# 涡度规则分布与非规则分布的转换

## 罗哲贤

(南京气象学院,南京,210044)

#### 摘 要

用一个 平面准地转正压模式积分 12 个模式日,研究涡旋相互作用问题。初始场上有一 个台风涡旋和一对涡旋偶极子,它们的等值线均为光滑、规则的分布。规则分布的涡旋之间的 相互作用,可以激发出一个非规则的貌似混乱的涡度分布区域。随着时间的演化,在这个非规 则分布的区域,一个相对有序的反气旋环流又逐渐显示出来。

关键词:涡旋,相互作用,规则分布,非规则分布,转换。

1 引 言

非线性系统的参数渐变地越过分支点后,系统状态会发生突然翻转。这是非线性系统 的一个根本性质。无论是在 prigogine 的耗散结构理论中,还是在大气动力学的理论研究 中<sup>[1~6]</sup>,这个根本性质都得到了极其清晰的反映。丑纪范<sup>[7]</sup>对此曾有专著评述。李崇银、黄 荣辉、杨大升、倪允琪<sup>[8]</sup>综合评述了近几年的进展。最近,周秀骥等 又发起和主持了非线 性问题的科学讨论。

本文将分析非线性系统的另一类转换。此类转换不涉及参数空间的分支点,是在不变 参数条件下时间演化过程中自行形成的空间构形的转换。这类转换包括两个阶段:第一阶 段,等值线光滑的构形有序的涡旋,激发出貌似混乱的空间间歇性涡度分布的区域;第二 阶段,在这个貌似混乱的区域内,系统又自行组织起来一个新的相对有序的反气旋涡旋环 流。从现象上看,这似乎是一个有序结构产生准无序的区域以及准无序区域又生成新的有 序结构的过程。

对于这类有别于越过分支点的流型转换问题,在耗散结构理论和大气科学领域,可能 尚未开展充分的研究。时间演化过程中混乱和有序之间的相互转换,有可能是科氏力场中 非线性系统的另一根本属性。鉴于问题的复杂性,这里只提出问题,并尝试性地给出初步 结果。

2 数值模式概述

取准地转正压涡度方程:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{2} + J(\ ,\ +\ f \circ h/H) + \frac{1}{x} = 0$$
(1)

1

655

式中 为地转流函数。为相对涡度或涡量,J为雅可比算子。 $f_0 = 2 \sin 0$ , = 2 cos 0/R, 为地球自转角速度,R 为地球半径, 0 为 平面中线处的纬度值,  $0 = 35 \text{ N}_{\circ}h(x, \gamma)$  为地形面高度,H 为均质大气厚度。

以 *L* 为特征水平尺度, (*L*)<sup>-1</sup> 为特征时间尺度, 将式(1) 无量纲化。这里, 令 *L* = 500 km, = 1.875 × 10<sup>-11</sup>m<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>。用差分方案对无量纲方程求数值解。计算区域为 4000 km × 4000 km, 格距 x = y = 26.667 km, 计 151 × 151 个格点。计算区域中心格点坐标为 *I* = 76, *J* = 76。*I*, *J* 分别为沿东西方向和南北方向的格点序号。从西向东, 从南向北依次增大。时步为 10 min。

地形面 h(x, y) 取以下形式:

式中 $h_0$ 为地形面最大高度。令 $h_0$ 的有量纲量为 2000 m。地形面呈东西向长轴、南北向短轴的椭圆形状,它们分别占据 1600 km 和 1067 km。地形面中心坐标为 I= 45, J= 66。

初始条件由下式给出:

$$(x, y, 0) = {}^{1}(x, y, 0) + {}^{2}(x, y, 0)$$
(3)

其中,

$$I(x, y, 0) = c \sin \begin{cases} \frac{1}{k^2 c} \frac{J_1(kr(x, y))}{J_1(k)} - \left(1 + \frac{1}{k^2 c}\right) r(x, y) & r < r_0 \\ \frac{K_1(r(x, y)/c}{K_1(1/c)} & r r_0 \end{cases}$$
(4)

1(x, y, 0) 描述偶极子流型。

2(x, y, 0) 系用 2(x, y, 0), 用泊松迭代数值求出, 描述台风环流。

$$e(x, y, 0) = (2v_m/r_m)(1 - 0.5F(x, y))\exp(1 - F(x, y))$$
(5)

