,即使 $\partial u/\partial y \gg f$ ,  $\eta$  也足以削弱气流的稳定性。例如,以 $\partial u/\partial y = f/2$ 的特例 而言,要求 $\eta > (g\beta/2)^{1/2} = 5 \times 10^{-3} \Re^{-1}$ ,这种每千米垂直风切变达 5 米/秒的情况并不 少见。显然,典型的急流很容易以这种方式变得不稳定;急流的大值 $\partial u/\partial z$ 处和大的正 值 $\partial u/\partial y$ 处,正是CAT出现频繁之处。

## **二、**CAT的形成

CAT 的形成机制通常有两种,即静力稳定气层中强的垂直风切变和背风坡上 空 的 **驻波及转子流。后者可由背风波的准定常特性来说明**,在这里只讨论前者。由于CAT不 具有产生涡度的固体边界和热泡那样的条件,所以应该探讨 CAT 所特有的涡度的形成 及其变化机制。

1. 涡度的形成及变化

1963年, Scorer和Wilson<sup>[5]</sup>认为,在除重力以外没有其它体积力作用的条件下,

密度可变的非粘性流体的运动加速度为

$$\vec{a} = \frac{D \vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \text{grad} \left(\frac{1}{2} \vec{V}^2\right) - \vec{V} \times \vec{W}$$
$$= \vec{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad} P = \vec{g} - \frac{1}{\tau} \text{grad} \widetilde{W}$$
(3)

式中 $\vec{a}$ 、 $\vec{V}$ 及 $\vec{W}$ 分别为流体的加速度、速度及涡度:  $\rho$ 和P分别为流体的密度和压力;  $\tau$ 和 $\vec{W}$ 分别为绝热过程中 $\rho$ 和P的置换量,  $\tau = 1/\theta$ , 位温 $\theta = T\left(\begin{array}{c} P_1 \\ P \end{array}\right)^{(k-1)/k}$ , T为

温度,  $P_1$ 为标准气压, 故 $\widetilde{W} = \frac{kR}{k-1} \tau T \left( k = \frac{c_v}{c_p} \right)$ 。

消去了 P 或 $\widetilde{W}$ ,则此种分析对于不可压缩流体和可压缩流体是等同的。对于这两种情况, 静力稳定度可用相同的符号来表示,即 $\overrightarrow{N}$  = gradP/ $\rho$ 或 $\overrightarrow{N}$  = grad $\tau/\tau$ 将 $\tau$ 乘以(3)再 求旋度,稍加整理可得

$$\tau \operatorname{curl} \left( \begin{array}{c} \partial \overrightarrow{V} \\ \partial \overrightarrow{t} \end{array} - \overrightarrow{V} \times \overrightarrow{W} \right) + \operatorname{grad} \tau \times \overrightarrow{a} = \operatorname{grad} \tau \times \overrightarrow{g}$$

然后将curl (V×₩)展开,并注意到 div₩=0, 有

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot grad) \vec{W} + \vec{W} div \vec{V} - (\vec{W} \cdot grad) \vec{V} = \frac{1}{\tau} grad\tau \times (\vec{g} - \vec{a})$$

 $\frac{D\vec{W}}{Dt} = -\vec{W}div\vec{V} + (\vec{W}\cdot grad)\vec{V} + \vec{N}\times(\vec{g}-\vec{a})$ (4)

上式右侧第一项表示由辐散引起的涡度变化;第二项表示由于风场不均匀引起的涡线倾斜而有的涡度变化;第三项表示由密度梯度引起的涡度变化,或为重力的产物,或为加 速运动中惯性的产物。

就中小尺度运动而言, 当 $\vec{a} \ll \vec{g}$ 时可略去 $\vec{a}$ ; 由辐散项引起的涡度变化部分亦暂略 去.见图1。为简单起见,这里只讨论定常情况下YOZ面内的二维运动,故涡度方程的 横向分量方程可用下式来表示

$$q \frac{\partial \eta}{\partial s} = g\beta \sin\alpha \qquad (5)$$

式中q为速率, a为流线 s 的水平倾角。



图1 水平二维流动中的涡度分量

即

$$=\frac{g\beta_0}{q_0}\delta z \qquad (\cdot q_0\beta=q\beta_0) \qquad (6)$$

式中下足标为"0"的量均为沿流线的值;  $\delta z$  为由测量  $\beta_0$  和  $q_0$  的初始高度以上的垂直 位移,见图2。



图 2 据(5)式,当流线倾斜时产生的涡度

(5)式表示由斜升运动产生的前向切变(指沿气流方向速度向上递增的切变)的一种 度量。我们注意到,如果流动开始时没有涡度,那么在这种情况下 R<sub>i</sub> 数 将 由(6)式 可得

