

杭州湾、长江口余流及其物质 输运作用的模拟研究

I. 杭州湾、长江口三维联合模型*

史峰岩 朱首贤** 朱建荣 丁平兴

(华东师范大学河口海岸国家重点实验室, 上海 200062)

摘要 根据杭州湾、长江口流场和物质输运的特点, 引进正交曲线网格版本 ECOM 模型, 并对斜压梯度力和物质对流扩散的计算作了改进, 建立了一个以杭州湾和长江口为整体的三维联合模型, 用于潮流、余流和物质输运的计算和研究.

关键词 杭州湾和长江口 联合模型 斜压梯度力 对流扩散

中图分类号: P731

1 引言

余流及其物质输运作用是近岸海洋环境研究的核心问题之一. 对于杭州湾、长江口的余流和物质输运, 尽管过去已有不少研究^[1~12], 但仍有很多问题值得进一步深入研究. 观测事实和理论研究都表明, 杭州湾、长江口的余流和物质输运是一个相互影响的整体, 长江口是杭州湾各种物质的重要源地^[1,2]. 因此, 很有必要把杭州湾和长江口作为一个整体来研究, 如果将两者分开, 对很多问题的研究是不完整的. 数值模拟是研究余流和物质输运的一个重要手段. 从过去涉及该海域的数值模拟工作来看, 有的以中国东部海域(或东海)为计算范围^[8,9], 这种模拟很难提高杭州湾、长江口的分辨率, 不足以反映杭州湾、长江口余流和物质输运的复杂结构; 有的仅计算杭州湾或长江口局部海域^[10~12], 这样很难反映杭州湾、长江口余流和物质输运的整体特征, 同时也给数值模拟的开边界条件的给出带来不方便. 目前在国际上比较流行的海洋模式中, ECOM 和 POM 模型用于近岸计算比较方便, 这两个模式物理过程处理基本相同, 是同一类模式并行发展的两个版本^[13]. 本文第一部分将正交曲线网格版本 ECOM 模

本文于 1999-07-10 收到, 修改稿于 2000-05-12 收到.

* 国家自然科学基金(编号: 4960606, 49876002)、高校博士点基金、河口海岸国家重点实验室开放基金联合资助.

** 单位又为解放军理工大学气象学院海洋教研室, 南京 211101.

第一作者简介: 史峰岩, 男, 35 岁, 副教授, 博士, 现主要从事河口海岸流体力学研究.

型引进到杭州湾和长江口,并根据该模型用于杭州湾、长江口存在的一些问题,对模型作了一些改造,建立一个杭州湾、长江口三维联合模型,第二和第三部分分别作冬季和夏季余流及其物质输运作用模拟研究.

2 杭州湾、长江口三维联合模型

研究区域如图 1 所示,采用曲线网格提高分辨率,网格最小 609 m,最大 5 489 m. 垂向均匀分为 8 层. 由于很难根据实测资料给出开边界余水位,我们把中国东部海域作为补充计算域,由中国东部海域“边界力流”、风生流、密度流等计算结果提供杭州湾和长江口南、北、东开边界余水位.