这里,  $F(x, y) = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 / (sr_m)$ 。

式(4)中参数: c为无地形时偶极子流型的东移速度。令c的有量纲量为4.70 m s<sup>-1</sup>。 = tg<sup>-1</sup>(( $y - y_d$ )/( $x - x_d$ )), ( $x_d, y_d$ )为初始时刻偶极子中心的坐标。相应格点号为 $I_d$ = 37,  $J_d$ = 76,  $r(x, y) = (x - x_d)^2 + (y - y_d)^2$ 。k为 $r < r_0$ 区域内的波数,  $r_0$ 为涡旋对的 半径。令 k = 3.9226,  $r_0$  = 500 km,  $J_1$ , K<sub>1</sub>分别为第一类 Bessel 函数和第二类变型 Bessel 函数。 式(5)中参数:  $v_m$ 为涡旋初始时刻最大风速。 $r_m$ 为涡旋中心至最大风速处的距离。 ( $x_c, y_c$ )为初始时刻台风涡旋中心的坐标。相应格点坐标  $I_c = 87, J_c = 55$ 。s 为非对称参数,在台风环流的第1, 2, 3, 4象限, s 分别等于 1. 1, 1. 0, 0. 9, 1. 0。令  $v_m = 10 \text{ m s}^{-1}, r_m = 200 \text{ km}$ 。随着积分时间的增加, 台风最大风速逐渐增大。

文中实施的两个试验,记为试验 A,试验 B。两个试验所用初、边值条件均相同。侧边 界取循环条件。南北边界处令流函数为零。积分时间为 12 个模式日。试验 A 中,模式方 程在整个积分过程均用式(1);试验 B 中,在前 6 个模式日模式方程用式(1),从第 7 个模 式日结束起,令式(1)中 项为零。这样设计试验的原因,下文说明。

每隔6个模式小时输出一次相对涡度场,每个试验均可得到一个由48幅涡度分布图 构成的场序列。从试验A的场序列,首先看到的是涡旋合并现象。

## 3 模式大气中涡旋合并的现象

初始时刻计算区域内存在 3 个闭合涡旋。其中两个为气旋性环流, 1 个为反气旋环 流。两个气旋涡旋中心之间的距离 *D* 约为 1500 km(图略)。经过 24 h 积分, 距离 *D* 减小 到 1250 km 左右(图 1a)。

在第48小时,两个气旋涡旋进一步靠近,距离D约为750km。两个涡旋开始变形。同时,在台风涡旋的东北方向,出现了一个范围较小的相对涡度的负值中心。显然,它的出现 归因于台风涡旋的能量频散(图1b)。

在第72小时, 与图1b相比, 有3点明显变化。第一, 两个气旋涡旋的相对位置改变 了。从准东西方向排列变为准南北方向排列。这是两个涡旋以其质量中心为圆心, 逆时针 互旋的结果。这种互旋现象在双台风相互作用的过程中常常发生<sup>[9]</sup>。第二, 两个气旋涡旋 明显变形。第三, 能量频散生成系统的范围加大(图1c)。

在第96小时,两个独立的气旋涡旋已不再存在,它们被 = 4.0的等值线包围起来, 形成一个尺度较大的带有两个闭合中心的气旋涡旋(图1d)。陈善敏<sup>[10]</sup>曾分析过西北太平 洋台风的同心双眼结构,认为同心双眼结构是普遍存在的特征。图1d的气旋涡旋与同心 双眼台风有相似之处。

在第 120 小时,在 = 4.0等值线围成的气旋涡旋中,两个闭合中心的范围变小,距离 D 仅为 300 km(图 1e)。Lander and Holland<sup>[11]</sup>的结果:当两个涡旋中心距离逐渐减小,并 达到一个临界值时,两个涡旋中心将合并,这个临界值为 300 km 左右。

在第 144 小时, 气旋涡旋的双中心形态已经消失。表明: 初始时刻两个独立的气旋涡旋已经合并为一个涡旋了。这与 Lander and Holland 的结果是一致的(图 1f)。

### 4 能量线性输送和非线性输送的不同特征

图 1b, 1c, 1d, 1e 中, 在气旋涡旋的偏北方向, 都存在一个相对涡度负值区, 它们是能 量频散生成的系统。关于能量频散生成系统的性质, 作者曾经做过讨论<sup>[12]</sup>。文献[12]中已 清楚指出: 台风能量频散系统为什么不可能呈圆形形状, 而必然呈椭圆形形状的。