$$R_{i} = \frac{g\beta}{(\delta\eta)^{2}} = \frac{q^{2}}{g\beta(\delta z)^{2}}$$

对于流线中某给定波型(即给定的δz)而言,最小的R<sub>i</sub>数出现在β值为最大之处。这个 结论十分重要,它为在稳定气层中观测到很多CAT提供了一种解释(相同的结论也可用 于沿锋区的斜升气流,只是这时q为上滑气流的速率)。

层结稳定性对湍流发展的影响,在扰动出现之前和出现之后是有所不同的。当未出 现扰动时,层结越稳定,R;数亦越大,致使湍流不易发展;这时,只有层结不稳定才促使 湍流易于发展。然而一旦出现扰动,则层结稳定有助于初始涡度的产生,进而使R;数减 小并使湍流也能发展。其实,层结不稳定仍将使湍流得到发展。

由此可见,层结稳定在初始涡度产生中的重要作用,只是在气流受到扰动且有波动 形成的情况下才能表现出来。因为如果这时没有扰动,则无涡度产生,更谈不上触发湍 流了!还可以进一步推论,与CAT关系密切的急流,必须在流动倾斜且出现扰动的时 候,才能将其动能转换为供 CAT发展所需的能量。

2.次级涡度的形成及其变化

我们仍用(4)式

$$\frac{\vec{D} \cdot \vec{W}}{\vec{D} \cdot t} = -\vec{W} d_{iv} \vec{V} + (\vec{W} \cdot grad) \vec{V} + \vec{N} \times (\vec{g} - \vec{a})$$

进行讨论。为方便起见,下面用沿流线的切向 $(\vec{t})$ 、主法向 $(\vec{n})$ 及次法向 $(\vec{b})$ 所确定的 正交单位座标系,见图 3。将上式进行适当处理,可得定常情况下的涡度方 程

$$\vec{V}_{grad} \frac{\vec{W} \cdot \vec{t}}{q} = 2K\vec{W} \cdot \vec{n} + Kq\vec{N} \cdot \vec{b} + \frac{1}{q}(\vec{N} \times \vec{g}) \cdot \vec{t} - \frac{\vec{W} \cdot \vec{t}}{q}div\vec{V}$$
(7)

式中K为曲率,流线上凸时为正值;反之,为负。

(7)式右侧第一项表示,如果主法向无 涡度,那么气流必须倾斜或弯曲才能产生次 级涡度;第二项表示除非密度梯度 与 次法 向垂直,否则密度梯度要转向,直至 Ñ 与主 法向相反;第三项表示重力效应,但限于重 力在流线法向的分量所起的作用。以上两项 合起来表明,当流体的等密度面与局部水平 面斜交时,前者必将发生旋转直至与后者相 重合。最后一项表示由于流场辐散辐合而引 起的次级涡度变化,因为它并不反映角动量 绕流线的变化,故不重要。



离心力的影响包括在第一、二项之中。因

$$\vec{W} \cdot \vec{n} = \vec{W} \cdot \vec{b} \times \vec{t} = \vec{t} \times \vec{W} \cdot \vec{b} = \frac{1}{q} \operatorname{grad} \frac{1}{2} q^2 \cdot \vec{b}$$

且 $\vec{b} \cdot \vec{a} = 0$ : 再令 $\lambda = \log(\tau q^2/2)$ 为单位体积流体的动能的函数。故此前两项可组合为

$$2K \cdot \vec{W} \cdot \vec{n} + Kq \vec{N} \cdot \vec{b} = 2K \left(\frac{1}{q} \operatorname{grad} \frac{1}{2}q^2 + \frac{1}{2} \frac{q}{\tau} \operatorname{grad} \tau\right) \cdot \vec{b} = Kq \operatorname{grad} \lambda \cdot \vec{b} \quad (8)$$

由此可见:一、只要grad  $\lambda$  的方向与主法向不重合,则必将有次级涡度产生,如果它足以 克服重力的稳定性效应,那么沿流线方向上,小扰动将以等  $\tau$  面波纹状振幅加大的方式而 增长。二、因Kqgrad  $\lambda = 2$ Kq·grad( $\tau q^2/2$ )/ $\tau \cdot q^2$ ,故次级涡度除了与K和grad( $\tau q^2/2$ ) 成正比外,还与气流的动能( $\tau q^2/2$ )成反比,亦即动能越大时,次级涡度越难形成。这可以 解释急流中不易形成次级涡度,只是在急流周围(或其它风小之处)才易形成次级涡度的 事实。