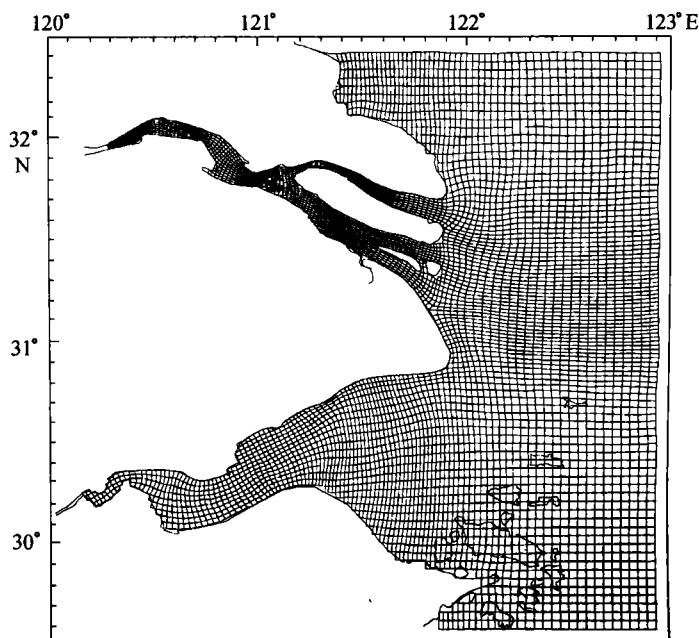


图 1 杭州湾、长江口计算区域及网格

下面给出正交曲线网格版本 ECOM 模型的控制方程^[13]. 考虑到计算区域温度的变化对流场的影响可忽略,去掉温度方程及其计算. 水平正交曲线网格、垂直 σ 坐标变换及控制方程如下.

正交曲线坐标变换: $\xi_1 = \xi_1(x, y)$, $\xi_2 = \xi_2(x, y)$, $\sigma = \frac{z - \eta}{H + \eta}$.

定义部分变量: $h_1 = \sqrt{x_{\xi_1}^2 + y_{\xi_1}^2}$, $h_2 = \sqrt{x_{\xi_2}^2 + y_{\xi_2}^2}$, $\vec{e}_{\xi_1} = (x_{\xi_1} \vec{i} + y_{\xi_1} \vec{j}) / \sqrt{x_{\xi_1}^2 + y_{\xi_1}^2}$,
 $\vec{e}_{\xi_2} = (x_{\xi_2} \vec{i} + y_{\xi_2} \vec{j}) / \sqrt{x_{\xi_2}^2 + y_{\xi_2}^2}$, $\vec{V} = U_1 \vec{e}_{\xi_1} + U_2 \vec{e}_{\xi_2}$.

控制方程:

$$h_1 h_2 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_1} (h_2 U_1 D) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 U_2 D) + h_1 h_2 \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(h_1 h_2 D U_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_1}(h_2 D U_1^2) + \frac{\partial}{\partial \xi_2}(h_1 D U_1 U_2) + h_1 h_2 \frac{\partial(\omega U_1)}{\partial \sigma} + \\ & D U_2(-U_2 \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} + U_1 \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} - f) = -g D h_2 \frac{\partial \eta}{\partial \xi_1} - P I \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1}(A_M \frac{h_2}{h_1} D \frac{\partial U_1}{\partial \xi_1}) + \\ & \frac{\partial}{\partial \xi_2}(A_M \frac{h_1}{h_2} D \frac{\partial U_1}{\partial \xi_2}) + \frac{\partial}{\partial \xi_2}(A_M D \frac{\partial U_2}{\partial \xi_1}) + \frac{h_1 h_2}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma}(K_M \frac{\partial U_1}{\partial \sigma}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(h_1 h_2 D U_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_1}(h_2 D U_1 U_2) + \frac{\partial}{\partial \xi_2}(h_1 D U_2^2) + h_1 h_2 \frac{\partial(\omega U_2)}{\partial \sigma} + \\ & D U_1(-U_1 \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} + U_2 \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} + f) = -g D h_1 \frac{\partial \eta}{\partial \xi_2} - P I \xi_2 + \frac{\partial}{\partial \xi_1}(A_M \frac{h_2}{h_1} D \frac{\partial U_2}{\partial \xi_1}) + \\ & \frac{\partial}{\partial \xi_2}(A_M \frac{h_1}{h_2} D \frac{\partial U_2}{\partial \xi_2}) + \frac{\partial}{\partial \xi_1}(A_M D \frac{\partial U_1}{\partial \xi_2}) + \frac{h_1 h_2}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma}(K_M \frac{\partial U_2}{\partial \sigma}), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(h_1 h_2 D S)}{\partial t} + \frac{\partial(h_2 U_1 D S)}{\partial \xi_1} + \frac{\partial(h_1 U_2 D S)}{\partial \xi_2} + \frac{\partial(h_1 h_2 \omega S)}{\partial \sigma} = \\ & \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left[\frac{h_2}{h_1} A_H D \frac{\partial S}{\partial \xi_1} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[\frac{h_1}{h_2} A_H D \frac{\partial S}{\partial \xi_2} \right] + \frac{h_1 h_2}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K_H \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right] + P Y C, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & h_1 h_2 \frac{\partial(q^2 D)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_1}(h_2 U_1 D q^2) + \frac{\partial}{\partial \xi_2}(h_1 U_2 q^2 D) + h_1 h_2 \frac{\partial(\omega q^2)}{\partial \sigma} = \\ & h_1 h_2 \left\{ \frac{2 K_M}{D} \left[\left[\frac{\partial U_1}{\partial \sigma} \right]^2 + \left[\frac{\partial U_2}{\partial \sigma} \right]^2 \right] + \frac{2 g}{\rho_0} K_H \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} - \frac{2 q^3 D}{A_1} \right\} + \\ & \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left[\frac{h_2}{h_1} A_H D \frac{\partial q^2}{\partial \xi_1} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[\frac{h_1}{h_2} A_H D \frac{\partial q^2}{\partial \xi_2} \right] + \frac{h_1 h_2}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K_q \frac{\partial q^2}{\partial \sigma} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & h_1 h_2 \frac{\partial(q^2 l D)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_1}(h_2 U_1 D q^2 l) + \frac{\partial}{\partial \xi_2}(h_1 U_2 D q^2 l) + h_1 h_2 \frac{\partial(\omega q^2 l)}{\partial \sigma} = \\ & h_1 h_2 \left\{ \frac{l E_1 K_M}{D} \left[\left[\frac{\partial U_1}{\partial \sigma} \right]^2 + \left[\frac{\partial U_2}{\partial \sigma} \right]^2 \right] + \frac{l E_1 g}{\rho_0} K_H \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} - \frac{q^3 D}{B_1} \widetilde{W} \right\} + \\ & \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left[\frac{h_2}{h_1} A_H D \frac{\partial(q^2 l)}{\partial \xi_1} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[\frac{h_1}{h_2} A_H D \frac{\partial(q^2 l)}{\partial \xi_2} \right] + \frac{h_1 h_2}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K_q \frac{\partial(q^2 l)}{\partial \sigma} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

以上方程中, $P I \xi_1, P I \xi_2$ 为斜压梯度力; q^2 为湍动能; l 为湍涡尺度; $P Y C$ 为源汇项. 其他变量与一般规定相同, 或者和文献[13] 相同.

2.1 水平斜压梯度力计算方法的改进

采用 σ 坐标系使海底地形处理方便, 这是海洋数值计算中采用 σ 坐标系的优点. 但是, 当水深梯度较大、垂向密度差别大时, 在 σ 坐标系中计算斜压效应产生的水平压力梯度力, 会出现由两个大项代数和求小项的问题, 产生比较大的误差^[14~16].

在静力平衡的条件下, 如果不考虑大气压的贡献, 某一深度 z 处的压力

$$P = \int_z^\eta \rho g dz, \quad (7)$$

在 (x, y, σ) 坐标系下斜压梯度力

$$\frac{1}{\rho} \nabla_z P = g \nabla \eta + \frac{g}{\rho} \int_{\sigma}^0 \left[\nabla_{\sigma} \rho - \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \nabla D \right] D d\sigma, \quad (8)$$

当地形变化剧烈、垂向密度层结比较大时, $\nabla_{\sigma} \rho$ 和 $\frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \nabla D$ 是两个大项, 而其代数和 $\nabla_{\sigma} \rho - \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \nabla D$ 可能远小于这两个项本身. 由两个大项代数和求小项, 很容易产生与小项本身相当的计算误差.

