

# 地形与斜压边界层的动力分析\*

何 建 中

(南京气象学院, 210044)

## 提 要

利用摄动方法, 解析求解了含有地形的非线性斜压行星边界层的风场及其顶部的垂直速度。将所得结果与其它工作比较, 说明了斜压性、地形和非线性平流对边界层中风场分布和顶部垂直速度的影响。

关键词: 地形, 斜压性, 边界层中风的廓线。

## 1 引言

大气边界层内风速的分布, 不仅对自由大气运动有很大影响, 而且对于边界层内动量、热量、水汽等物理量及悬浮物质的输送起重要的作用, 因此如何客观定量地得出边界层风场的结构, 已成为重要的研究课题。

水平均匀大气边界层风的研究, 最早的是 Ekman 模式。近年来对此模式进行了多方面改进, 得到了许多结果<sup>[1-4]</sup>。文献[5]在假定水平均匀条件下, 求解了地形与斜压大气中边界层风的分布。但正如文献[6]所述, 由于地形的缘故, 水平分布是不均匀的, 必须考虑非线性平流项。本文在文献[5]的模式基础上, 考虑水平非均匀条件, 利用摄动方法解析地求解含有地形的非线性斜压边界层风的分布, 并计算出边界层顶部的垂直速度。

## 2 基本方程及其求解

边界层中水平运动方程与连续方程为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \right) u - f v = -f v_g + k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \right) v + f u = f u_g + k \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中类似文献[1]—[3], 已设湍流粘性系数为常数。

设地形拔海高度为  $h(x, y)$ , 则地表面气压场与温度场可分别写为  $P_h[x, y, h(x, y)]$  和  $T_h[x, y, h(x, y)]$ 。

类似 Pancher<sup>[5]</sup> 处理斜压性的分析方法, 得到:

$$\mathbf{V}_g = \mathbf{V}_{g0} + \mathbf{V}_{gh} + \mathbf{V}_T [1 - e^{-m(z-h)}] \quad (2)$$

\* 1990年12月4日收到原稿, 1992年9月10日收到最后修改稿。

式中,  $\mathbf{V}_{g_0} = \frac{RT_0}{f p_h} \mathbf{k} \times \nabla p_h$ ,  $\mathbf{V}_{g_h} = \frac{g}{f} \mathbf{k} \times \nabla h$ ,  $\mathbf{V}_T = \frac{R\theta}{f p_h} \mathbf{k} \times \nabla p_h + \frac{g}{m f T_h} \mathbf{k} \times \nabla T_h$ ,  $\theta = T - T_0$ ,  $T_h, T_0$  为不受热成风影响高度上的温度。由式(2)可知,任一高度上地转风包括正压、地形及斜压性三部分的影响。

将式(1)、(2)、(3)无因次化,并引入复函数:

$F = u + iv$ ,  $F_{g_0} = u_{g_0} + iv_{g_0}$ ,  $F_{g_h} = u_{g_h} + iv_{g_h}$ ,  $F_T = u_T + iv_T$  得复数方程及边条件:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - iF = -i(F_{g_0} + F_{g_h} + F_T) + iF_T e^{-s\eta} + R_0 \left[ \frac{\partial F}{\partial t} \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{2}(F + F^*) \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2i}(F - F^*) \frac{\partial F}{\partial y} + R_0 \omega \frac{\partial F}{\partial \eta} \right] \quad (3) \\ F = 0, \eta = 0 \\ F \text{ 有限}, \eta \rightarrow \infty \end{cases}$$

式中  $F^*$  表示  $F$  的共轭复数(本文以下均以“\*”号表示共轭),  $R_0 = \frac{V}{fL}$ ,  $\tilde{\omega} = E^{\frac{1}{2}} \omega$ ,  $\eta = E^{\frac{1}{2}}$

$(z-h)$ ,  $s = mE^{\frac{1}{2}}H$ ,  $E = 2k/fH^2$ ,  $f$  为科氏参数,  $L$  为水平尺度,  $H$  为气层高度,  $V$  为水平速度尺度,  $k$  为粘性系数,  $\omega$  为无量纲垂直速度,类似文献[2]取垂直速度特征尺度为  $R_0 V H / L$ 。

