

# 一维时变冰雹云模式研究(一)——反映雨 和冰雹谱的双参数演变\*

许 焕 斌 王 思 微\*\*

(国家气象局气象科学研究所)

## 提 要

在一般的冰雹云参数化模式中,水凝结物粒子分布谱的截距取为常数,这样就严重地歪曲了云水和雨水以及雨水和冰雹之间的自然演变。为了改进这个图象,我们取消了这一限制,引入了雨水、冻雨和冰雹浓度连续方程,并重新给定了冻雨,冰雹的谱形式。

根据这些假定,我们导出了每个方程中的发生项表达式,建立了一个新的一维时变参数化模式,这个模式可以较好地描述各种不同类型的水凝物粒子间的相互作用,计算结果表明,云物理图象有了明显地改善。

## 一、引 言

冰雹的产生和发展,是成雨过程进一步发展的结果,因而凡是制约成雨过程的诸因子都会影响冰雹的发展过程,而雨、雹的演变可以说是这些发展过程的一个综合结果。总之研究冰雹的发生和发展,必须要了解雨和冰雹分布谱的演变。

研究降水分布谱的演变,基本上有两种方法。一是把降水粒子按大小分为许多区间(档),对每一档的粒子考察它的浓度变化及相互间的数交换,实体地反映分布谱的变化, Danielsen E. F.(1972)<sup>[1]</sup>; Takahashi, T.<sup>[2]</sup>(1976) 在冰雹模式中应用了这种方法,但计算量十分浩大。二是假定降水粒子,有某种分布谱型,只考察这种分布谱型中的少数参数的变化,这种方法称为参数化方法,计算量可以减少很多。

观测和理论分析表明,平均说来,雨滴谱是指数分布的(Srivastava, 1978)<sup>[3]</sup>; 对于冰雹谱来说,大于某个尺度的雹粒子也是呈指数形式(徐家骝[1976]<sup>[4]</sup>; Crow, E. L. [1979])<sup>[5]</sup>, 而 Smith, P. L.<sup>[6]</sup>等人[1976]在雹云中飞机观测的结果,也表明云中雹粒子的分布,在大于某个尺度时是指数分布型的。

然而,目前在冰雹数值模拟中,在考虑谱参数化时,对分布截距  $n_0$  给定了固定值(Wisner<sup>[7]</sup>, Orville<sup>[8]</sup>等),并且认为其分布是由  $0 \rightarrow \infty$  的,它截阻了雨雹粒子之间的数量联系。在这种假定下,为了保持  $n_0$  值的不变,必须削减大雹部分,填补到小雹区,大雹迅速变成小雹,严重歪曲了谱演变的自然图象。

另外, [Srivastava(1978)<sup>[3]</sup>等人曾研究了谱演变的参数化问题,但只是用来讨论了稳

\* 本文于1983年5月14日收到,1983年9月5日收到修改稿。

\*\* 杨亚莹参加了前期计算工作。

定降水的层状云。对于积状云和强对流冰雹云,不仅需要考虑粒子间的相互作用,还必须涉及到粒子的发生和转换,如何较好地表达这一点,这在参数化模式中是个难题,我们想从物理图象分析着手,找出一个简单的方案。

## 二、假定和处置

为了把雨、雹分布谱演变引入冰雹模式,我们作了如下假定和处置。

1. 假定固相降水粒子为球形,并以给定直径  $D_0$  为界,  $D \geq D_0$  者为冰雹粒子,  $D < D_0$  者为冻结雨粒子。

2. 冰雹在  $D \geq D_0$  的尺度范围内,其大小分布谱按指数率分布:

$$N_i(D)dD = N_{i0}e^{-\lambda D}dD \quad (1)$$

其中  $N_{i0}$  和  $\lambda$  为冰雹谱分布参数。

3. 雨滴大小分布谱为指数分布,分布域为  $0-\infty$ :

$$N_r dD = N_{r0}e^{-\eta D}dD \quad (2)$$

其中  $N_{r0}$  和  $\eta$  为雨谱分布参数。

4. 冻雨的分布观测资料不多,但是,地面降雨谱是云中雨和冻雨融化的谱,而这个分布平均说来是指数式的,因而可假定雨和冻雨的混合体(全雨)是指数分布的。另外,冻雨是由雨滴冻结生成的,在一定温度条件下,大的冻结机率大,小的冻结机率小,因而可以设想,冻雨的分布是全雨分布密度减去雨分布密度:

$$N_{is}(D) = N_{r0}(e^{-\eta_s D} - e^{-\eta D})dD \quad (3)$$

并且,假定全雨分布的截距与雨分布的截距具有相同的值。

据江祖凡在庐山顶上的观测表明,冻雨和冰粒直径在 0.3—0.6 毫米之间的浓度随直径而增加,大于 0.6 毫米的浓度随直径的增加而减少。虽然资料份数不多,尚难以作为定论,但就资料所表现的图象与我们设想的物理图象基本上是一致的。

5. 雨滴的发生。原生雨滴的发生是由云滴演变而成的。Berry<sup>[9]</sup>给出了雨水平均发生率,如果再知道它们的平均质量,就可以算出雨滴数平均发生率。但有二个问题:一是已发现 Berry 给的值偏大<sup>[10]</sup>,这可以乘个订正系数;二是所产生的雨滴平均质量是在变化着,这是由于不同形式的云谱形成不同形式的新生雨谱,只有考虑在云谱变化时应产生的新生雨谱形式变化,才能较好地确定雨滴数平均发生率。而这个值的大小对雨、雹形成很敏感。例如,在此值估算过大时,整个降水粒子浓度会偏高,分布谱有着很大的截距值,不仅难以形成雹粒子( $D > D_0$ ),而且大雨粒子数也太少,以致雨、雹不能落下来。为了合理估算这个值又不导入大量的计算而损失参数化方法简便的特点,我们用了半经验的物理归纳法,即认为云谱的拓宽和变平也引起雨尾巴的拓宽和变平,这相当于所发生的雨滴平均大小在一定范围内随时间在变大。云谱分布用了 Хргиан-Мазин 公式,得到分布斜

$$\text{率为: } \eta_B = 6.3107 \left( \frac{N_c}{\rho_a \bar{W}} \right)^{-1/3} \quad (4)$$