3.离心不稳定<sup>[5]</sup>和波纹状扰动

在静力稳定度很弱和/或风切变很强的气层中,由曲率产生的流体运动加速度 显 著 地影响气流的不稳定性。下面将讨论:在什么情况下,曲率的这种不稳定效应会超过静 力稳定性(与重力有关)的问题。

1963年, Scorer 和 Wilson<sup>151</sup> 用小扰动法讨论了流线凹凸时,流动的不稳 定 性 问题。他们假设波动是二维的,扰动以在浅薄气层内绕流线的次级涡度的形式出现。在小 扰动的情况下, q 保持原来的未扰动值。这时可将(4)式改写(略去辐散效应)如下

$$2q \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} = (Kq \frac{\partial \lambda}{\partial n} - \frac{\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{N}}{q} \cos \alpha) \sin \phi \qquad (9)$$

式中 \ b 为等 \ T 面绕流线旋转的角速度; s 为沿流线的弧长; 其余符号均同前。令未扰气

流的N指向下(为静力稳定情况)。然后再根据

$$Kq\frac{\partial\lambda}{\partial n} \leq \frac{\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{N}}{q}\cos\alpha$$

即可判断扰动是否稳定。K的正负号同(7)式。当λ向上增大时∂λ/∂n为正值;反之, ∂λ/∂n为负值。由此可见,气流中凡属曲率大、相对于水平面的倾角大以及风切变大之 处,最容易发生不稳定。但这种不稳定性受到密度梯度的制约。图4表示由离心不稳定 引起的流面波纹状扰动情况。



图4 由离心不稳定引起的范面波纹状扰动

比分裂成小涡旋的衰退更为迅速。另一方面,由于二维波动陷进了存在初始转子流的气 层中,而并非衰退为较小尺度的涡旋,故其持续时间较长。因此,二维湍流一旦形成, 则将有更多的机会被人们观测到。

4. CAT 形成的概念模 式

近十多年来,不少人根据各种湍流探测器获得的资料,分析研究 CAT的结构(破碎 K-H波 的 结构)。有些探测结果的分析表明,CAT 的能量耗散率接近于天气尺度变形

场(与急流/锋面有关)作用下某气层 中垂直风切变的增强率(如Kennedy 和 Shapiro, 1975, 1980<sup>[6]</sup>),并且 K-H不稳定性与相应的湍流沿着具 有天气尺度风场的等熵面往远处传输 (Gary, 1981)。这除了为日后 CAT 预报选定数值处理方案提供基础外, 对CAT 的形成也作了清晰 阐 述。

图 5 表示了 CAT 的形成过程。 从左到右, 图中的方块表明天气尺度 的静力切变气层(其中可存在较小尺 度的不连续)的产生,此浅薄气层可 以吸收由下面往上传输的重力波的能



前面曾述及,存在于未扰气流中的浅薄切变层将

应注意,在稳定气层中三维湍流的能量,主要以稳定

波动的形式传输给环境空气, 故促使这种衰减进行得

图 5 CAT 形成的概念模式

量 (Hines, 1968; Bretherton, 1969; Jordan, 1972), 因而在此高度上, 不稳定的 K-H波得以自发增长、"破碎"而形成湍流。Reiter(1969)指出, 此种破碎的K-H

不稳定气流的速度谱与实测的湍流谱一致。换言之, CAT是天气尺度的动能通过K-H 波不稳定产生的内耗散的表现。对于形成 CAT 的天气尺度风场和温度场的缓慢变化而 言,如果调整到平衡状态的时间短暂,就可以达到定常状态。只要天气尺度的运动场持 续地"扰乱"风切变与静力稳定度之间的平衡, CAT 就将保持下去。