ECOM 采用扣除水平平均密度的方法来减小这种误差, 下面对这种方法的优点及其用于杭州湾、长江口仍存在的问题作进一步的分析, 并设计更合理的差分格式.

在 ECOM 中, 密度 ρ 被分解为两部分, 即

$$\rho(x, y, z, t) = \bar{\rho}(z, t) + \rho'(x, y, z, t),$$

水平压力梯度力可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \nabla_z P &= \frac{1}{\rho} \nabla_z \int_z^{\eta} \rho g dz = \frac{g}{\rho} \nabla_z \int_z^0 \bar{\rho} dz + \frac{g}{\rho} \nabla_z \int_0^{\eta} \bar{\rho} dz + \\ &\quad \frac{g}{\rho} \nabla_z \int_z^{\eta} \rho' dz = \frac{g}{\rho} \nabla_z \int_0^{\eta} \bar{\rho} dz + \frac{g}{\rho} \nabla_z \int_z^{\eta} \rho' dz, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{定义} \quad \rho_1 = \frac{1}{\nabla \eta} \nabla_z \int_0^{\eta} \bar{\rho} dz, \quad (10)$$

ρ_1 与 0 到 η 之间某一点的 $\bar{\rho}$ 相当. 式(9)等号右边第二项

$$\frac{g}{\rho} \nabla_z \int_z^{\eta} \rho' dz = \frac{g}{\rho} \rho' \Big|_{z=\eta} \nabla \eta + \frac{g}{\rho} \int_z^{\eta} \nabla_z \rho' dz = \frac{g}{\rho} \rho' \nabla \eta + \frac{g}{\rho} \int_{\sigma}^0 \left[\nabla_{\sigma} \rho' - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \nabla D \right] D d\sigma, \quad (11)$$

即由 Z 坐标系转换到 σ 坐标系, 式(9)可以整理为

$$\frac{1}{\rho} \nabla_z P = \frac{\rho_1 + \rho'}{\rho} g \nabla \eta + \frac{g}{\rho} \int_{\sigma}^0 \left[\nabla_{\sigma} \rho' - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \nabla D \right] D d\sigma. \quad (12)$$

通常可取 $\frac{\rho_1 + \rho'}{\rho} \approx 1$, 式(12)可以进一步写为

$$\frac{1}{\rho} \nabla_z P \approx g \nabla \eta + \frac{g}{\rho} \int_{\sigma}^0 \left[\nabla_{\sigma} \rho' - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \nabla D \right] D d\sigma. \quad (13)$$

这里需要指出的是, 由式(9)推导到式(12)和式(13)的过程中, 钱永甫等^[16]作了 $\rho' \Big|_{z=\eta} = 0$ 的假设, 这个假设是不必要的. 在 (ξ_1, ξ_2) 坐标下, ECOM 给出的表达式与式(13)略有差别.

$$\rho(\xi_1, \xi_2, z, t) = \bar{\rho}(z, t) + \rho'(\xi_1, \xi_2, z, t),$$

$$\frac{1}{\rho} \nabla_z P = g \frac{1}{h_1} \frac{\partial \eta}{\partial \xi_1} \vec{e}_{\xi_1} + g \frac{1}{h_2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi_2} \vec{e}_{\xi_2} + \frac{1}{D h_1 h_2} P I \xi_1 \vec{e}_{\xi_1} + \frac{1}{D h_1 h_2} P I \xi_2 \vec{e}_{\xi_2}, \quad (13)'$$

其中,

$$P I \xi_1 = \frac{g D^2 h_2}{\rho} \int_{\sigma}^0 \left[\frac{\partial \rho'}{\partial \xi_1} - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial \xi_1} \right] d\sigma,$$

$$P I \xi_2 = \frac{g D^2 h_1}{\rho} \int_{\sigma}^0 \left[\frac{\partial \rho'}{\partial \xi_2} - \frac{\partial \rho'}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D}{\partial \xi_2} \right] d\sigma.$$