而雨尾巴的分布斜率假定为:

$$\eta_{B,t} = \eta_B \cdot \alpha \quad (5)$$

$\alpha$  是一个小于等于 1.0 又大于 0.3 的数,根据 Berry 的工作,假定  $\alpha = 1/T_d$ , 而  $T_d$

$= (T_{PRC} - 0.3) / 0.3$ ,  $T_{PRC} = t/t_0$ ,  $t_0$  是开始成雨时间<sup>[11]</sup>。有了  $\eta_{B,t}$  和  $N_e$  值, 就可以求出云谱分布中雨谱中的雨滴平均大小( $\bar{D}_e$ )。

在作了这样处理以后, 曾进行了多次功能调试, 试算表明, 此法虽不完善, 但结果较为合理, 方法简单。

6. 引入雨滴、冻雨和冰雹的总浓度方程, 给出了方程中的各发生项。

可以看出以上六点, 除第二项与已有的参数化模式相同以外, 其他各点皆不相同, 在经过这样一些处置之后, 水汽凝结以后有可能连续地演变成雨、雹, 中间不加硬性限制和截阻。

### 三、模式的描述和控制方程

#### 1. 雹云的宏观控制方程:

运动方程:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial z} = g \left( \frac{T_v - T_{ve}}{T_{vc}} \right) \left( \frac{1}{1 + Me} \right) - g(\bar{W} + R + IS + I) - \mu_t w \quad (6)$$

这里引入了一个参数  $Me$ , 表示潜在的热能, 并不是完全转用到云体的上升运动区, 有上升必定有下沉, 下沉也要消耗一些潜热能, 所以  $Me$  是个小于 1 的正数。

至于热力学方程、连续方程形式上与 Wisner 等人类似, 而各发生项则不同。

#### 2. 雹云的微观物理控制方程:

##### 1) 水量平衡方程组:

雨水连续方程、冰雹连续方程, 形式上也与 Wisner 的方程相似; 增加了冻雨连续方程、云水连续方程和水汽连续方程分别写出, 这与 Wisner 的作法不同; 至于云水凝结量和雨水蒸发量的计算, 用了类似于 Orville(1977)<sup>[8]</sup>, 徐华英(1980)<sup>[12]</sup>所用过的迭代法。

##### 2) 降水粒子浓度平衡方程, 如下形式:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + V \frac{\partial N}{\partial z} = -\mu_t N + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_a U N) + pN / \rho_a \quad (7)$$

其中  $N = [N_i, N_s, N_R]$ ,  $U = [U, U_s, U_R]$ ,

$pN = [pN_i, pN_s, pN_R]$ 。

3) 谱分布参数的决定, 除雨分布的斜率公式在形式上保持不变外, 其他的皆需重新推导或确定求值方法。

$$\eta = \left( \frac{\pi \rho_w N_{Ro}}{\rho_a R} \right)^{1/4} \quad (8)$$

$\eta_A$  由下式决定

$$F(\eta_A) = \frac{\pi N_{Ro}}{6 \rho_a} \left( \frac{6}{\eta_A^4} - \exp(-\eta_A \cdot D_0) \left( \frac{D_0^3}{\eta_A} + \frac{3 D_0^2}{\eta_A^2} + \frac{6 D_0}{\eta_A^3} + \frac{6}{\eta_A^4} \right) + \exp(-\eta \cdot D_0) \left( \frac{D_0^3}{\eta} + \frac{3 D_0^2}{\eta^2} + \frac{6 D_0}{\eta^3} + \frac{6}{\eta^4} \right) \right) - A_R \quad (9)$$

其中:  $A_R = I_s + R$

$$N_{sRo} = N_s + N_R \quad (10)$$

$$N_{Ro} = N_{sRo} \cdot \eta_A \cdot \rho_a / B_{se} \quad (11)$$

其中  $B_{SE} = 1 - \exp(-\eta_A D_0) + \frac{\eta_A}{\eta} \exp(-\eta D_0)$

$\lambda$  值由下式决定:

$$F(\lambda) = \frac{\pi}{6} \rho_I N_I \left( D_0^3 + \frac{3 D_0^2}{\lambda} + \frac{6 D_0}{\lambda^2} + \frac{6}{\lambda^3} \right) - I \quad (12)$$

$$N_{IO} = N_I \rho_a \lambda \exp(-\lambda D_0) \quad (13)$$

4) 发生项:

由于引进了新的分布形式,各发生项皆需对一个单位体积,按参数化的方法,重新推导各个表达式,这些公式列举如下:

A) 冰雹、冻雨发生项:

i)  $T \leq 273$  K 时:

$$P_{ID} = P_{IH} + P_{IFI} \quad (14)$$

$$P_{IH} = \min(P_{IDM}, P_{IDY}) \quad (15)$$

$$P_{IDM} = \frac{2 \pi [-k_a(T-273) + L_v \psi \rho_a (X - X_{so})] N_{IO}}{L_I + C_w(T-273)}$$

$$\left[ 1.6 e^{-\lambda D_0} \left( \frac{D_0}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} \right) + 0.3 v^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{4 \rho_I g}{3 \rho_a C_D} \right)^{1/4} \int_{D_0}^{\infty} D^{1.75} e^{-\lambda D} dD \right] + \frac{\pi}{4} \left( \frac{4 \rho_I g}{3 \rho_a C_D} \right)^{1/2} W_I E_I \left[ 1 - \frac{C_I(T-273)}{L_I + C_w(T-273)} \right] N_{IO} \int_{D_0}^{\infty} D^{2.5} e^{-\lambda D} dD \quad (16)$$

$$P_{IDY} = P_{IARI} + P_{IAWI} \quad (17)$$

$$P_{IARI} = \frac{\pi^2}{24} \rho_w |U_R - U| N_{R0} N_{IO} \left[ DD 5 \frac{e^{-\lambda D_0}}{\lambda} + 2 DD 4 e^{-\lambda D_0} \left( \frac{D_0}{\lambda} + \frac{2}{\lambda} \right) + DD 3 e^{-\lambda D_0} \left( \frac{D_0^2}{\lambda} + \frac{2 D_0}{\lambda^2} + \frac{2}{\lambda^3} \right) \right] \quad (18)$$

$$P_{IAWI} = \frac{\pi}{4} N_{IO} \rho_a \bar{W} \left( \frac{4 \rho_I g}{3 \rho_a C_D} \right)^{1/2} \int_{D_0}^{\infty} D^{2.5} e^{-\lambda D} dD \quad (19)$$

其中:  $DD 5 = \frac{120}{\eta^6} - e^{-\eta D_0} \left( \frac{D_0^5}{\eta} + \frac{5 D_0^4}{\eta^2} + \frac{20 D_0^3}{\eta^3} + \frac{60 D_0^2}{\eta^4} + \frac{120 D_0}{\eta^5} + \frac{120}{\eta^6} \right)$

$$DD 4 = \frac{24}{\eta^5} - e^{-\eta D_0} \left( \frac{D_0^4}{\eta} + \frac{4 D_0^3}{\eta^2} + \frac{12 D_0^2}{\eta^3} + \frac{24 D_0}{\eta^4} + \frac{24}{\eta^5} \right)$$

$$DD 3 = \frac{6}{\eta^4} - e^{-\eta D_0} \left( \frac{D_0^3}{\eta} + \frac{3 D_0^2}{\eta^2} + \frac{6 D_0}{\eta^3} + \frac{6}{\eta^4} \right)$$

$$P_{IFI} = \frac{\pi^2}{36} B' N_{R0} \rho_w [\exp\{A'(T_0 - T)\} - 1] BB \quad (20)$$

其中:  $BB = \exp(-\eta D_0) \left( \frac{D_0^6}{\eta} + \frac{6 D_0^5}{\eta^2} + \frac{30 D_0^4}{\eta^3} + \frac{120 D_0^3}{\eta^4} + \frac{360 D_0^2}{\eta^5} + \frac{720 D_0}{\eta^6} + \frac{720}{\eta^7} \right)$

$$P_{IS} = P_{IFR} + P_{IARR} + P_{RAI} \quad (21)$$

$$P_{IFR} = P_{IF} - P_{IFI} \quad (22)$$

$$P_{IF} = 20 \pi^2 B' N_{R0} \rho_w [\exp\{-A'(T_0 - T)\} - 1] \eta^{-7} \quad (23)$$

$$P_{IFR} = P_{IF} - P_{IFI} \quad (24)$$

$$P_{IARR} = \frac{\pi^2}{24} N_{R0}^2 |U_R - U_S| \rho_w \left\{ DD 5 \left( \frac{1}{\eta_A} - \frac{e^{-\eta D_0}}{\eta_A} - \frac{1}{\eta} + \frac{e^{-\eta D_0}}{\eta} \right) + 2 DD 4 \right.$$

$$\left\{ \frac{1}{\eta_A^2} - e^{-\eta_A D_0} \left( \frac{D_0}{\eta_A} + \frac{1}{\eta_A^2} \right) - \frac{1}{\eta^2} + e^{-\eta D_0} \left( \frac{D_0}{\eta} - \frac{1}{\eta^2} \right) \right\} + DD 3 \left[ \frac{1}{\eta_A^3} - e^{-\eta_A D_0} \left( \frac{D_0^2}{\eta} + \frac{2D_0}{\eta^2} + \frac{2}{\eta^3} \right) - \frac{1}{\eta^3} + e^{-\eta D_0} \left( \frac{D_0^2}{\eta} + \frac{2D_0}{\eta^2} + \frac{2}{\eta^3} \right) \right] \quad (25)$$

$$P_{RAI} = \frac{\pi}{4} N_R \rho_a \bar{W} \int_0^{D_0} D^{2.8} (e^{-\eta_A D} - e^{-\eta D}) dD \quad (26)$$

ii)  $T > 273$  K 时:

$$P_{ID} = -\frac{2\pi}{L_I} [K_a(T-273) + L_v \psi \rho_a (X - X_{so})] N_{I0} \left[ 1.6 e^{-\lambda D_0} \left( \frac{D_0}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} \right) + 0.3 \nu^{-1/2} \left( \frac{4}{3} \frac{g \rho_I}{C_D \rho_a} \right)^{1/4} \int_{D_0}^{\infty} D^{1.75} e^{-\lambda D} dD \right] - \frac{C_w}{L_I} (T - T_0) \left[ \frac{\pi}{4} N_{I0} \rho_a E \bar{W} \left( \frac{4}{3} \frac{g \rho_I}{C_D \rho_a} \right)^{1/2} \int_{D_0}^{\infty} D^{2.5} e^{-\lambda D} dD + P_{IARI} \right] \quad (27)$$

$$P_{IS} = -\frac{2\pi}{L_I} [K_a(T-273) + L_v \psi \rho_a (X - X_{so})] N_{R0} 1.6 \left[ \frac{1}{\eta_A^2} - e^{-\eta_A D_0} \left( \frac{D_0}{\eta_A} + \frac{1}{\eta_A^2} \right) - \frac{1}{\eta^2} + e^{-\eta D_0} \left( \frac{D_0}{\eta} + \frac{1}{\eta^2} \right) \right] + 0.3 \nu^{-1/2} a^{1/2} \int_0^{D_0} D^{1.9} (e^{-\eta_A D} - e^{-\eta D}) dD - \frac{C_w}{L_I} (T - T_0) \left[ \frac{\pi}{4} N_{R0} \rho_a E \bar{W} a \int_0^{D_0} D^{2.8} (e^{-\eta_A D} - e^{-\eta D}) dD + P_{IARR} \right] \quad (28)$$

