

复杂地形上湍流扩散的数值模拟*

桑建国

(北京大学地球物理系)

提 要

本文采用准静力大气热力—动力学方程组和平流扩散方程的数值解方法,模拟了汾河河谷地区的流场、温度场和浓度场。所得结果和1984年春该地区进行的一次SF₆示踪试验资料做了对比。计算浓度场采用了三种方法:一般网格的数值模式、套网格数值模式和正态模式。和实测值的比较表明,套网格模式给出较好的计算结果,并且不需要增加过多的计算时间。

一、引 言

为在山区复杂地形上做出空气质量评价,首先必须建立能够模拟这些地区流场和温度场及其演变的模式。目前这种数学模式可分为两类。一类是依据地面和高空观测资料的客观分析方法(或称诊断模式),它的精度很大程度上决定于观测资料的密度。另一类是动力(或预报)模式。它是通过对大气热力、动力过程的模拟,以求得风场和温度场,因而也减少了对观测资料的依赖性。

本文采用动力模式模拟了在汾河河谷所做的一次SF₆大气扩散试验过程。在对大气动力热力方程组的积分中,假定边条件不随时间变化,因而所模拟的气象场是在定常条件下,空气流经河谷上空,由于地形引起的流场变化,以及水平和垂直气流切变引起的湍流场变化。在求得风场的基础上,进而求解污染物的平流扩散方程,得出给定源强情况下的浓度分布,并通过和扩散试验实测资料的对比,讨论这种数值模式的可行程度。

二、汾河河谷大气扩散试验

1984年春,核工业部太原七所在山西古交地区的汾河河谷进行了一系列大气扩散试验^[1]。本文是根据其中2月28日进行的SF₆示踪试验所做的数值模拟。图1给出了试验地区的地形。SF₆在河谷南坡的百米铁塔上以匀速释放,由9时30分开始至10时10分结束,释放总量为24.9kg。相当于源高100m,源强 10.375gs^{-1} 的连续点源释放。试验期间的气象观测包括塔上的风、温观测,单站低空探空和小球测风以及若干地面风的自记

* 本文于1986年5月20日收到,1987年4月20日收到修改稿。

观测。

SF₆ 释放期间,近地面大气中风向风速的垂直切变非常显著。塔上 100m 处,为西北风 12.5m/s,而在 10m 处,为西风 4m/s。此时低层大气层结为中性。10m 高处双向风标测得的水平和垂直风向标准差 σ_h 和 σ_v 分别为 10.4° 和 7.4°。

图 1 上标明了前 5 个取样弧线上各取样点的位置。根据浓度实测值分析出的浓度分布以粗实线表示。实测浓度分布的特征是风向切变引起的不对称性,浓度分布偏向河谷一侧。示踪物释放点处是西北风,接近地面时风向逐渐偏转成西风,使地面浓度分布轴线(虚线)与释放点处风向(点划线)构成 10° 左右的夹角。

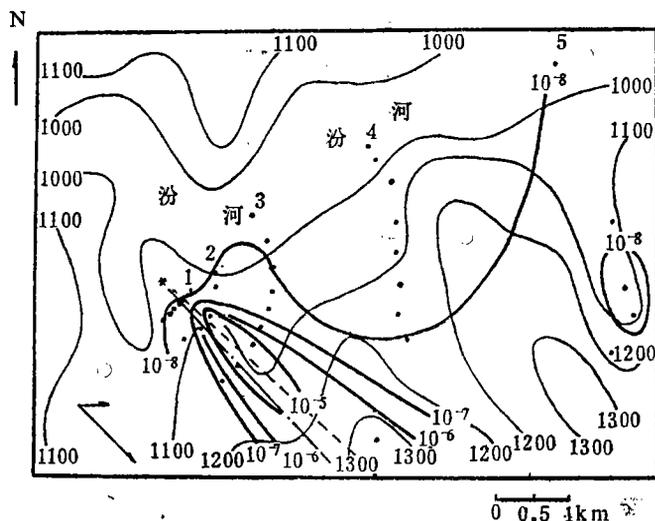


图 1 试验地区的地形及浓度分布

(细实线为地形等高线,间隔为 100m;粗实线为浓度分布等值线,单位: g/m^3 ;圆点为取样点位置,星号为释放点铁塔位置。图中左下角为铁塔上 10m 和 100m 高度处的风矢量。虚线为地面浓度分布轴线,点划线为释放点处的风向)