考虑到中纬度大尺度运动,  $R_0 \sim 10^{-1}$  为一个小参数,可以作为摄动量。现将  $F$  按  $R_0$  数展开成幂级数,取一级近似有:

$$F = F_0 + R_0 F_1 \quad (4)$$

将此代入式(3),按  $R_0$  的幂次整理并求解得:

$$\begin{cases} F_0 = F_{g_0} + F_{g_h} + F_T - (F_{g_0} + F_{g_h} + F_T + P) e^{-(1+i)\eta} + P e^{-s\eta} \\ F_0 = 0, \eta = 0 \\ F_0 \text{ 有限}, \eta \rightarrow \infty \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} F_1 = Ai + \left[ B_1 + \frac{1}{2}(i-1) B\eta \right] e^{-(1+i)\eta} \times \frac{Ci}{3} e^{-2(1+i)\eta} + \frac{Di}{2} e^{-(1-i)\eta} \\ \quad + \frac{(2+i)I}{5} e^{-2\eta} + (q+ri) E e^{-s\eta} + \frac{2G(s+2-2i)}{s(s^2+4s+8)} e^{-(1+s+i)\eta} \\ \quad + \frac{H(2s^2+1)}{4s^4+1} e^{-2s\eta} + \frac{2J(s+2i)}{(s+2)(s^2+4)} e^{-(1+s-i)\eta} \\ F_1 = 0, \eta = 0 \\ F_1 \text{ 有限}, \eta \rightarrow \infty \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $p = (qi-r)F_T$ ,  $q = \frac{2s^2}{s^4+4}$ ,  $r = \frac{4}{s^4+4}$ ;  $A = \frac{d_\infty F_\infty}{dt}$ ,

$$B = F_p \left[ (1+i) \frac{d_\infty \eta_1}{dt} - \frac{\tilde{L}(F_\infty)}{2} \right] - \frac{d_\infty F_p}{dt}, \quad C = \frac{F_p}{2} \left[ \tilde{L}(F_p) - (1+i) F_p \tilde{L}(\eta_1) \right]$$

$$D = -\frac{F_p^*}{2} L(F_\infty), \quad I = \frac{F_p^*}{2} L(F_p) - (1+i) L(\eta_1) K_\infty, \quad E = \frac{d_\infty p}{dt} - s p \frac{d_\infty \eta_1}{dt} + \frac{d_p F_\infty}{dt}$$

$$G = F_p \left[ \frac{s p}{2} L(\eta_1) - \frac{L(p)}{2} + (1+i) \frac{d_p \eta_1}{dt} \right] - \frac{d_p F_p}{dt}, \quad H = \frac{d_p p}{dt} - s p \frac{d_p \eta_1}{dt},$$

$$J = \frac{F_p^*}{2} [spL(\eta_1) - L(p)], B_1 = -Ai + \frac{Ci}{3} - \frac{Di}{2} - \frac{2+i}{5}I - (q+ri)E$$

$$- \frac{2G(s+2-2i)}{s(s^2+4s+8)} - \frac{H(2s^2+i)}{4s^4+1} - \frac{2J(s+2i)}{(s+2)(s^2+4)}$$

其中,  $\frac{d\omega}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u_{g0} + u_{gh} + u_T) \frac{\partial}{\partial x} + (v_{g0} + v_{gh} + v_T) \frac{\partial}{\partial y},$

$$\frac{dp}{dt} = -(ru_T + qv_T) \frac{\partial}{\partial x} + (qu_T - rv_T) \frac{\partial}{\partial y},$$

$$K_\infty = \frac{1}{2} [(u_{g0} + u_{gh} + u_T)^2 + (v_{g0} + v_{gh} + v_T)^2],$$

$$L(\quad) = \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) (\quad), \tilde{L}(\quad) = \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) (\quad),$$

$$\eta_1 = E^{\frac{1}{2}}h, F_\infty = F_{gh} + F_{g0} + F_T, F_p = F_\infty + p$$

将式(5)和式(6)代入式(4),可以得到非线性方程的一级近似解。

为便于讨论,将式(5)分离实虚部得

$$\begin{cases} u_o = u_{g0} + u_{gh} + u_T - (u_{g0} + u_{gh} + u_T - ru_T - qv_T)e^{-\eta} \cos \eta \\ \quad - (v_{g0} + v_{gh} + v_T + qu_T - rv_T)e^{-\eta} \sin \eta - (ru_T + qv_T)e^{-\eta} \\ v_o = v_{g0} + v_{gh} + v_T - (v_{g0} + v_{gh} + v_T + qu_T + rv_T)e^{-\eta} \cos \eta \\ \quad + (u_{g0} + u_{gh} + u_T - ru_T - qv_T)e^{-\eta} \sin \eta + (qu_T - rv_T)e^{-\eta} \end{cases} \quad (7)$$