B) 雨水发生项:

$$P_R = P_{RA} + P_{RC} + P_{IARI} + P_{IARR} - P_{IF} + P_{RE} \quad (29)$$

其中  $P_{RA}$ ,  $P_{RC}$  和  $P_{RE}$  的表达式与 Wisner 所用的相同, 不另给出。

C) 云水发生项:

$$P_{\bar{W}} = -(P_{RC} - P_{RA} + P_{RAI} + P_{IAWI} - P_{RE}) \quad (30)$$

$$P_{IAWI} = \frac{\pi}{4} N_{I0} \rho_a \bar{W} \left( \frac{4}{3} \frac{\rho_I g}{\rho_a C_D} \right)^{1/2} \int_{D_0}^{\infty} D^{2.5} e^{-\lambda D} dD \quad (31)$$

D) 水汽发生项即雨水蒸发项  $P_{RE}$

E) 冰雹粒子数发生项

$$P_{NI} = P_{NIE} + P_{NIS} \quad (32)$$

$$P_{NIR} = \frac{\pi B'}{6} N_{R0} \{ \exp[A'(T_0 - T)] - 1 \} \cdot B \quad (33)$$

$$\text{而 } B = \left( \frac{D_0^3}{\eta} + \frac{3D_0^2}{\eta^2} + \frac{6D_0}{\eta^3} + \frac{6}{\eta^4} \right) e^{-\eta D_0}$$

$P_{NIS}$  由  $D \leq D_0$  的冻雨粒子增长到  $D > D_0$  的速率, 其增长率为:

$$P_{HDR} = \frac{1}{2} \rho_a \bar{W} a D_0^{0.8} + R |U_R - a D_0^{0.8}| \quad (34)$$

F) 冻雨粒子数发生项:

$$P_{NS} = P_{NSR} - P_{NIS} \quad (35)$$

$$P_{NSR} = \frac{\pi B'}{6} N_{R0} \{ \exp[A'(T_0 - T)] - 1 \} \cdot DD 3 \quad (36)$$

G) 雨粒子数发生项:

$$P_{NR} = P_{N1} + P_{N2} + P_{N3} + P_{N4} - P_{N5} - P_{N6} + P_{N7} - P_{Nl} - P_{Ns} + P_{NM} \quad (37)$$

$$P_{N1} = P_{RC} / \frac{\pi}{6} \bar{D}_1^{-3} \rho_w \quad (38)$$

$$\bar{D}_0^3 = f(\eta_{bt}) \quad (39)$$

$$P_{N2} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-i} \frac{\pi}{4} (D_i + D_j)^2 \alpha |D_i^b - D_j^b| N_{R0}^2 e^{-\eta D_i} e^{-\eta D_j} E_{i,j} \Delta D^2 \quad (40)$$

$$P_{N3} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-i} \frac{\pi}{4} (D_i + D_j)^2 \alpha |D_i^b - D_j^b| N_{R0}^2 e^{-\eta D_i} e^{-\eta D_j} (1 - E_{i,j}) \alpha_2 \Delta D^2 \quad (41)$$

其中:  $\alpha_2 = 3^{[13]}$ 。

$$P_{N4} = \frac{N_{R0} \times 61.3 \times 2.94 \times 10^{-7}}{\eta} \frac{1}{2\eta - 34} \quad (42)$$

(2  $\eta = 34$  时, 求内插平均值)

$$P_{N5} = \sum_{i=1}^{N'} \sum_{j=1}^{M'} \frac{\pi}{4} (D_i + D_j)^2 \alpha |D_i^b - D_j^b| N_{R0}^2 e^{-\eta D_i} e^{-(\eta_A - \eta) D_j} \Delta D_i \Delta D_j \quad (43)$$

$$P_{N6} = \sum_{i=1}^{N''} \sum_{j=1}^{M''} \frac{\pi}{4} (D_i + D_j)^2 |a D_i^b - U| N_{I0} N_{R0} e^{-\eta D_i} e^{-\eta D_j} \Delta D_i \Delta D_j \quad (44)$$

$$P_{N7} = \begin{cases} 0 & T \leq 273 \text{ K} \\ (P_{I0} + P_{Is}) / \frac{\pi}{6} \bar{D}_1^3 \rho_w & \end{cases} \quad (45)$$

$$D_1 = 0.14 (\text{List, 1980})$$

$$P_{NM} = \begin{cases} 0 & (\text{干生长时}) \\ (P_{IARI} + P_{IM}) / \frac{\pi}{6} \bar{D}_1^3 \rho_w & \end{cases} \quad (46)$$

其中  $P_{IM} = P_{IDM} - P_{IAWI}$

5) 降水粒子的落速:

单个雨滴和雨群落速, 单个雹块落速与 Wisner 的表达式相同, 而冻雨群落速为:

$$U_s = \frac{\alpha \int_0^{D_0} D^{3+b} (e^{-\eta_A D} - e^{-\eta D}) dD}{\int_0^{D_0} D^3 (e^{-\eta_A D} - e^{-\eta D}) dD} \quad (47)$$

雹群落速:

$$U = \left( \frac{3 g \rho_I}{3 C_0 \rho_a} \right)^{1/2} \left( \frac{6 I}{\pi \rho_I N} \right)^{1/6} \quad (48)$$