三、数值模式

数值模式中采用的大气动力热力学方程组包括两个水平动量方程、准静力方程、不可压缩流体连续方程和大气热力学方程,所包含的变量为风速分量 u, v, w , 表示气压的 Exner 函数 π 及位温 θ 。为了表示模式下边界地形起伏的作用,模式采用了地形追随坐标系, $\bar{z} = s(z - z_g) / (s - z_g)$, 其中 s 为模式顶部高度, $z_g = z_g(x, y)$ 为地形高度。经过坐标变换,上述方程具有下列形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - \theta \frac{\partial \pi}{\partial x} + \theta \frac{s - \bar{z}}{s - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial x} \frac{\partial \pi}{\partial \bar{z}} \\ & + f(v - v_g) + D_u \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} = & -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} - \theta \frac{\partial \pi}{\partial y} + \theta \frac{s - \bar{z}}{s - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial y} \frac{\partial \pi}{\partial \bar{z}} \\ & - f(u - u_g) + D_v \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \bar{z}} = g \frac{s - z_g}{s} \frac{\theta - \Theta}{\Theta \theta} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{s - z_g}{s} u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{s - z_g}{s} v \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{s - z_g}{s} \bar{w} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{z}} + D_s \quad (5)$$

其中 $\Pi + \pi = c_p (p/p_0)^{\beta/\alpha}$, 为表示气压场的 Exner 函数, Π 为已知的定常平均气压场, π 为中尺度气压场相对于 Π 的扰动偏差。 Θ 为已知的定常平均位温场, θ 为变化的中尺度位温场。平均气压场 Π 遵守准静力关系,

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{z}} = -\frac{s - z_g}{s} \frac{g}{\Theta} \quad (6)$$

u_g, v_g 为平均场的地转风分量, 和平均气压场 Π 的关系为:

$$u_g = -\frac{\Theta}{f} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \frac{g}{f} \frac{\bar{z} - s}{s} \frac{\partial z_g}{\partial y} \quad (7)$$

$$v_g = \frac{\Theta}{f} \frac{\partial \Pi}{\partial x} - \frac{g}{f} \frac{\bar{z} - s}{s} \frac{\partial z_g}{\partial x} \quad (8)$$

\bar{w} 为 (x, y, \bar{z}, t) 坐标系中的垂直运动, 它和笛卡尔坐标系中速度分量的关系为

$$\bar{w} = u \frac{\bar{z} - s}{s - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial x} + v \frac{\bar{z} - s}{s - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial y} + w \frac{s}{s - z_g} \quad (9)$$

在求解流场和温度场的同时, 求解平流扩散方程,

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} - v \frac{\partial c}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial c}{\partial \bar{z}} + D_c + Q \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(\bar{z} - H) \quad (10)$$

其中 c 为 SF_6 的浓度, (x_0, y_0) 为释放点铁塔的坐标, $H = 100\text{m}$ 为源高, $Q = 10.375\text{g/s}$ 为源强。 δ 函数在释放点 (x_0, y_0, H) 处, 取 $\delta = 1$, 其他位置上 $\delta = 0$ 。

方程(1)、(2)、(5)和(10)中的 D_u, D_v, D_θ 和 D_c 为湍流扩散项,

$$D_v = K_H \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{s}{s - z_g} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(K_v \frac{\partial \psi}{\partial \bar{z}} \right) \quad (11)$$

其中 ψ 代表变量 u, v, θ 或 c 。

(11) 式中的垂直扩散系数 K_v , 在近地面层中可表示成为^[2,3]

$$K_v = \kappa u_* z / \phi \quad (12)$$

其中 $\kappa = 0.4$ 为 Karman 常数。在中性的大气条件下, 对于动量 $u, v, \phi = 1$; 对于标量 θ 和 $c, \phi = 0.74$ 。摩擦速度 u_* 可借助于模拟出的风速廓线导出。近地面层上部的扩散系数, 采用 O'Brien 的表达式^[4]。