ECOM 用式(13)'计算斜压梯度力, 用 ρ' 代替 ρ , 能扣除 $\bar{\rho}$ 产生的计算误差. 但是, 在杭州

湾、长江口为整体的海域,水平方向上盐度由不到 1 变到 33 左右,垂直方向盐度变化包括高度分层、部分混合和均匀混合等多种类型.局部海域和整个海域的盐度层结有很大差别,斜梯度力计算误差仍比较大.

我们曾经引进局域的概念,扣除局域平均密度层结,设计了几种 σ 坐标系下斜压梯度力的改进差分格式,而且从理论和数值试验两个角度证明,其效果优于 ECOM 的差分方案^[1].本文基于这种扣除局域平均密度层结的思想,改进我们曾经提出的返回 Z 坐标系下计算斜压梯度力的方法^[1],进一步设计适合 ECOM 的差分格式.

返回 Z 坐标系下计算斜压梯度力的优点和缺点我们在文献[17]中曾作过比较详细的分析,这里仅简述其思想.记 ρ' 产生的压力为 P' ,综合式(9)和式(10)

$$\frac{1}{\rho} \nabla_z P = \frac{g}{\rho} \rho_1 \nabla \eta + \frac{g}{\rho} \nabla_z \int_z^\eta \rho' dz = \frac{g}{\rho} \rho_1 \nabla \eta + \frac{1}{\rho} \nabla_z P', \quad (14)$$

由于 $\rho_1 \approx \rho$, 仍可以取 $\frac{\rho_1}{\rho} = 1$, 因此式(14) 等号右边第一项为水位梯度力,第二项为斜压梯度力.在 (ξ_1, ξ_2) 坐标系下,式(14)为

$$\frac{1}{\rho} \nabla_z P = g \frac{1}{h_1} \frac{\partial \eta}{\partial \xi_1} \vec{e}_{\xi_1} + g \frac{1}{h_2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi_2} \vec{e}_{\xi_2} + \frac{1}{Dh_1 h_2} PI \xi_1 \vec{e}_{\xi_1} + \frac{1}{Dh_1 h_2} PI \xi_2 \vec{e}_{\xi_2}, \quad (14)'$$

其中,

$$PI \xi_1 = \frac{Dh_2}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial \xi_1} = \frac{Dh_2}{\rho} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \int_z^\eta \rho' g dz,$$

$$PI \xi_2 = \frac{Dh_1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial \xi_2} = \frac{Dh_1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \int_z^\eta \rho' g dz,$$

从理论上来说,式(14)'不会出现大项代数数和求小项的问题.

如图 2 引入局域的定义.在空间离散网格系统中,我们规定任何一个网格点都对应一个局域.具体来说,在计算某网格点的斜压梯度力时,要用到它周围几个网格点的密度,这几个网格组成的区域就定义为该网格点所对应的局域.如图 2 所示,计算 $(i - \frac{1}{2}, j)$ 点的斜压梯度力 $PI \xi_1$,要用到 $(i - 1, j)$ 和 (i, j) 点的密度,因此把网格 C1 和 C2 作为 $(i - \frac{1}{2}, j)$ 点对应的局域.同样,网格 C2 和 C4 是 $(i, j - \frac{1}{2})$ 点对应的局域.

我们分两种情况设计差分格式.