为了防止计算假扩散的影响, 对雨、冻雨、冰雹的边界还施行了 Lagrange 式的判别。

#### 四、解法和边初条件

##### 1. 解法

差分格式, 用时间向前差分, 平流逆风差分。平均速度, 用三点加权平均求得。垂直范

围 12.4 km,  $\Delta z = 200 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 4 \text{ 秒}$ 。

## 2. 边条件

$$z = z_m (12.4 \text{ km}); \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

$$z = 0; F = 0$$

$$\text{对降水粒子: } F'_i = F_{i+1} - P_F \cdot \rho_a \left( \frac{\Delta z}{U_{F_i} - w} \right)$$

## 3. 初条件

$$T_{e,i} = T_{e0} - \Gamma_i \Delta z_i, \Gamma_i = 0.98, 1 < j < 8; \Gamma_i = 0.75, 9 < j < 35;$$

$$\Gamma_i = 0.5, 31 < j < 45; \Gamma_i = 0.05, 46 < j < 61$$

$$T_{d,i} = T_{d0} - \gamma_{N_i} \Delta z_i$$

$$q_{e,i} = \frac{3.799}{P_i} \exp \left( \frac{17.26939(T_{d,i} - 273.16)}{T_{d,i} - 35.86} \right)$$

$$R_{e,i} = 6000 \text{ m} (z \leq 3000 \text{ 米时, 否则 } R_{e,i} = 0.0)$$

$$w_i = 300 \sin(J \cdot \pi / 16)$$

## 五、结 果

在所给的初条件下,对各环节进行多次调试计算以后,进行了全程运行。模式运行一小时,用M-170机运算时间为7.2小时。一个计算个例的计算结果列在图1至图4中。

由这些图可以看出:

1. 云底距地约在1.8—2.0公里,雨初生的位置在零度层附近,距地高度约为3.4—3.6公里,冰雹出现在雨形成后的8分钟,十分钟后雹含量就达到最大,降到地面则在冰雹初生后18—20分钟,最大上升气流17 m/s,出现的时间与冰雹初生的时间相当,所在的位置是-20°C附近。随着降水含量的增加,最大上升气流值逐渐降低。这些结果与Smith等人(1976)<sup>[6]</sup>的观测结果相符,也与一般雷达观测的结果相符合。

2. 由于云中气流超过了雨滴最大降落速度,云中的雨是落不下来的,冰雹没有破碎临界直径的限制,它可以长到足够大,冲破上升气流的封锁而落下。在冰雹的冲击引导下,随着上升气流的减弱,雨才得以降落。必须要有冰雹的冲击,雨才能降落下来;必须要有冰雹冲击到云下层,上升气流的减弱因子,如融化降温、泄带、蒸发、负载下移等才能得以出现;开始落的雨主要是由冰相降水融化转变而来的,这些是冰雹云降水的特点。计算到3600秒为止,降雹累积量为6.4 mm,累计雨量为14 mm。

3. 模式计算的结果表明,雨滴的浓度有一个由浓变稀的过程,雨分布的斜率由大变小,说明雨分布谱的截距在变小,斜率也在变小,与此同时,冰雹的浓度也在增加,当雨分布谱最宽最平时,冰雹浓度达到最大值。这可以看出雨分布谱的变化对雹过程的影响,雨滴的浓度大多数地方由每克几十个变到1—0.1个/克,雨分布斜率达到10(厘米<sup>-1</sup>)左右,但落地时的雨滴浓度多数在2—3个/克,分布斜率为20—40(厘米<sup>-1</sup>);冰雹落地时,数浓度多为1—3个/kg,λ值为2—4。而在地面降雹前夕,云中7 km处,λ值为4左右。这与Smith等人飞机穿云观测得到的斜率值相近,其他参量也与冰雹观测的一般值相当。这些结果说明,作为模式的微观物理过程的设计,基本上是合理的。