式(7)即为不考虑平流作用,而只考虑地形、斜压作用的影响结果,与 Pancher<sup>[5]</sup>的结果一致。所以可以将文献[5]视为本文的零级近似。如若再不考虑地形及斜压作用( $F_{gh} = F_T = 0$ ),则由式(7)得出众所周知的 Ekman 解:

$$\begin{cases} u_o = u_{g0}(1 - e^{-\eta} \cos \eta) - v_{g0}e^{-\eta} \sin \eta \\ v_o = v_{g0}(1 - e^{-\eta} \cos \eta) + u_{g0}e^{-\eta} \sin \eta \end{cases}$$

在不考虑地形和斜压作用时,利用  $F_T = F_{gh} = 0$  及  $\eta = 0$ ,有  $F_\infty = F_p = F_{g0}$ 。从而得到

$$E = G = H = J = 0, A = \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_{g0} \frac{\partial}{\partial x} + v_{g0} \frac{\partial}{\partial y} \right) F_{g0}, B = -(A + C), C = F_{g0} \tilde{L}(F_{g0})/2,$$

$$D = -F_{g0}^* L(F_{g0})/2, I = -D, B = -Ai + \frac{Ci}{3} + \frac{4-3i}{10}D。式(6)简化为:$$

$$F_1 = -Ai + \left[ \frac{Ci}{3} + \frac{4-3i}{10}D - Ai + \frac{(A+C)(1-i)}{2}\eta \right] e^{-(1+n)\eta} - \frac{Ci}{3} e^{-2(1+i)\eta}$$

$$+ \frac{Di}{2} e^{-(1-i)\eta} - \frac{2+i}{s} D e^{-2\eta} \quad (8)$$

式(8)为不考虑地形及斜压作用,只考虑平流作用的结果,这与伍荣生<sup>[2]</sup>所得到的结果一致。

比较式(6)和式(8)可以看到,式(6)中由于包含了地形和斜压作用, $F_1$ 除了式(8)中的垂直模外,还有其它的垂直模(含  $s$  项)。这些垂直模的出现,影响了正压、无地形时边界层风场的垂直结构特征。此外,由于式(6)中的每项垂直模的系数包含了斜压与地形因子,因此,即使与式(8)相同的垂直模中,在不同的斜压特征及地形条件,其垂直结构特征也不相同,这些特点充分体现了斜压、地形对正压、无地形的边界层运动的影响。

由式(5)和(6)可知,考虑水平非均匀的平流作用,使解的形式变复杂了,  $F_1$  与  $F_0$  相比,除相同的垂直模外,还有新的垂直模。这些特点体现了地转风水平非均匀对线性  $E_k$ - $man$  边界层运动的影响。

类似  $F_0$ , 也可将  $F_1$  的实虚部分离, 得到:

$$\left\{ \begin{aligned} u_1 = & -A_i + (qE_r - rE_i)e^{-s\eta} + \frac{2s^2H_r - H_i}{4s^4 + 1}e^{-2s\eta} + \left( \frac{2I_r - I_i}{5} + \frac{C_i \sin 2\eta - C_r \cos 2\eta}{3} \right) \\ & e^{-2\eta} + \left[ \left( B_{1r} - \frac{D_i}{2} \right) \cos \eta + \left( B_{1i} + \frac{D_r}{2} \right) \sin \eta - \frac{(B_r + B_i)\eta \cos \eta + (B_r - B_i)\eta \sin \eta}{2} \right] e^{-\eta} \\ & + 2 \left\{ \left[ \frac{(s+2)G_r + 2G_i}{s(s^2 + 4s + 8)} + \frac{sJ_r - 2J_r}{(s+2)(s+4)} \right] \cos \eta + \left[ \frac{(s+2)G_i - 2G_r}{s(s^2 + 4s + 8)} - \frac{sJ_i + 2J_r}{(s+2)(s+4)} \right] \right. \\ & \left. \sin \eta \right\} e^{-(1+s)\eta} \\ v_1 = & A_r + (rE_r + qE_i)e^{-s\eta} + \frac{2s^2H_i + H_r}{4s^4 + 1}e^{-2s\eta} + \left( \frac{I_r + 2I_i}{5} + \frac{C_r \sin 2\eta - C_i \cos 2\eta}{3} \right) e^{-2\eta} \\ & + \left[ \left( \bar{B}_{1i} + \frac{D_r}{2} \right) \cos \eta + \left( B_{1i} - \frac{D_i}{2} \right) \sin \eta + \frac{(B_r - B_i)\eta \cos \eta + (B_r + B_i)\eta \sin \eta}{2} \right] e^{-2\eta} \\ & + \left\{ \left[ \frac{(s+2)G_i - 2G_r}{s(s^2 + 4s + 8)} + \frac{sJ_r + 2J_i}{(s+2)(s+4)} \right] \cos \eta + \left[ \frac{sJ_r - 2J_i}{(s+2)(s+4)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(s+2)G_r + 2G_i}{s(s^2 + 4s + 8)} \right] \sin \eta \right\} e^{-(1+s)\eta} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