为了认识图 1 中能量频散生成系统的细致结构,在图 1 $_{\rm c}$  频散区中选取一个正方形区 域(见图 1 $_{\rm c}$  中小方框),其面积为 640 km × 640 km。该正方形内相对涡度场的细致分布如



#### 图 1 试验 A 中, 不同时刻的相对涡度场

(a. 24 h; b. 48 h; c. 72 h; d. 96 h; e. 120 h; f. 144 h。 实线为正值, 虚线为负 值。等值线间隔为 = 6.0(无量纲量)。图中横坐标为计算区域沿东西方 向的格点号/。计算区域西侧边界处/= 1, 东侧边界处/= 151。纵坐标为 计算区域沿南北方向的格点号/。计算区域南侧边界处/= 1, 北侧边界 边/= 151。格 距为26.667 km。图 框范围为3200 km × 3200 km) 图 2a 所示。

在图 1e 中, 气旋涡旋的西南方区域, 有两个现象值得细加分析。第一, 存在两条貌似 螺旋云带的相对涡度带。第二, 在相对涡度带的东南方存在一片似乎无规则的相对涡度分 布区域。

据 Willoughby<sup>[13]</sup> 雷达回波观测资料显示: 在台风环流外围, 一条狭长的主云带与一条狭长的次云带并存。这里的数值结果与文献[13] 比较一致。

在上述似乎无规则的相对涡度分布区中类似地选取一个 640 km × 640 km 的正方 形,其涡度分布的细致结构(图 2b)除了清楚地显示出条状分布特征外,还显示出若干个 小的闭合中心。Willoughby<sup>[14]</sup>指出: 台风环流的流场并不是一支均匀的旋转气流,而是一 个带状排列的,伴有若干个对流胞的复合体。图 2b 所示与文献[14]有相似之处。

对比图 2a 与图 2b: 图 2a 的涡度场源于涡旋的能量频散, 图 2b 的涡度场源于涡旋合 并过程中的非线性作用。这意味着, 涡旋可以用两种不同的方式向涡旋区域外输送能量。 第一种是线性 Rossby 波频散, 以均匀分布、生成系统空间尺度大于或等于原涡旋尺度为 特征。第二种是非线性的涡旋合并过程中的相互作用, 以貌似混乱、带状分布并伴有空间 尺度远远小于原涡旋尺度的若干个闭合中心为特征。这是两种性质完全不同的能量输送 方式。



图 2 试验 A 中, 第 72 小时和第 120 小时相对涡度分布 (实线正值, 虚线负值。 = 0.5(无量纲量)。横坐标、纵坐标含意 见图 1。图框范围 640 km × 640 km。a. 第 72 小时; b. 第 120 小时)

## 5 涡度分布的规则态和非规则态

试验 A 中, 第 48 小时以前, 模式大气中涡旋的等值线是光滑的, 相对涡度的分布是规则的。它们属于空间有序的系统(见图 1a, b)。

随后,涡旋等值线光滑的程度逐渐减小。第120小时,在涡旋的偏南方向,出现了一片 相对涡度分布的非规则区(图 1e,图 2b)。

现分析涡度分布非规则区的演变。图1中6幅图的时间间隔为24h。为便于分析,在



图 3 中, 列出 t = 108 h(图 3a), 132 h(图 3b)的相对涡度分布。与图 1d, 1e, 1f 结合起来, 可以分析第 96~144 小时时段内, 每隔 12 h 涡度分布的变化。

图 3 试验 A 中,不同时刻的相对涡度场 (a. 第 108 小时; b. 第 132 小时; c. 第 156 小时; d. 第 168 小时; e. 第 204 小时; f. 第 216 小时。其余同图 1) t = 96 h, 涡度分布的非规则区尚未显示出来(图 1d)。t = 108 h, 开始出现涡度分布的非规则区, 但范围很小(图 3a)。t = 120 h, 非规则区范围加大(图 1e)。t = 132 h, 气旋涡旋中双闭合中心现象消失, 涡旋合并过程结束; 涡度分布非规则区的面积比 t = 120 h 时扩大一倍以上。(图 3b)。

t = 144 h, 涡度分布非规则区的面积达到极大, 东西约 1000 km, 南北约 800 km。这比 初始时刻台风涡旋的空间尺度还要大(图 1f)。图 4a 给出了这个非规则区涡度分布的细致 结构。图 4a 上图框范围与图 1f 上小正方形相应。图 4a 与图 2b 相比, 涡度带状分布的现 象更加明显。