(11) 式中的水平扩散系数, 根据平衡区湍流相似理论^[5], 对于动量可表示成为

$$K_H = k^2 \Delta^2 |Def| \quad (13)$$

其中 Δ 为网格距, $k = 0.21$; 变形张量 $|Def|$ 取为形式^[6]

$$|Def| = \left| \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right| \quad (14)$$

对于标量 θ 和 c , 取湍流 Prandtl 数为 $1/3$, 即

$$K_H|_{\text{标量}} = 3K_H|_{\text{动量}} \quad (15)$$

计算区域 $9.5 \times 6.5 \text{ km}$ 的长方形, 如图 1 所示。水平格距 500 m 。垂直方向取为 12 层, 它们的坐标分别为 $0, 10, 30, 60, 100, 150, 200, 500, 1000, 2000, 3000$ 和 4000 m 。

方程 (1)–(5) 的差分形式为迎风格式。时间步长为 5 s 。方程 (10) 的差分形式取 Chapeau 函数, 它的优点在于人为的计算耗散较小^[7]。

侧面出流边条件对于 u, v 分量取成为辐射边条件, 对于浓度取为 $\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = 0$ 。

在入流边界上, u 和 v 取为定常的初始值, 浓度取为 $c=0$ 。地表面 $\bar{z}=0$ 处, 取 $u=v=0$, $\partial c/\partial \bar{z}=0$ 。如前所述, 我们求的是准定常的气象场, 因此地表面位温不随时间变化, $\theta(x, y, 0; t) = \theta(x, y, 0; 0)$ 。

四、数值模拟的结果

模式积分开始后, 风场逐步趋于稳定。图 2 为积分 40 min , 地面上 10 m 高度上的水平风场。由于这一时刻低层大气是近中性的, 而且风速很强, 因此地形对流场的阻塞作用和分流作用都不十分明显。图中还标注了若干地面测风站的实测值。可以看到模拟风场和实测值基本符合。

由于低层的温度场结构是中性的, 因而流场的改变(例如强迫垂直运动)并不影响温度场状态。在积分过程中, 边界层中 ($\bar{z} \leq 1000 \text{ m}$) 始终都是中性的。这和塔上及低空探空在这段时间内测得的低空温度场结构是一致的。

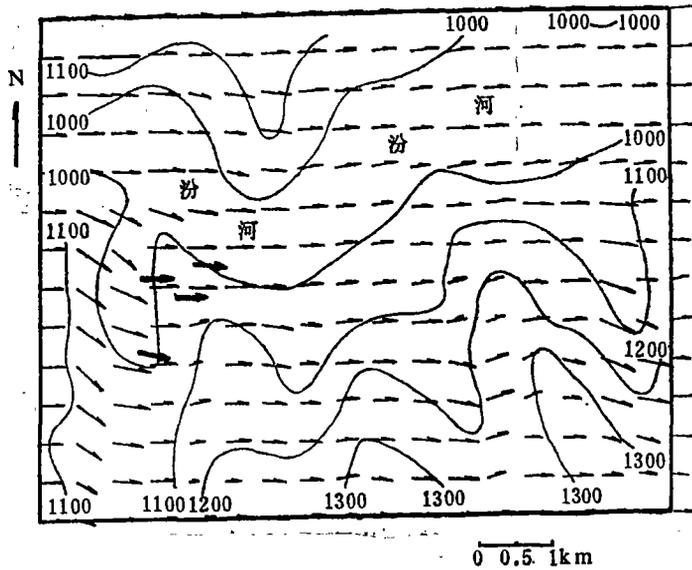


图 2 10m 高处流场图

(粗箭头向量为地面站实测值, 细实线为地形等高线)