第一种情况(方案 1),计算过程中,温盐场由观测资料给出,始终保持不变.如图 3 所示,我们所获取的观测资料一般都在标准等 Z 面上($Z = Z_L, L = 1, 2, \dots$).在计算某一点的斜压梯度力时,先在该点的局域上计算出各标准等 Z 面的水平平均密度,对局域的各点扣除水平平均密度,根据式(14)'计算斜压梯度力,再将其插值到各等 σ 面($\sigma = \sigma_k, k = 1, 2, \dots$).计算

1) Zhu Shouxian, Shi Fengyan, Zhu Jianrong, Ding Pingxing. Pressure gradient differences of subtracting local averaged density stratification in sigma coordinate models. Journal of Computational physics, to be submitted.

$PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, \sigma_k)$ 的差分格式如下:

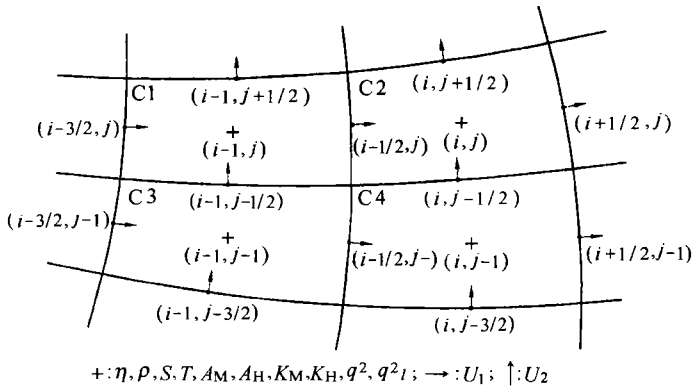


图 2 局域示意图

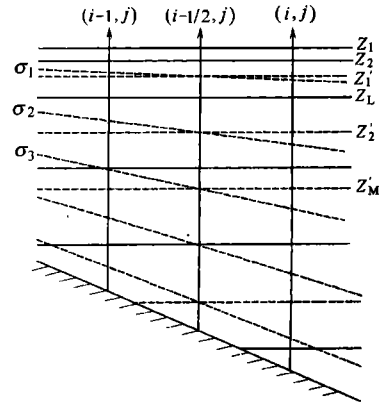


图 3 垂向网格示意图

$$\bar{\rho}^z(i - \frac{1}{2}, j, Z_L) = 0.5[\rho(i, j, Z_L) + \rho(i - 1, j, Z_L)],$$

$$\rho'(i, j, Z_L) = \rho(i, j, Z_L) - \bar{\rho}^z(i - \frac{1}{2}, j, Z_L),$$

$$\rho'(i - 1, j, Z_L) = \rho(i - 1, j, Z_L) - \bar{\rho}^z(i - \frac{1}{2}, j, Z_L),$$

$$P'(i, j, Z_L) = P'(i, j, Z_{L-1}) + 0.5g[\rho'(i, j, Z_{L-1}) + \rho'(i, j, Z_L)](Z_{L-1} - Z_L),$$

$$P'(i - 1, j, Z_L) = P'(i - 1, j, Z_{L-1}) + 0.5g[\rho'(i - 1, j, Z_{L-1}) + \rho'(i - 1, j, Z_L)](Z_{L-1} - Z_L),$$

$$PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, Z_L) = \frac{D(i - \frac{1}{2}, j)h_2(i - \frac{1}{2}, j)}{\rho(i - \frac{1}{2}, j, Z_L)}[P'(i, j, Z_L) - P'(i - 1, j, Z_L)].$$

将 $PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, Z_L)$ 插值到 $\sigma = \sigma_k$, 求出 $PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, \sigma_k)$. $PI\xi_2(i, j - \frac{1}{2}, \sigma_k)$ 可以同样给出.

第二种情况(方案 2), 计算过程中, 温盐场由计算给出, 而且温盐场的变化比较大. 如图 3 所示, 模式积分所得到的温度、盐度场位于等 σ 面上($\sigma = \sigma_k, k = 1, 2, \dots$). 计算某点的斜压梯度力时, 我们首先在该点的局域上把各点的密度由等 σ 面线性插到某些等面 Z 面上($Z = Z'_M, M = 1, 2, \dots$), 再在这些等 Z 面上求局域水平平均密度, 扣除局域水平平均密度, 然后根据式(14)' 计算出斜压梯度力. 计算 $PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, \sigma_k)$ 的差分格式如下.