图 4 试验 A, B 中, 相对涡度的分布 (实线为正值, 虚线为负值。 = 0.25(无量纲量)。图框范 围为640km×640km。横坐标, 纵坐标含意见图1。a.试 验\, t= 144h; b.试验A, t= 216h; c.试验B, t= 216h)

为了更醒目地显示非规则分布的细致结构,参照 She, Jackson and Orszag<sup>[15]</sup>的方法, 绘制了非规则区较高强度的分布。具体做法是:首先,在图 1f 上涡度分布非规则区内,选 取一个 533 km × 533 km 的正方形,求出该正方形内相对涡度的空间平均值<sup>--</sup>。其次,将



图 5 试验 A, B 中, 较高强度 的分布 ( = 0.40(无量纲量)。a.试验 A, t = 144 h; b.试验 A, t = 216 h; c.试验 B, t = 216 h。图框范围内为 533 km × 533 km)

该正方形内所有网格点分为两类, 一是较低强度格点, 其上 <  $K \times ^{-}$ ; 一是较高强度 格点, 其上  $K \times ^{-}$  (K 为常数, 本文令 K = 1.0)。再令较低强度格点上 = 0.0。 最后绘制该正方形内 的等值线, 得到较高强度的涡度分布(图 5a)。

图 5a 清晰地显示出该正方形区域相对涡度场的三个特征,即伴有多个闭合中心,带 状分布及非规则性。

如上所述,图 4a,图 5a 所示涡度分布的非规则区,源于两个气旋涡旋的相互作用。当 两个涡旋合并时,这个非规则区的面积达到极大。从初始时刻起,直至涡旋相互作用发生 以前,这两个气旋涡旋均为空间有序结构,其涡度分布均为规则态。这些空间有序的涡旋 之间发生相互作用,激发出能量的非线性输送,最终形成了一片空间尺度达 1000 km × 800 km 即比涡旋本身空间尺度还要大的涡度分布非规则区。因而,在一定意义上似乎可 以说,有序为混乱(非规则分布)之源。 6 非规则区域中涡度分布的有序化

空间有序结构有能力激发出涡度分布的非规则态,这是非线性系统时间演化过程的 一个重要属性。然而,这个时间演化过程并未终结。在这片貌似混乱的非规则分布区域中, 系统又有能力使混乱有序化,自行组织起一个空间尺度约 500 km 左右的反气旋环流。

试验 A 中, 第 48 小时以前, 涡度场分布的特征是 3 个几百公里尺度的涡旋共存(图 1a, 1b)。经过一段涡旋相互作用和合并过程以后, 这个特征发生了变化。

*t* = 144 h 时, 涡度场分布的特征是两个几百公里尺度的涡旋和一片非规则区三者共存(图 1f)。下面分析这个三者共存的分布特征如何继续演变。

图 3c, 3d, 3e, 3f 列出了 t = 156, 168, 204, 216 h 涡度场的分布。可见:第一,两个涡旋 沿顺时针方向互旋。t = 156 h 时,两个涡旋中心的连线呈西西北—东东南走向(图 3c)。t= 216 h 时,该连线呈西北—东南走向(图 3f)。这两个涡旋以其质量中心为圆心,沿顺时 针方向互旋。因为两个涡旋涡度符号相反,故互旋的方向与两个气旋逆时针互旋的情况不 同。第二,涡度分布的非规则区域趋于消失。在图 3e, 3f 上,原先存在的非规则区已趋于消 失。

图 3f 中,小正方形区域(18 *I* 42,54 *J* 78)相对涡度分布的细致结构如图 4b 所示。图 4b 与图 4a 相比,图 4a 的分布是非规则的;图 4b 已经在非规则区内初步组织 起一个空间尺度为几百公里的反气旋环流了。

较高强度涡度分布的对比与之类似。t = 144 h 时,非规则区的分布比较混乱(图 5a)。t = 216 h 时,在原来非规则分布区域,一个相对而言比较有序的空间分布显示出来了(图 5b)。

#### 7 地球旋转力场和非线性过程的共同作用

上面讨论的是试验 A 的结果。试验 A 中,包含地形, 项,单个涡旋的非线性平流,两 个涡旋之间的非线性相互作用等。试验 B 中,在 144 h 以前与试验 A 完全相同。在 144 h 时,同样存在那片涡度分布的非规则区。从 144 h 起,令模式方程中 项为零,其余不变。 结果:非规则区内空间结构有序化的趋向(图 4c,图 5c)已经不如试验 A(图 4b,图 5b)那 样明显。由此推论,地球旋转力场和非线性过程的共同作用,对于涡度分布非规则区的有 序化趋向,十分重要。这意味着,既要着重考虑时间演化过程中的非线性相互作用,又不能 忽略地球大气运动是在科氏力场中进行的这个根本事实。