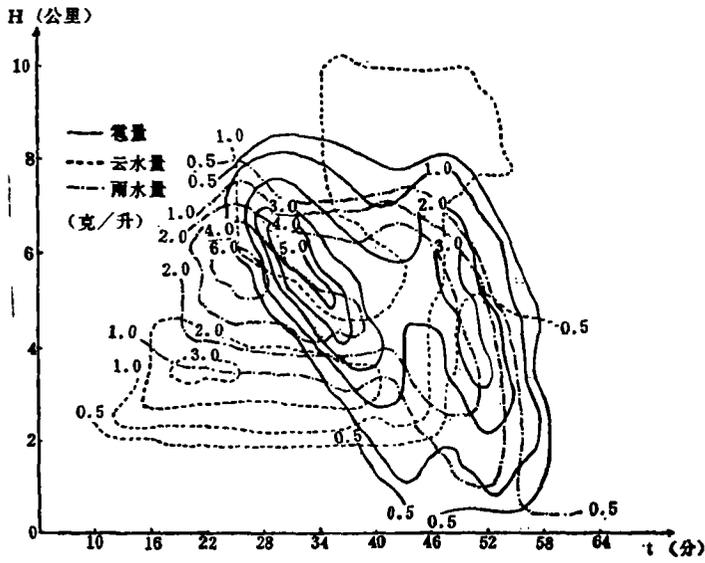


图 1 模式 A 云中各变量的高度—时间剖面图

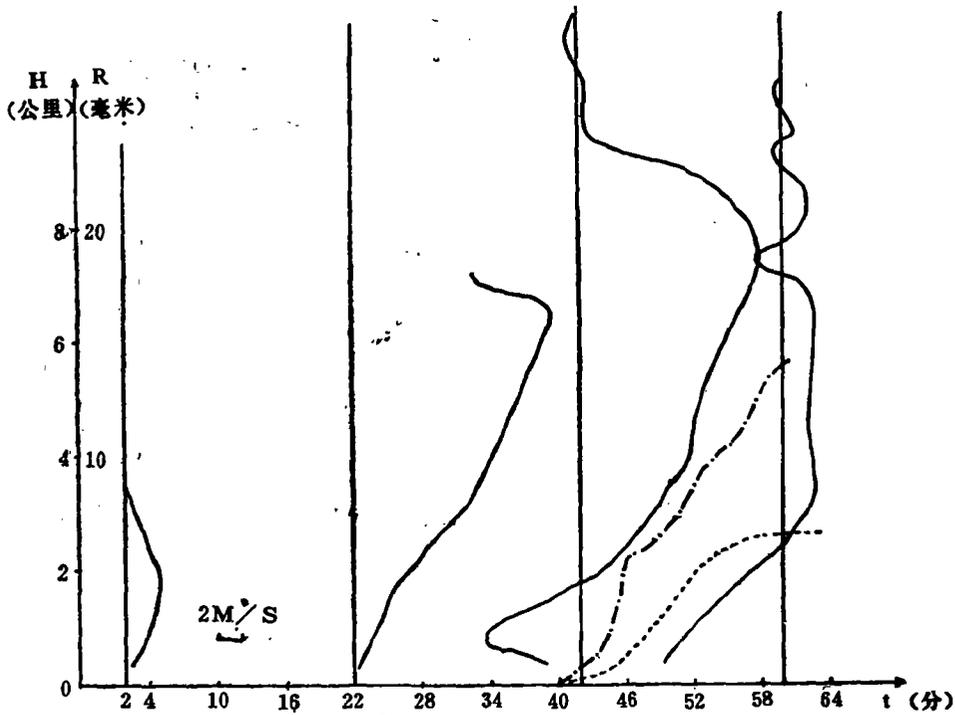


图 2 不同时刻的上升气流分布廓线(实线)及 MMI(断线), MMR(点划线)

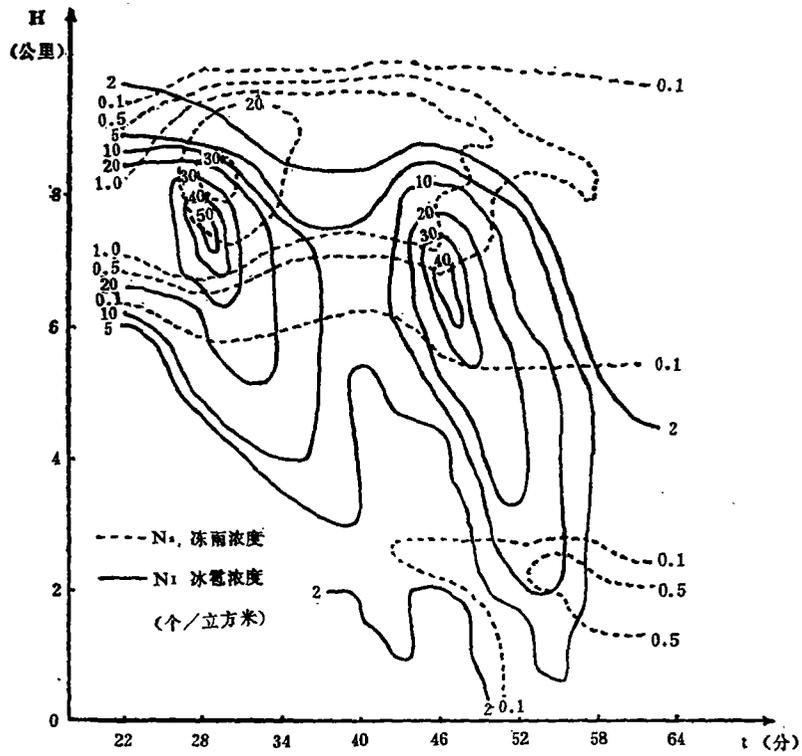


图 3a 模式 A 降水质点浓度的高度时间剖面图

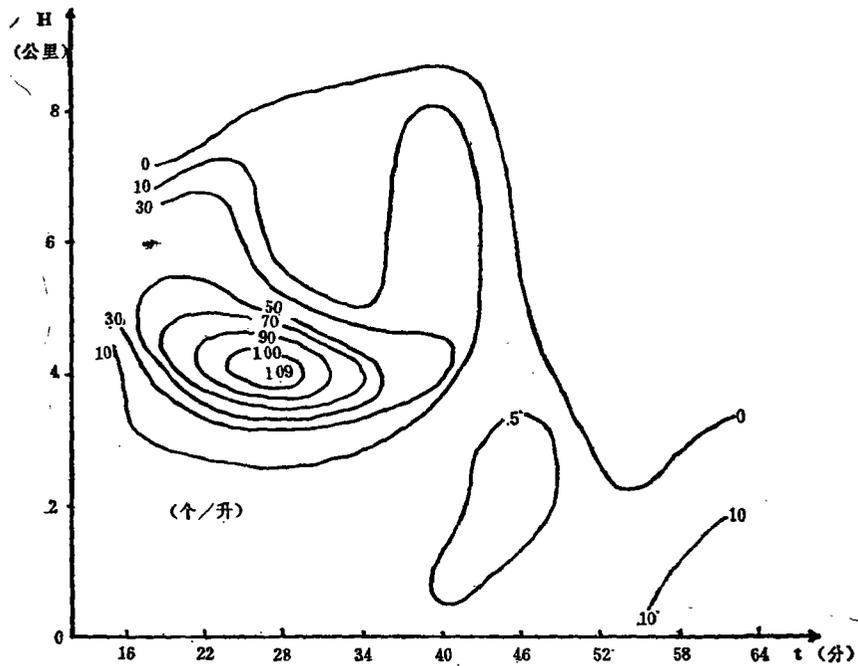


图 3b 模式 A 降水质点浓度的高度时间剖面图(ANR)