式中,  $A_r = \frac{d_\infty u_\infty}{dt}$ ,  $A_i = \frac{d_\infty v_\infty}{dt}$ ,  $B_r = -\frac{d_\infty u_p}{dt} + (u_p - v_p) \frac{d_\infty \eta_1}{dt} + \frac{v_p}{2} \left( \frac{\partial v_\infty}{\partial x} - \frac{\partial u_\infty}{\partial y} \right)$ ,

$$B_i = -\frac{d_\infty v_p}{dt} + (u_p + v_p) \frac{d_\infty \eta_1}{dt} - \frac{u_p}{2} \left( \frac{\partial v_\infty}{\partial x} - \frac{\partial u_\infty}{\partial y} \right), \quad E_r = \frac{d_\infty p_r}{dt} - s p_r \frac{d_\infty \eta_1}{dt} + \frac{d_p u_\infty}{dt},$$

$$E_i = \frac{d_\infty p_i}{dt} - s p_i \frac{d_\infty \eta_1}{dt} + \frac{d_p v_\infty}{dt}, \quad D_r = \frac{v_p}{2} \left( \frac{\partial v_\infty}{\partial x} + \frac{\partial v_\infty}{\partial y} \right) - \frac{u_p}{2} \left( \frac{\partial u_\infty}{\partial x} - \frac{\partial v_\infty}{\partial y} \right),$$

$$D_i = \frac{v_p}{2} \left( \frac{\partial u_\infty}{\partial x} - \frac{\partial v_\infty}{\partial y} \right) - \frac{u_p}{2} \left( \frac{\partial v_\infty}{\partial x} + \frac{\partial u_\infty}{\partial y} \right), \quad C_r = \frac{v_p}{2} \left( \frac{\partial u_p}{\partial y} - \frac{\partial v_p}{\partial x} \right) - \frac{q u_p}{2} \left( \frac{\partial v_\tau}{\partial x} - \frac{\partial v_\tau}{\partial y} \right)$$

$$+ \frac{1}{2} (v_p^2 - u_p^2 + 2 v_p u_p) \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{1}{2} (v_p^2 - u_p^2 - 2 u_p v_p) \frac{\partial \eta_1}{\partial y},$$

$$C_i = \frac{u_p}{2} \left( \frac{\partial v_p}{\partial x} - \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) - \frac{q v_p}{2} \left( \frac{\partial v_\tau}{\partial x} - \frac{\partial u_\tau}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} (u_p^2 - v_p^2) \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \right),$$

$$I_r = \frac{1}{2} \left[ u_p \left( \frac{\partial u_p}{\partial x} - \frac{\partial v_p}{\partial y} \right) + v_p \left( \frac{\partial v_p}{\partial x} + \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) \right] - \frac{1}{2} (u_p^2 + v_p^2) \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \right),$$

$$I_i = \frac{1}{2} \left[ u_p \left( \frac{\partial v_p}{\partial x} + \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) - v_p \left( \frac{\partial u_p}{\partial x} - \frac{\partial v_p}{\partial y} \right) \right] - \frac{1}{2} (u_p^2 + v_p^2) \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \right),$$

$$G_r = \frac{1}{2} (r v_p - u_p q) \left( \frac{\partial v_\tau}{\partial x} - \frac{\partial u_\tau}{\partial y} \right) + \frac{s}{2} \left[ (u_p p_r - v_p p_i) \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + (u_p p_i + v_p p_r) \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \right]$$