8 结束语

长期以来,在大尺度涡旋动力学的研究中,习惯于将大尺度涡旋视为一个等值线光滑 的空间有序的系统,在确定性数值积分的框架内研究有序结构的时间演化。很少注意空间 有序与貌似混乱两类结构之间的转化,很少注意涡旋动力学与非线性科学之间的联系。

周秀骥<sup>[16]</sup>在展望 21 世纪大气科学的进展时,特别强调了大气科学和数值预报等应 该建立在非线性科学的基础之上。他认为,'必须建立新的以非线性系统动力学为理论基 础的数值预报预测方法。这是 21 世纪将要取得突破的科学难题。"

在非线性系统动力学的基础上,注意时间演化过程中决定性与随机性、空间结构的非

规则化与有序化等问题,将有助于启迪研究思路,有助于深化科学认识,有助于涡旋动力 学的进展。

实际大气中,大尺度涡旋具有复杂的垂直结构,受到湿过程、海气、陆气作用的影响。 本文只是用高度简化的模式得到的初步结果。今后还要设计比较复杂的模式分析同类问题,以期取得更可信的模拟结果。

参考文献

- 1 柳崇健, 陶诗言. 副高北跳与月尖突变. 中国科学, B辑, 1983, (5): 424~480
- 2 李麦村, 罗哲贤. 6月和 10月大气环流突变的非线性机制. 中国科学, B辑, 1983, (2): 187~192
- 3 缪锦海, 丁敏芳. 副高北跳和二次突变. 中国科学, B 辑, 1985, (3): 281~289
- 4 吴国雄,蔡雅萍. 大气热力强迫和动力强迫的调配及平均环流的仿真模拟. 气象学报, 1994, 52(2): 138~148
- 5 罗哲贤, 马镜娴. 大尺度大气运动的浑沌形态. 气象学报, 1985, 43(3): 389~396
- 6 徐祥德. 波射线变形及其影响因子的探讨. 气象学报, 1991, 49(3): 288~299
- 7 丑纪范. 大气动力学的新进展. 兰州: 兰州大学出版社, 1990. 52~179
- 8 李崇银,黄荣辉,杨大升,倪允琪.近几年中国大气动力学的主要进展.气象学报,1995,53(2):260~270
- 9 王玉清, 朱永 . 双热带气旋相互作用的机制分析及数值研究(-). 大气科学, 1992, 16(2): 573~582
- 10 陈善敏. 台风的同心双眼结构及转向运动. 热带气旋科学讨论会文集. 北京: 气象出版社, 1990. 126~129
- 11 Lander M, Holland G J. On the interaction of tropical cyclone scale vortices, part : obsersations. Quart J Roy Meteor Soc. 1993, 119: 1347-1361
- 12 罗哲贤. 能量频散对台风结构和移动的作用. 气象学报, 1994, 52(2): 149~155
- 13 Willoughby H E. The dynamics of the tropical cyclone core. Aus Meteor Mag, 1988, 36: 183-191
- 14 Willoughby H E. Temporal changes in the primary circulation in tropical cyclones. J Atmos Sci, 1990, 47: 242– 264
- 15 She Zhen-Su, Jackson E, Orszag S A. Intermittent vortex structures in homogeneous isotropic turbulence. Nature, 1990, 344: 226-228
- 16 周秀骥. 21 世纪的大气科学——纪念中国气象学会成立 70 周年. 气象学报, 1994, 52(3): 257~260

# A STUDY ON THE TRANSFORMATION BETWEEN REGU-LAR AND IRREGULAR VORTICITY DISTRIBUTIONS

Luo Zhexian

(Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing, 210044)

#### Abstract

By using a beta-plane barotropic quasigeostrophic vorticity equation, two experiments whose integration times equal to 12 model days are performed to study the interaction between vortices. In the inetial fields, there are a tropical cyclone and a dipole which consists of a cyclonic and a anticyclonic vortex. They all have smooth, regular contours. The interaction between these vortices can creat a seemingly disorder and irregular vorticity distribution region. On the contrary, in the temporal process, in the region, an anticyclonic vortex can also exhibit gradually.

**Key words**: Vortices, Interaction, Regular distribution, Irregular distribution, Transformation.