4. 把这个模式与 Wisner, Orville 等人的相比, 双参数的谱变化是明显的。这使我们看到了成雨能力和雨谱变化时对冰雹过程发展的影响确实存在。例如, 在计算过程中, 模式在 38—48 分之间, 雨水量变化不大, 而雨滴数有一个起伏, 随着雨分布谱的一次波动, 相应产生了冰雹浓度和斜率的波动(见图 3 a, b)。另外, 冰雹在降落中, 冰雹的浓度和分布斜率在变小, 如图 4 所示, 这些物理图象是合理的; 而不象 Wisner 等人那样, 因融化作用而出现了分布斜率变大很快; 冰雹量融化减少到 6%, 而冰雹数只减少到 47%; 大雹浓度减少比小雹浓度减少快得多等反常情况。冰雹的融化作用仍然显著, 冰雹与降雨量之比为 1:2.4。在与此例大致相同的条件下, 用 Wisner 的模式计算, 比值为 1:23, 而在我们的另一个考虑融化对雹谱分布的影响的模式 B<sup>[14]</sup>(1985)中, 比值为 1:1.8, 对比说明, 本模式的结果比较适中。

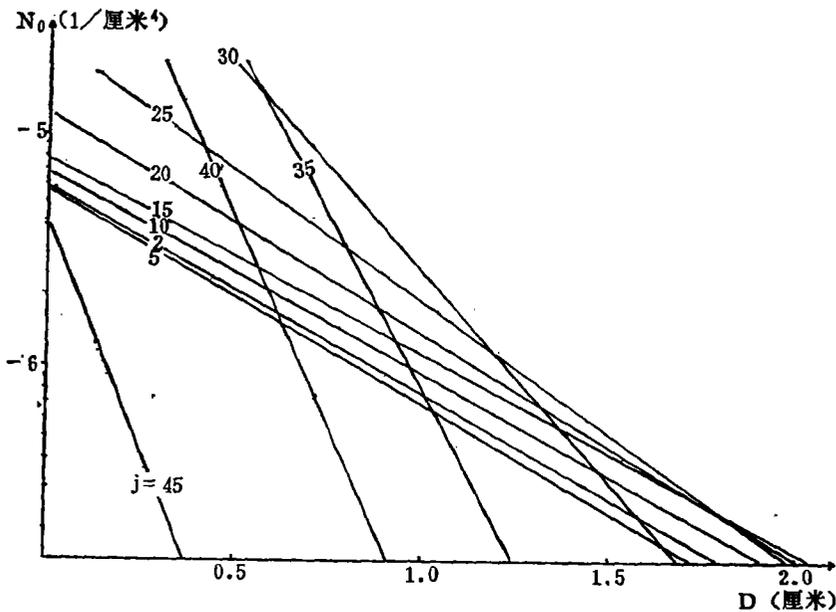


图 4 冰雹分布斜率随高度( $z=200 \times j$ (米))的变化

5. 在本模式中, 云的降水效率约为 18%, 而降水量为 23 mm 左右。在模式 B 中, 在类似的条件下, 降水量达到 76 mm, 降水效率为 58.6%。这种差别, 主要是由于在本模式中, 降水粒子元的产生是计算出来的, 雨的浓度为几个/克, 多数在 1 个左右, 冰雹浓度也只是 1—10 个/千克。而在模式 B 中, 给定了截距值, 降水粒子数比本模式中高约 3—4 倍, 在充足的水汽供应下, 降水元浓度大, 屏蔽过滤的作用增加了降水效率。这也说明, 给定截距值会对模式物理进程产生很大的限制。

## 六、后 记

用一维模式来论证云的降水微观物理过程是方便的。但是在一维模式中, 气流和微观粒子的运动局限在一个流管之中, 它们之间只能有顺逆之别而不会有轨迹交叉, 气流不能绕过粒子群, 粒子也不能逸出原在的气柱; 而实际情况并不是这样的。为此, 如欲较好