图 3 为积分平流扩散方程(10)得到的地面浓度分布。和图 1 中的实测值比较看出, 在下风向 2km 内, 轴线浓度的计算值要比实测值低一个量级左右。这个误差是由于数值解中实际点源为体源代替而产生的。采用数值方法积分平流扩散方程, 必须把空间离散化为一定大小的网格。这时原来的点源就转化为源所在网格内的体积源。但这样构成的体积源所形成的浓度场和原来点源形成的浓度场不一定等价。根据 Karamchandani 等的分析^[8], 当水平网格距 $\Delta x, \Delta y$ 为源高 H 的 10 倍时, 只有当下风距离超过 $100UH^2/(4K_H)$ 时, 体积源的浓度分布才接近于点源, 其中 U 是平均风速, K_H 是扩散系数。因此以体积源代替点源必然引起误差。离源愈近或者网格愈大, 误差也愈大。在本模式中, 网格距取为

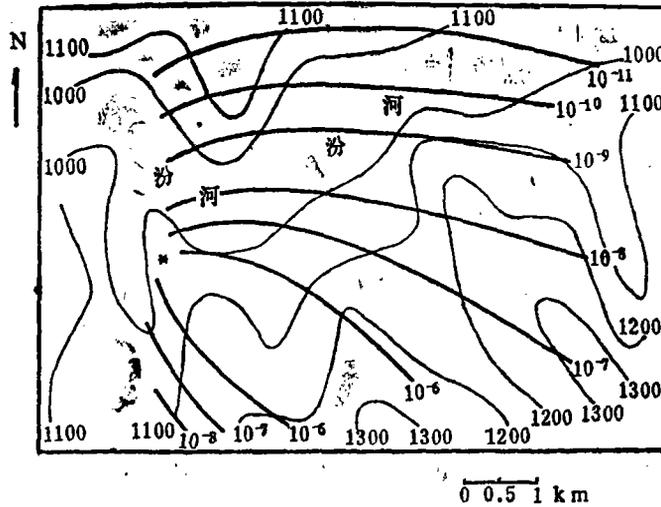


图 3 网格距为 500m 时的浓度分布计算值
(粗实线为浓度分布, 单位: g/m^3 ; 细实线为地形等高线)

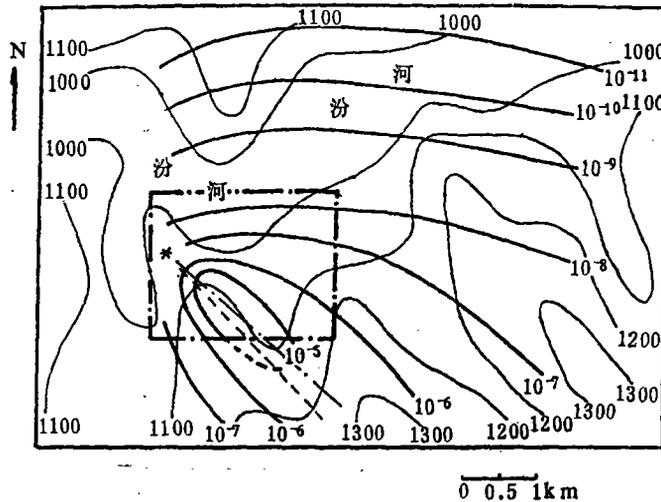


图 4 套网格计算出的地面浓度分布
(粗实线, 单位: g/m^3 ; 虚线为释放点高度上的风向, 细点划线为地面浓度分布轴线, 细实线为地形等高线)

500m,为源高 H 的5倍。采用^[8]的分析方法,大约在4—5km之外,体积源才能和点源等价。

为消除网格过宽在近距离内造成的计算误差,本模式采用了套网格方法,即在原有网格上,在源下风向某一距离内,采用加密的网格。图4中点划线包围的部分为加密网格区域。细网格的水平格距为125m,垂直距离不变。加密网格上的风速 u, v 分量和地形高度 Z_g ,都由原来粗网格上的数值采用线性内插方法得到。为保持质量的守恒性, \bar{w} 值由 u, v 值代入方程(4)中求得。最后将内插得到的 u, v, \bar{w} 和 z_g 代入(10)中,求得细网格区域内的浓度分布,如图4所示。