$$+ \frac{d_p u_p}{dt} + (u_p - v_p) \frac{d_p \eta_1}{dt},$$

$$G_i = -\frac{1}{2} (q v_p + u_p r) \left( \frac{\partial v_\tau}{\partial x} - \frac{\partial u_\tau}{\partial y} \right) + \frac{s}{2} \left[ (u_p p_i + v_p p_i) \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + (u_p p_r - v_p p_i) \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \right]$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{d_p v}{dt} + (u_p + v_p) \frac{d_p \eta_1}{dt}, \\
H_r &= \frac{d_r u_p}{dt} - s p_r \frac{d_p \eta_1}{dt}, \quad H_i = \frac{d_p v_p}{dt} - s p_i \frac{d_p \eta_1}{dt}, \\
J_r &= \frac{u_p}{2} \left( s p_r \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - s p_i \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - \frac{\partial p_r}{\partial x} + \frac{\partial p_i}{\partial y} \right) + \frac{v_p}{2} \left( s p_i \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + s p_r \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - \frac{\partial p_i}{\partial x} + \frac{\partial p_r}{\partial y} \right), \\
J_i &= \frac{u_p}{2} \left( s p_r \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - s p_i \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - \frac{\partial p_r}{\partial x} + \frac{\partial p_i}{\partial y} \right) + \frac{v_p}{2} \left( s p_i \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + s p_r \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - \frac{\partial p_i}{\partial x} + \frac{\partial p_r}{\partial y} \right), \\
B_{1r} &= A_r - \frac{C_i}{3} + \frac{D_i}{2} + \frac{I_i - 2I_r}{5} - (q E_r - r E_i) - \frac{2[(s+2)G_r + 2G_i]}{s(s^2 + 4s + 8)} - \frac{2s^2 H_r - H_i}{4s^4 + 1} \\
& \quad + \frac{2(sJ_r - 2J_i)}{(s+2)(s^2 + 4)}, \\
B_{1i} &= -A_r + \frac{C_r}{3} - \frac{D_i}{2} + \frac{I_r - 2I_i}{5} + (q E_i + r E_r) - \frac{2[(s+2)G_i - 2G_r]}{s(s^2 + 4s + 8)} - \frac{2s^2 H_i + H_r}{4s^4 + 1} \\
& \quad - \frac{2(sJ_i + 2J_r)}{(s+2)(s^2 + 4)}.
\end{aligned}$$

其中,  $u_p = u_{g0} + u_{gh} + qv_T - (r-1)u_T$ ,  $v_p = v_{g0} + v_{gh} + qu_T - (r-1)v_T$ ,

$$p_r = -(ru_T + qv_T), \quad p_i = (qu_T - rv_T),$$

$$u_\infty = u_{g0} + u_{gh} + u_T, v_\infty = v_{g0} + v_{gh} + v_T.$$

### 3 水平风速的分布

为了考察地形、斜压与平流作用对边界层内风速随高度变化的影响, 类似文献[2]计算一个圆形涡旋气压场, 即设气压场的分布为:

$$\Phi = \pm \left( 1 - \frac{\alpha}{2} R^2 \right) \exp \left( -\frac{\alpha R^2}{2} \right) \quad (10)$$

正号对应于反气旋(高压区), 负号对应于气旋(低压区)。在计算中取 Rossby 数为 0.3,  $\alpha$  为 0.5,  $f = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ ,  $k = 8 \text{m}^2 \text{s}^{-1[2]}$ , 取  $s = 1^{[5]}$ 。地形分布为:

$$h(x, y) = h_m \exp(-R^2) \quad (11)$$

式中,  $h_m = h(0, 0)$  为无量纲山顶高度,  $R^2 = x^2 + y^2$ 。在  $x = R = 1.0, y = 0.0$  处计算。

图 1 给出了考虑地形平流作用对水平风速垂直分布的影响。可以看到, 不计地形影响时, 平流作用与气压系统有关, 反气旋区内的风速在低层较 Ekman 解小, 而高层则大于 Ekman 解, 气旋区内相反; 考虑地形后, 地形的作用除随地形坡度而变化外, 还和平流作用及气压系统有关, 在反气旋内, 有地形作用的风速较无地形时的风速大, 在气旋区内情况相反。

图 2 给出了斜压、平流作用对水平风速垂直分布的影响。从结果可见, 斜压性对风速分布的影响不仅与平流作用及气压系统有关, 而且还依赖于热成风的具体特征。在同样的热成风涡度条件下, 当热成风  $v_T$  与正压地转风  $v_{g0}$  方向一致时, 其风速较  $v_T$  与  $v_{g0}$  方向相反时大。无论热成风  $v_T$  与正压地转风  $v_{g0}$  的方向一致或相反, 当热成风涡度为负涡度时, 其平流作用使得风速较热成风涡度为正时大。因此, 斜压作用对风速分布的影响在不同的气压特征时的作用, 很大程度上依赖于斜压性本身的具体特点, 特别是热成风与正压地转