### 三、判断 CAT 的三种指数

长期以来, R<sub>i</sub>数一直是分析自由大气湍流情况的唯一判据。人们曾提出几种根据常规探空和测风资料计算R<sub>i</sub>数的大小以及确定低值R<sub>i</sub>数区的方法(如Kronebach, G.W. 1964,等),但不少研究都指出,真正包含湍流的气层的时空尺度很小,而用这种常规 资料求得的R<sub>i</sub>数是在较长的时间和好几个浅薄气层中R<sub>i</sub>数的平均值,无疑是大都偏大。 究其原因,除了分辩率未能满足要求外,还有时空差异和垂直格点间距不合适等因素。 常规探空(及测风)施放的时间和地点是固定的,飞机报告(湍流区)的时间和地点与之有 偏离,以致求得的R<sub>i</sub>数与飞机报告情况不符。这种时空差异的影响,对于天气尺度系统 (或运动)可能并不重要,但对于中小尺度系统(或运动)却很重要。随着所研究对象的尺 度的减小,这种影响将更为突出。为此,必须寻求某些与R<sub>i</sub>数有关的新参数来判断 CAT。

#### 1. 【指数

1965年, Colson和Panofsky<sup>[7]</sup>提出一个与湍流能成正比的 I 指数

$$I = (\Lambda \vec{u})^2 (1 - R_i / R_{i\nu})$$
(10)

式中Δu为穿过高空浅薄斜压区的风矢差。R<sub>ic</sub>数的值理应取 0.25,但由常规探空资料 求得的R<sub>i</sub>数均偏大,故不得不取较大些的R<sub>ic</sub>数值(如0.75),以期获得更好些的结果。

通过对CAT试验资料的分析,他们发现 CAT 强度与 I 的平均值和变化范围有密切 关系,分别见表 1 和表2。

CAT 强度	强	中度	轻	无
I (平均)	27.5	10.5	-1.7	-9.7

表 1 CAT 强度与 I 的平均值

表1表明,强湍流与中度湍流的平均 [ 值之比为27.5/10.5=2.6。又强湍流的实测 阵风风速的变化范围为10.7—15.3米/秒,平均为13米/秒;而中度湍流的阵风变化范围 为6.0—10.6米/秒,平均为8.3米/秒。两者的平均速度平方之比为2.4。由此可见,平均 I 值与阵风风速的平方(或湍流能)大致成正比,这正是 I 指数可作为 CAT能量度量的 依据。

出现 <sub>次数</sub> I CAT强度	<-25	- 25- 0	0 —25	25—50	>50
轻一中度	0	15	10	8	9
中度	0	7	17	15	16
中 度一强	0 ·	4	7	11	20
 强	0	0	3	1	8
总计	0	26	37	35	53
中 度 一 强 以 上 所占百分数(%)	0	15.4	27.0	34.3	52.8

表 2 CAT 强度与 I 的变化范围

但由表 2 可见,当 I > 50 时,发生中度一强以上的湍流的 次 数 约 占 总 次 数 的 52.8%;当25 < I < 50时,则约占34%。特别是当R<sub>i</sub>>R<sub>ic</sub>时,按理应无CAT出现,可 是在151次探测中仍有26次出现 CAT,且中度以上者占42%。这又是 I 指数的 不 足 之 处.

2.ter指数

1974年, Oard<sup>181</sup>根据拉格朗日观点,利用R<sub>i</sub>数的时间变率,提出一个判断CAT 潜势的t<sub>er</sub>指数

$$t_{er} = \ln R_i / \Phi \tag{11}$$

式中 $t_{cr}$ 为气层达到 $R_{is}$ 数值<sup>•</sup>所需要的时间;  $\Phi \equiv -\frac{D}{Dt} \ln R_i$ , 是随空气运动过程 中  $R_i$ 数

的时间变率,即所谓的诊断Ri数倾向 (Diagnostic Richardson Number Tendency, DRT).

由(11)式可见,小值 t<sub>er</sub>(即CAT 潜势高)出现在 $\Phi \ll 0$ 之处和 $R_i$ 数的相对低值区.因此,t<sub>er</sub>数的大小及其等值线分布,可用来判断CAT的潜势或发展。此论点得到Oard (1974)和Dutton(1979)所分析研究 CAT个例的结论的支持。

由于飞机报告的中度以上 CAT 多出现在 250 — 300h Pa 高度附近, 故选择 250或 300h Pa等压面来表示ter场与CAT 的相对极大区的交截之处。由此得到的大部分中度以上 CAT区的水平尺度均不超过 100千米,且它们与等 ter 线的低值区的位置接近一致。

就短时预报而言,ter场的预报可根据风场的平流来拟制,它与早期用于天气预报的涡

٩.,

<sup>•</sup> 已知对于无限薄的气层, R<sub>i</sub> c数理应取0.25, 但觉常规探空测站网提供的天气尺度数据的本性而言, Oard 断 然取R<sub>i</sub> c数为1。尽管如此, 作为CAT潜势相对度量的t<sub>c</sub>,场的特性仍保持不变

度守恒正压模式相类似.