首先将 $\rho(i - 1, j, \sigma_k)$ 和 $\rho(i, j, \sigma_k)$ 线性插到 $Z = Z'_M(M = 1, 2, \dots)$ 深度上, 得到 $\rho(i - 1, j, Z'_M)$ 和 $\rho(i, j, Z'_M)$. 再在 $Z = Z'_M(M = 1, 2, \dots)$ 深度上求局域水平平均密度, 扣除局域水平平均密度, 并求斜压梯度力

$$\bar{\rho}^z(i - \frac{1}{2}, j, Z'_M) = 0.5[\rho(i, j, Z'_M) + \rho(i - 1, j, Z'_M)],$$

$$\rho'(i, j, Z'_M) = \rho(i, j, Z'_M) - \bar{\rho}^z(i - \frac{1}{2}, j, Z'_M),$$

$$\rho'(i - 1, j, Z'_M) = \rho(i - 1, j, Z'_M) - \bar{\rho}^z(i - \frac{1}{2}, j, Z'_M),$$

$$P'(i, j, Z'_M) = P'(i, j, Z'_{M-1}) + 0.5g[\rho'(i, j, Z'_{M-1}) + \rho'(i, j, Z'_M)](Z'_{M-1} - Z'_M),$$

$$P'(i - 1, j, Z'_M) = P'(i - 1, j, Z'_{M-1}) + 0.5g[\rho'(i - 1, j, Z'_{M-1}) + \rho'(i - 1, j, Z'_M)](Z'_{M-1} - Z'_M),$$

$$PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, Z'_M) = \frac{D(i - \frac{1}{2}, j)h_2(i - \frac{1}{2}, j)}{\rho(i - \frac{1}{2}, j, Z'_M)}[P'(i, j, Z'_M) - P'(i - 1, j, Z'_M)],$$

当 $M = k$ 时, $(i - \frac{1}{2}, j, Z'_M)$ 和 $(i - \frac{1}{2}, j, \sigma_k)$ 位置重合, $PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, Z'_M)$ 即为 $PI\xi_1(i - \frac{1}{2}, j, \sigma_k)$.

2.2 盐度等悬浮物对流扩散计算方法的改进

盐度的计算, 原 ECOM 模型盐度方程由式(4)给出, 差分方程中平流项采用中央差. 长江口和杭州湾以往复强潮流为主, 盐度锋区的盐度计算, 下游伪物理效应造成很大误差. 因此本文该微分方程取非通量形式, 平流项的差分格式改为迎风格式. 这种处理同样适用于各种悬浮物的输运和扩散, 因此统一用变量 C 表示.

$$\begin{aligned} h_1 h_2 D \frac{\partial C}{\partial t} + h_2 U_1 D \frac{\partial C}{\partial \xi_1} + h_1 U_2 D \frac{\partial C}{\partial \xi_2} + h_1 h_2 \omega \frac{\partial C}{\partial \sigma} = \\ \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left[\frac{h_2}{h_1} A_H D \frac{\partial C}{\partial \xi_1} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[\frac{h_1}{h_2} A_H D \frac{\partial C}{\partial \xi_2} \right] + \frac{h_1 h_2}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K_H \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right] + PYC, \end{aligned} \quad (15)$$

对于 $C(i, j, k)$ 的计算, 写出平流项的差分格式.