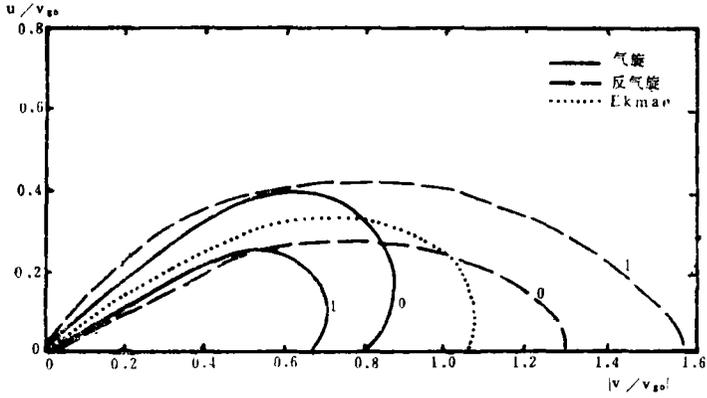


图 1 地形影响风速矢随高度变化的矢量端迹图  
( $x=1.0, y=0.0$ ; 曲线上的数值为  $h_m$  值)

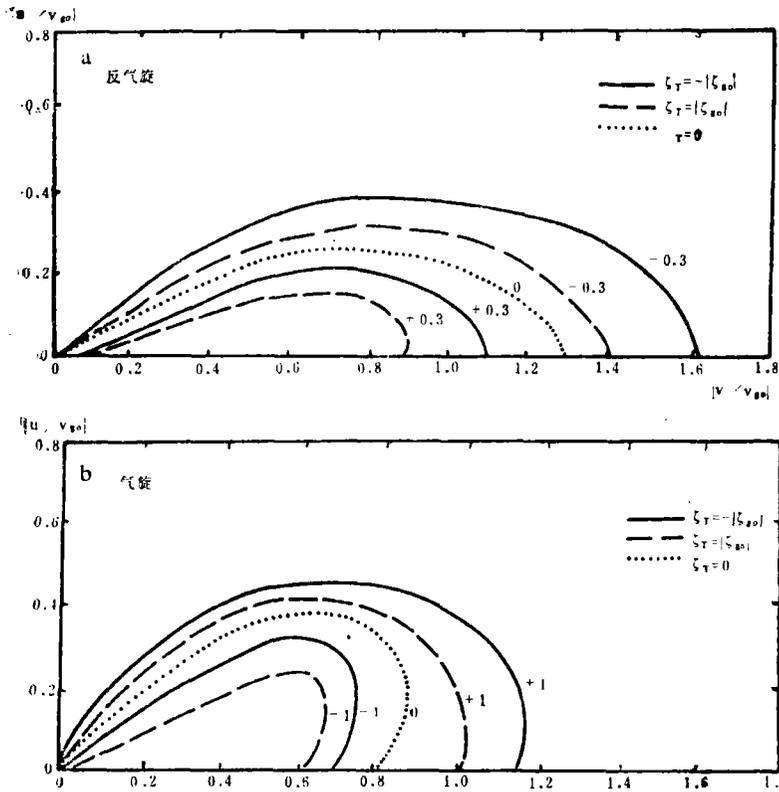


图 2 斜压性影响风速矢随高度变化的矢量端迹图  
(a为反气旋系统, b为气旋系统;  $x=1.0, y=0.0$ ; 曲线上的数值为  $v_T$  值,  $u_T=0$ )

风的方向配置及热成风涡度。

图 3 给出了地形、斜压及平流作用对风速分布的影响。

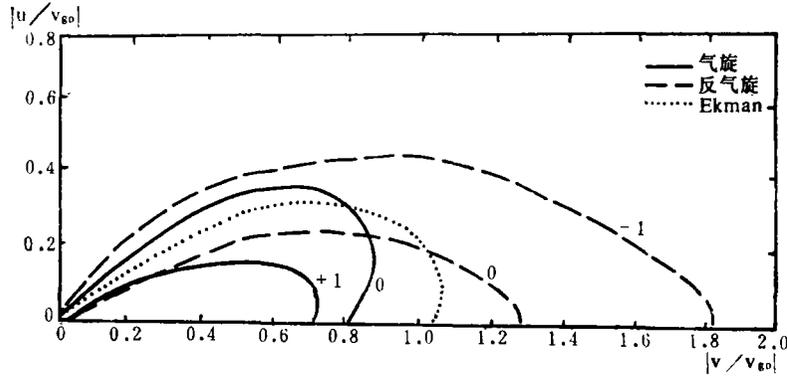


图 3 地形、斜压影响风速矢随高度变化的矢量端迹图  
( $x=1.0, y=0.0$ )