3.SCATR指数(Specific CAT Risk Index)

1983年, Keller<sup>191</sup>根据"天气尺度过程的动能,通过K—H波不稳定性供给 CAT 能量耗散之需"和"K—H不稳定性与相应的湍流由源地沿平均气流向下游传输"的原 理,提出了 SCATR 指数

SCATR=(E)<sub>AP</sub>+
$$\sum_{i} a \frac{\overrightarrow{n_{i} u_{i}}}{|u_{i}|} (E_{i})_{\Delta P}$$
 (12)

式中右侧第一项(E)<sub>AP</sub>  $\left[ = -\frac{1}{24} \left| \begin{array}{c} \overrightarrow{\partial} u_i \\ \overrightarrow{\partial} P \end{array} \right| \Phi(\Delta P)^2, 其中 \Phi \equiv -\frac{D}{Dt} \ln Ri \right] \mathcal{E} \Delta P$  气层中 湍流形成所需动能的供给率或湍流能的耗散率; 第二项为某较远点 i 处的 E<sub>i</sub> 的平 流 贡 献, n 为单位方 向 矢量,  $\overrightarrow{u_i}$ 为风矢量,由于此种贡献具有衰减效应,故在该项中 增添 衰减因子 a.

由(12)式可见,任何强度 CAT 出现的可能性是与该处 SCATR 数值成正 比 增 加 的。图 6 是1978年 4 月12日00时250h Pa等压面上SCATR等值线的分布情况,同时注明 12小时以后的飞机报告。由图 6 可见,CAT 区与 SCATR 等值线的分布有良好相 关。 这证实了中小尺度的 CAT 现象是由天气尺度的动力过程造成的。因此,SCATR 指 数 可用客观分析的格点数据进行计算。

由以上讨论可清楚看出:以 诊断Ri数倾向为基础的tar指数和 SCATR指数,是以天气尺度进 行讨论的,因而对Ric的解释也 就不再限于与无限薄气层相联系 的经典意义了:诊断R 数顶向法 不是记无线电探空数据作为直接 确定 CAT 的依据,相反地,而 是通过这种探测数据反映以中尺 度能量供给 CAT 的天气尺度活 动中心。它们都可以根据国家气 象中心客观分析的格点数据计算 得到。SCATR 指数比ter 指数又 有进一步改进,最突出之处是对 K—H波进行次网格过程的参数 化,并且它是按照与湍流报告时 间最接近的相应的格点数据来计



算的。就目前试验阶段的结果而言,应用SCATR指数预报CAT的准确率已超过经验预报 结果。通过外场研究和改进,SCATR指数的预报能力(包括拟制 CAT 的短期预报和中

369

#### 期预报)必将会进一步提高。

#### 参考文献

- [1] Arya, S. P. S., The critical condition for the maintenance of turbulence in Stratified flows, Quart.J.R., Met. Soc., 98, 264-273, 1972.
- [2] Keller, J.L., Prediction and monitoring of clear air turbulence: An evaluation of the application of the rawinsonde system, NASA CR-3072, 1978.
- [3] Wilson, S.D.R., Instability in a geostrophic wind with a transverse wind-speed gradient, Quart. J.R., Met. Soc., 91, 132-139, 1965.
- [4] Scorer, R. S., Mechanism of clear air turbulence, Proc. Symposium on clear air turbulence and its detection, Y-H Pao and Goldburg Editors, 34-50, 1969.
- [5] Scorer R.S. and Wilson, S.D.R., Secondary instability in steady gravity waves, Quart. J.
  R., Met.Soc., 89, 532-539, 1963.
- [6] Kennedy, P.I. and Shapiro, M.A., Further encounters with clear air turbulence in research aircraft, J. Atmos. Sci. 37, 996-993, 1980.
- [7] Colson, D.and Panofsky, H.A., An index of clear air turbulence, Quart. J.R., Met. Soc., 91, 507-513, 1965.
- [8] Oard, M.J., Application of a diagnostic Richardson number tendency to a case study of CAT, J.Appl.Meteor.13(7), 771-777, 1974.
- [9] Keller, J.L., CAT detection and forecasting using operational NMC analysis data, 9th Conf. of Aerospace and Aeronautical Meteor., AMS, 320-324, 1983.
- [10] Keller, J.L., Performance of a quantitative jet stream turbulence forecasting technique. The specific CAT risk (SCATR) index, AIAA, 84-0271, 1984.

. . )