比较图1、图3和图4,可以看出,采用套网格后,计算结果在近距离内已大为改善,更接近于实测浓度场。同时计算浓度分布的轴线和实测浓度分布的轴线也相当一致。

图5为细网格中通过源点的主导风向上(西北-东南向)的垂直剖面。图上表示出沿这个剖面的风速向量和浓度廓线,明显地反映出地形坡面引起的气流抬升运动以及烟羽

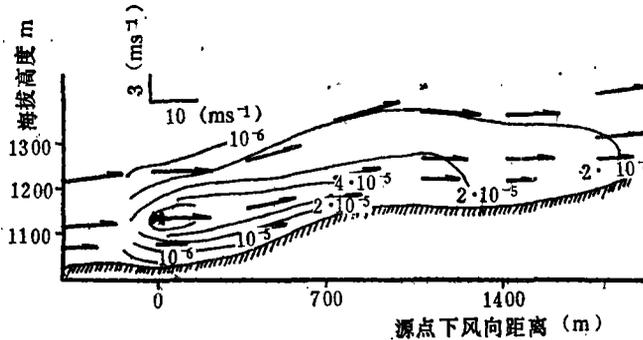


图5 通过源点西北-东南向垂直剖面
(箭头表示风向量在这个剖面上的投影。左上角为水平风速和垂直风速的标尺。星号表示源点的位置,细实线为浓度等值线(单位: g/m^3))

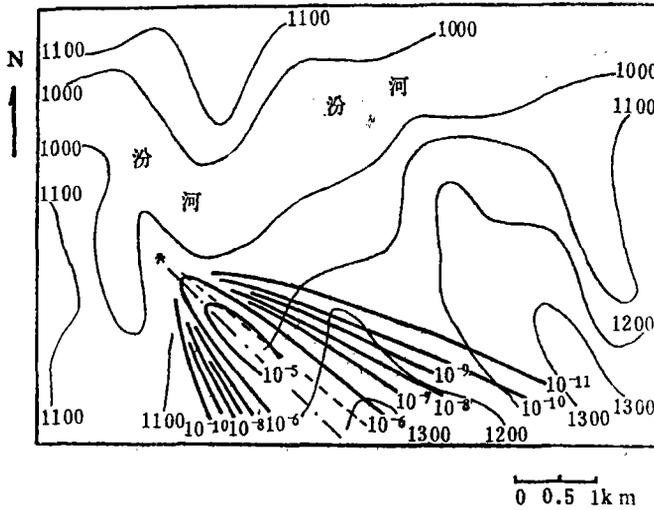


图6 正态模式计算的地面浓度分布

(粗实线, 单位: g/m^3 ; 虚线为实测浓度轴线, 点划线为计算浓度轴线, 细实线为地形等高线)

轴线的倾斜。

图 6 为按正态模式计算出的地面浓度分布。其中 σ_y 和 σ_z 按双向风标实测的 σ_y 和 σ_z 估计, 例如 $\sigma_y = \sigma_{y0} a x^b$, 取 $b=0.7, a=4.6^{[9]}$ 。和图 1 中实测浓度分布比较, 可以看出正态模式算出的 10^{-6} 和 10^{-5}g/m^3 等值线和实测浓度分布形式相似, 但两者浓度轴线有明显的偏差。在远离轴线的地方, 计算值和实测者相差甚大。例如在汾河河谷中, 实测者为 $10^{-9} - 10^{-8} \text{g/m}^3$, 而计算值只有 $10^{-10} - 10^{-11} \text{g/m}^3$ 。这是因为正态模式用于计算的风速方向和大小为西北风 12m/s , 这个模式无法考虑 4m/s 地面西风的输送作用。

五、简短的讨论

设在各取样点上 C_{ob} 为实测浓度。 C_{ca} 为模式计算浓度, 取

$$R = \begin{cases} C_{ca}/C_{ob} & (\text{如 } C_{ca} > C_{ob}) \\ C_{ob}/C_{ca} & (\text{如 } C_{ca} < C_{ob}) \end{cases}$$

图 7 为 R 小于某确定值的取样点占全部取样点的百分比的累积曲线。

在正态模式中, 约有 40% 的取样点的 R 值小于 10, 这些点大多数在烟羽轴线附近。远离轴线的取样点上 R 值则相当大, 因此累积频率曲线向 100% 线收敛的趋势很慢。这表明在复杂地形上, 用正态模式计算近距离的浓度分布仍是可行的, 但用于估计较大范围的浓度, 则可能会有相当大的误差。