(曲线上数值 0 表示  $h_m=0, v_r=0, u_r=0, \xi_r=0$ ; -1 表示  $h_m=1, v_r=-0.3, u_r=0, \xi_r=-|\xi_{g0}|$ ; +1 表示  $h_m=1, u_r=0.3, v_r=0, \xi_r=|\xi_{g0}|$ )

#### 4 垂直速度

将无因次化连续方程对  $\eta$  积分, 并将式(7)和(9)的  $u, v$  代入, 最后得到边界层顶部垂直速度为:

$$\tilde{w}_\infty = \tilde{w}_0 + R_0 \tilde{w}_1 \quad (12)$$

$$\text{式中, } \tilde{w}_0 = \frac{1}{2} \xi_{g0} + \frac{1}{2} \xi_{gk} + \left( \frac{q}{s} + \frac{1-q-r}{2} \right) \xi_r - (\mathbf{V}_{g0} + \mathbf{V}_r) \cdot \nabla \eta_1 \quad (12a)$$

$$\tilde{w}_1 = \frac{\partial(\text{II}_r + \text{III}_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\text{II}_i - \text{III}_r)}{\partial y} - \left( A_i \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - A_r \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \right) \quad (12b)$$

式中,  $\xi_{g0} = \frac{\partial v_{g0}}{\partial x} - \frac{\partial u_{g0}}{\partial y}$ ,  $\xi_r = \frac{\partial v_r}{\partial x} - \frac{\partial u_r}{\partial y}$ ,  $\xi_{gk} = \frac{g}{f} \nabla^2 h$  分别为正压地转风、热成风及地形地转风涡度;

$$\begin{aligned} \text{II} &= \frac{A}{2} - \frac{B}{4} - \frac{C}{12} + \frac{D}{2} + \frac{I}{10} + \frac{s^3 - 2s^2 + 2}{s(s^4 + 4)} E + \frac{(s-4)G}{(s^2 + 4s + 8)(s^2 + 2s + 2)} \\ &\quad + \frac{(2s^3 - 2s^2 + 1)H}{2s(4s^4 + 1)} + \frac{J}{s^2 + 2s + 2}; \\ \text{III} &= -\frac{A}{2} + \frac{B}{4} + \frac{C}{12} + \frac{I}{5} + \frac{(s^2 - 2s + 4)E}{s(s^4 + 4)} + \frac{(s^2 + 6s + 4)G}{(s^2 + 4s + 8)(s^2 + 2s + 2)} \\ &\quad + \frac{(2s^2 - s + 1)H}{2s(4s^4 + 1)} + \frac{sJ}{(s+2)(s^2 + 2s + 2)}. \end{aligned}$$

下标  $r$  和  $i$  仍分别表示实部和虚部。

式(12)表示边界层顶部垂直速度  $\tilde{w}_\infty$ , 由不考虑水平平流作用时的垂直速度  $\tilde{w}_0$  与水平平流作用产生的一级近似修正项  $R_0 \tilde{w}_1$  两部分构成。若不计平流贡献, 即略去式(2)中的第 2 项, 则得式(12a), 垂直速度由正压地转风涡度, 热成风涡度, 地形地转风涡度及气流爬坡运动几项组成。因此, 斜压与地形对垂直速度的相对贡献, 除取决于爬坡效应外, 还取决于热成风涡度与地形地转风涡度的相对大小。一般地形地转风涡度项为负 ( $\nabla^2 h < 0$ ), 故该项使下沉运动增强, 而热成风涡度项可正可负 (取决于热成风具体特征), 爬坡项

一般在气流上坡处增强上升运动,下坡处增强下沉运动。若不计地形、斜压作用,则式(12a)简化为:

$$\tilde{\omega}_\infty = \frac{1}{2} \xi_{g0}$$

这正是经典的Charney与Eliassen所得到的结果。

如若考虑平流作用,则必须计算含 $R_0$ 项的作用。该修正项 $R_0 \tilde{\omega}_1$ 与具体地转风的水平非均匀性及非定常变化和斜压特征,地形条件有关。当不考虑地形及斜压作用时,由 $E = G = H = J = 0$ 等条件,不难得到:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_\infty = & \frac{1}{2} \xi_{g0} + R_0 \left\{ \frac{3}{4} \left[ - \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_{g0} \frac{\partial}{\partial x} + v_{g0} \frac{\partial}{\partial y} \right) \xi_{g0} + 2J(v_{g0}, u_{g0}) \right. \right. \\ & + \frac{1}{60} \left( u_{g0} \frac{\partial \xi_{g0}}{\partial x} + v_{g0} \frac{\partial \xi_{g0}}{\partial y} \right) + \frac{7}{60} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (v_{g0} \xi_{g0}) - \frac{\partial}{\partial y} (u_{g0} \xi_{g0}) \right] \\ & \left. \left. - \frac{1}{5} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (u_{g0}^2 + v_{g0}^2) \right] \right\} \end{aligned}$$