地了解云的宏观和微观过程的相互作用,起码需要发展二维( $x-z$ )时变模式。本模式的一个目的就是为设计所希望的二维模式作准备而先行对微物理过程作改进和考验。

### 文中符号说明(C. G. S 制)

$D$ ——直径	参量 $\left(\frac{\text{云谱扩展时间}}{\text{云谱开始成雨时间}}\right)$
$\lambda$ ——冰雹分布谱斜率	
$N_{RO}$ ——雨滴分布谱截距	$V$ ——垂直平流速度
$N_I$ ——冰雹浓度[个/克空气]	$g$ ——重力加速度
$N_{IO}$ ——冰雹分布谱截距	$T_{ve}$ ——环境虚温
$\eta$ ——雨谱分布谱斜率	$R_c$ ——云半径
$\eta_A$ ——全雨分布谱斜率	$I_s$ ——冻雨比含量(g/g)
$\eta_B$ ——云滴分布谱斜率	$U$ ——冰雹落速
$N_c$ ——云滴总浓度	$U_r$ ——雨落速
$\bar{W}$ ——云水含量(g/g)	$P_{IS}$ ——冻雨发生率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)
$w$ ——垂直速度	$P_w$ ——云水发生率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)
$z$ ——高度	$X$ ——云中水汽比含量(g/g)
$T_v$ ——云中虚温	$N_R$ ——雨数浓度(个/g)
$\mu_t = \frac{0.2}{R_c}  W $	$P_{NS}$ ——冻雨数发生率(个/cm <sup>3</sup> ·秒)
$R$ ——雨水比含量(g/g)	$P_I$ ——冰雹密度
$I$ ——冰雹比含量(g/g)	$P_{IDM}$ ——冰雹湿冻生长率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)
$U_s$ ——冻雨落速	$P_{IARI}$ ——冰雹撞冻雨水生长率 (g/cm <sup>3</sup> ·秒)
$P_{ID}$ ——冰雹发生率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$P_{IFI}$ ——雨冻结成冰雹生长率 (g/cm <sup>3</sup> ·秒)
$P_R$ ——雨发生率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$P_{IARR}$ ——冻雨撞冻雨水生长率 (g/cm <sup>3</sup> ·秒)
$P_{Re}$ ——雨水蒸发率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$P_{IF}$ ——雨水总冻结率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)
$N_s$ ——冻雨数浓度(个/g)	$K_e$ ——热交换系数
$P_{NI}$ ——冰雹数发生率(个/cm <sup>3</sup> ·秒)	$X_{SO}$ ——273 K 时水汽饱和比湿
$P_{NR}$ ——雨数发生率(个/cm <sup>3</sup> ·秒)	$L_f$ ——冻结潜热
$P_{IH}$ ——冰雹撞冻生长率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$C_w$ ——水的比热
$P_{IDY}$ ——冰雹干冻生长率(g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$A'$ ——冻结常数(0.66)
$P_{IAWI}$ ——冰雹撞冻云水生长率 (g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$a = 2115$
$P_{ILR}$ ——雨冻结成冻雨生长率 (g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$E$ ——捕获系数( $E = 1$ )
$P_{RAI}$ ——冰雹撞冻云水生长率 (g/cm <sup>3</sup> ·秒)	$W_i$ ——云冰比含量
$\rho_a$ ——空气密度	$P_{RC}$ ——云、雨水的自动转化率
$T_{PRC}$ ——云、雨转化无因次	$P_{N2}$ ——雨滴相并数减少率

$P_{NA}$ ——雨滴自然破碎增长率	$E_{ij}$ ——Brijer-Smith 捕获系数
$P_{N6}$ ——冰雹碰并雨滴减少率	$P_{BA}$ ——雨水碰并云水生长率
$P_{NM}$ ——冰雹湿生长余水剥离雨滴发生率	$P_{N1}$ ——云、雨滴数转化率
$\gamma_i$ ——温度垂直递减率	$P_{N3}$ ——雨滴相碰破碎增长率
$\phi$ ——水汽扩散系数	$P_{N5}$ ——冻雨碰并雨滴减少率
$L_v$ ——凝结潜热	$P_{N7}$ ——冰雹融化剥离雨滴发生率
$\nu$ ——动力粘性系数	$\bar{D}$ ——冰雹湿生长余水剥离雨滴平均体积直径
$C_I$ ——冰的比热	$\Gamma(\xi)$ ——Gamme 函数
$B'$ ——冻结常数( $10^4$ )	
$b = 0.8$	

## 参 考 文 献

- [1] Danielsen, E. F., R. Bleck, and D. A. Morris, Hail growth by stochastic collection in a cumulus model, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 135—155, 1972.
- [2] Takahashi, T., Hail in an axisymmetric cloud model, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1579—1601, 1976.
- [3] Srivastava, R. C., Parameterization of raindrop size distributions, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 108—124, 1978.
- [4] 徐家骥, 冰雹微物理与成雹机制, 39—43, 农业出版社, 1979.
- [5] Crow, E. L., Results of randomized hail suppression experiment in Northeast Colorado. Part 3: Analysis of hailstone size distribution for seeding and yearly effects, *J. Appl. M.*, **18**, 1559—1568, 1979.
- [6] Smith, P. L. et al., Rain and hailstone size distributions inside hailstorms. Proc. of Int. Conf. on cloud physics. Boulder, Colorado, 252—257, 1976.
- [7] Wisner, C., H. D. Orville and C. Myers, A numerical model of a hailbearing cloud, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1160—1181, 1972.
- [8] Orville, H. D. and F. J. Kopp, Numerical simulation of the life history of a hailstorm, *J. Atmos. Sci.*, **34**, 1596—1614, 1977.
- [9] Berry, E. X., A parameterization of the collection of cloud droplets. Paper presented at the First Conference on Weather Modification. Albany, 81—88, 1968.
- [10] Cotton, W. R., Numerical simulation of precipitation development in supercooled cumuli-Part 1, *M. W. R.*, **100**, 11, 757—763, 1972.
- [11] Berry E. X., An analysis of cloud drop growth by collection: Part 2, Single initial distribution, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1825—1831, 1974.
- [12] 徐华英、李桂忱、郝京甫, 积云降水过程的数值模拟研究, 黄山人工降水会议, 油印本, 1980.
- [13] Yau, M. K. and P. M. Austin, A model for hydrometeor growth and evolution of raindrop size spectra in cumulus cells, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 655—688, 1979.
- [14] 许焕斌, 王思微, 一维时变冰雹云模式研究(二): 反映融化对雹谱双参数演变的影响, 气象学报, 即将发表。

**A NUMERICAL MODEL OF HAIL-BEARING  
CONVECTIVE CLOUD (1): BIPARAMETER  
EVOLUTION OF SIZE DISTRIBUTION OF  
RAINDROPS, FROZEN RAINDROPS  
AND HAILSTONES**

Xu Huanbin      Wang Siwei

*(Academy of Meteorological Science, SMA, China)*

**Abstract**

In the general parameterization models of hailcloud the intercept of size-distribution of hydrometeor particles were defined by a constant so that the natural evolution between cloudwater and raindrops and between raindrops and hailstones was seriously distorted. In order to improve the model we have removed this restriction by introducing the equations of concentration continuity for raindrops, frozen raindrops and hailstones and proposed a new formula of the size distribution.

On this basis we have derived the formula of production term for each equation and obtained a new parameterization model which may better describe the interactions among various kind of hydrometeor particles. The model is one-dimensional and time-dependent. The results computed from this model indicated that the physical feature is improved obviously.