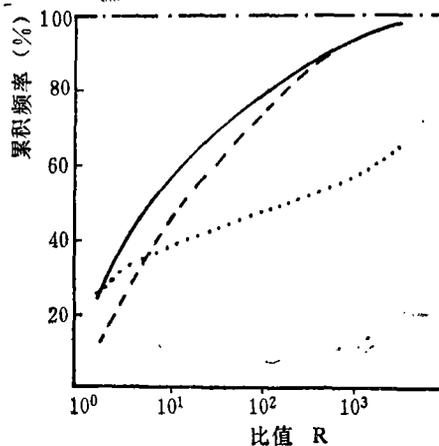


图 7 累积频率曲线

(点线: 正态模式; 虚线: 没有加密网格的数值模式; 实线: 加密网格的数值模式; 上端点划线表示累积频率为 100%)

采用宽网格的数值模式, $R < 10$ 的点数目很少。但随着 R 的增大, 累积频率曲线增长要比正态模式快, $R < 100$ 的点已占 80%。这表明采用数值模式做大范围评价要优于正态模式, 但在源点附近计算精度反不如后者。

采用套网格模式, 能使下风向 2—3km 范围内的浓度计算得到改善。由图可见, $R < 10$ 的点已占 60%。在套网格中, u, v 值都是内插得到的, 没有增加太多的计算时间。因此套网格可做数值模式提高源点附近浓度计算精度的一种方法。

总的来说,在复杂地形情况下,模式计算出的浓度场和实测浓度场之间的差别仍然较大。据美国复杂地形大气研究计划(ASCOT)报导,其中8种模式计算出的浓度值, R 小于8的点只占50%^[10],这反映了复杂地形上的空气质量评价模式目前仍处在较低水平上。

致谢:核工业部七所王景书同志提供了扩散试验资料,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 核工业部七所,古交地区大气环境质量予评价总报告书,1985年。
- [2] Businger, J. A., Turbulent transfer in the atmosphere surface layer, Workshop in Micrometeorology, Chapter 2, Amer. Met. Soc., Boston, 1973.
- [3] 桑建国、吴刚,背风坡流场和浓度场的数值模拟,大气科学,9,225—233,1985。
- [4] O'Brien, J. J., A note on the vertical structure of the eddy exchange coefficient in the planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 27, 1213—1215, 1970.
- [5] Smagorinsky, Y., General circulation experiments with primitive equations: I. The basic experiment, *Mon. Wea. Rev.*, 91, 99—164, 1963.
- [6] Hughes, R. L., A numerical simulation of mesoscale flow over mountainous terrain, Atmospheric Science Paper No. 303, Dept. Atmospheric Science, Colorado State University, 1978.
- [7] Long, P. E., and D. W. Pepper, An examination of some simple numerical schemes for calculating scalar advection, *J. Appl. Meteor.*, 20, 146—156, 1981.
- [8] Karamchandani, P., and L. Peters, Analysis of the error associated with grid representation of point sources, *Atmos. Environ.*, 17, 927—933, 1983.
- [9] Fortak, H. G., Mathematical models for planning and controlling air quality, IIASA, 91—97, Pergamon Press, 1982.
- [10] Wacker, D. J., and R. J. Longdergan, Operational evaluation of eight complex terrain models for potential use in regulatory applications, Third Conference on Mountain Meteorology, Amer. Meteor. Soc., October 16—19, 1984.

NUMERICAL SIMULATION OF TURBULENT DIFFUSION OVER A COMPLEX TERRAIN

Sang Jianguo

(Department of Geophysics, Peking University)

Abstract

A set of hydrostatic atmospheric thermo-dynamic equations and diffusion equation are solved numerically to simulate the flow, temperature and concentration fields over Fenhe valley, Shanxi Province. The results are compared with the data observed in a tracer experiment carried out in Spring of 1984. The concentration distributions are calculated by three approaches: ordinary numerical grids model, nested grids model and Gaussian model. The comparison shows that the nested grids model gives better results and needs only a little more computer time.