该式恰与文献[2]的结果一致。

表1给出了由式(10)和式(11)给定的气压场及地形,且为 $h_m = 1, s = 1, R_0 = 0.3, |\xi_r| = |\xi_{g0}|$ 时,  $x = \pm 0.8, y = 0$ 处的各项无量纲垂直速度。

表 1 影响 $\tilde{\omega}_\infty$ 各项的数值

	正压地转风涡度		地形地转风涡度	热成风涡度	爬 坡		非线性平流修正					
参数值	气旋	反气旋	气旋或反气旋	气旋或反气旋	$U_T = \pm 0.3$ 气旋或反气旋		$U_T = -0.3$ 气旋                      反气旋					
				$\xi_r = \pm  \xi_{g0} $	$x = 0.8$	$x = -0.8$	$\xi_r = - \xi_{g0} $	$\xi_r =  \xi_{g0} $	$x = 0.8$	$x = -0.8$	$x = 0.8$	$x = -0.8$
无量纲垂直速度	0.6	-0.6	-0.23	$\pm 0.36$	$\mp 0.65$	$\pm 0.65$	0.05	0.048	0.06	0.061		

在本个例中,因 $V_{g0} \cdot \nabla \eta_1 = 0$ ,故爬坡项主要是热成风的爬坡( $V_T \cdot \nabla \eta_1$ )。因此,斜压性不同,在山坡两端产生的垂直速度是不一致的。另外,热成风涡度项对垂直速度的影响类似于正压地转风涡度的作用,主要取决于涡度的符号及大小。地形地转风涡度一般是产生下沉气流。非线性平流作用的一级近似修正值对垂直速度的影响相对较小,大约为正压地转风涡度项的10%,即从个例来看,非线性平流作用的一级近似修正对垂直速度的修正,没有对水平风速的修正明显。总之,各因子的具体数值主要取决于反映气压系统、斜压性及地形特征参数的值。参数值不同则各因子的相对大小不同。

### 5 结 语

利用摄动法,解析求解了含有地形的非线性斜压行星边界层的风场及其顶部的垂直

速度。结果表明地形、平流、斜压对边界层风场及其顶部垂直速度均有影响。从个例计算的结果来看,即使是一级近似,地形、斜压、非线性平流影响的订正值也较大。

### 参考文献

- [ 1 ] Wu Rongsheng, W-Blumen. An analysis of Ekman boundary layer dynamics incorporating the geostrophic momentum approximation. *J Atmos Sci*, 1982, 39:1774—1782.
- [ 2 ] 伍荣生. 非线性 EKMAN 层的动力特征. *气象学报*, 1984, 42(3):269—278.
- [ 3 ] Liu Pinyu, Qin Zhenghao. Dynamics of nonlinear baroclinic Ekman boundary layer. *Advances in Atmos Sci*, 1986, 3(4):424—429.
- [ 4 ] Zhao ming. A numerical experiment of the PBL with geostrophic momentum approximation. *Advances in Atmos Sci*, 1988, 5(1):48—56.
- [ 5 ] Panchev S, Atarssov O. Baroclinic PBL above synoptic scale topography. *Bulgrin Geophysical Journal*, 1979, 5(1):10—18.
- [ 6 ] Panchev S. PBL equations in geostrophic momentum approximation. *Bulgrin Geophysical Journal*, 1986, 39(9):67—69.

## AN ANALYSIS OF BAROCLINIC PBL ABOVE THE TOPOGRAPHY

He Jianzhong

(*Nanjing Institute of Meteorology, 210044*)

### Abstract

By the perturbation method, the wind structure and vertical motion within the non-linear baroclinic PBL above topography are determined. These results are discussed by comparison with other works. It is demonstrated that the contributions of baroclinity, topography and nonlinear effects to the wind profile of the PBL are all of definite importance.

**Key words:** Topography, Baroclinity, The wind profile of the PBL.