对于任意变量 F , 引入运算符

$$\begin{cases} \bar{F}_{i,j,k}^{\xi_1} = \frac{1}{2} (F_{i-\frac{1}{2},j,k} + F_{i+\frac{1}{2},j,k}), \bar{F}_{i,j,k}^{\xi_2} = \frac{1}{2} (F_{i,j,j-\frac{1}{2},k} + F_{i,j,j+\frac{1}{2},k}), \\ \bar{F}_{i,j,k}^{\sigma} = \frac{1}{2} (F_{i,j,k-\frac{1}{2}} + F_{i,j,k+\frac{1}{2}}), \\ \delta_{\xi_1}^+ F_{i,j,k} = F_{i+1,j,k} - F_{i,j,k}, \delta_{\xi_1}^- F_{i,j,k} = F_{i,j,k} - F_{i-1,j,k}, \delta_{\xi_2}^+ F_{i,j,k} = F_{i,j+1,k} - F_{i,j,k}, \\ \delta_{\xi_2}^- F_{i,j,k} = F_{i,j,k} - F_{i,j-1,k}, \delta_{\sigma}^+ F_{i,j,k} = F_{i,j,k} - F_{i,j,k-1}, \delta_{\sigma}^- F_{i,j,k} = F_{i,j,k} - F_{i,j,k+1}, \end{cases}$$

并且引入变量 ϵ_1, ϵ_2 和 ϵ_3 , 当 $\bar{U}_{1i,j,k}^{\xi_1} \geq 0, \epsilon_1 = 1$; 当 $\bar{U}_{1i,j,k}^{\xi_1} < 0, \epsilon_1 = -1$; 当 $\bar{U}_{2i,j,k}^{\xi_2} \geq 0, \epsilon_2 = 1$; 当 $\bar{U}_{2i,j,k}^{\xi_2} < 0, \epsilon_2 = -1$; 当 $\bar{\omega}_{i,j,k}^{\sigma} \geq 0, \epsilon_3 = 1$; 当 $\bar{\omega}_{i,j,k}^{\sigma} < 0, \epsilon_3 = -1$. 迎风格式

$$\begin{aligned} \left(h_2 U_1 D \frac{\partial C}{\partial \xi_1} + h_1 U_2 D \frac{\partial C}{\partial \xi_2} + h_1 h_2 \omega \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right)_{i,j,k} = \\ \frac{1}{2} (h_2 D)_{i,j} \bar{U}_{1i,j,k}^{\xi_1} \left((1 - \epsilon_1) \delta_{\xi_1}^+ C_{i,j,k} + (1 + \epsilon_1) \delta_{\xi_1}^- C_{i,j,k} \right) + \\ \frac{1}{2} (h_1 D)_{i,j} \bar{U}_{2i,j,k}^{\xi_2} \left((1 - \epsilon_2) \delta_{\xi_2}^+ C_{i,j,k} + (1 + \epsilon_2) \delta_{\xi_2}^- C_{i,j,k} \right) + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}(h_1 h_2)_{i,j} \bar{\omega}_{i,j,k}^{\sigma} ((1 - \epsilon_3) \delta_{\sigma}^{+} C_{i,j,k} + (1 + \epsilon_3) \delta_{\sigma}^{-} C_{i,j,k}).$$

3 模型改进前后模拟效果的比较

3.1 密度流模拟效果的比较

根据《渤海、黄海、东海海洋图集》、《中日黑潮合作调查研究海洋水文图集》、胡方西提供的长江口盐度大面图^[18]和王康增等提供的杭州湾盐度锋面图^[18]给出夏季中国东部海域和长江口 0 m, 10 m, 20 m, 30 m, 50 m, 100 m, 200 m, 400 m, 600 m, 800 m, 1000 m, 1500 m 的温度 $T(\xi_1, \xi_2, Z_L)$ 和盐度 $S(\xi_1, \xi_2, Z_L)$, 首先在中国东部海域计算夏季密度流, 提供杭州湾、长江口海域的开边界条件, 然后在杭州湾、长江口计算密度流. 本文设计了 3 组数值试验.

数值试验 1, 采用 ECOM 原差分格式计算斜压梯度力和密度流. 由 $T(\xi_1, \xi_2, Z_L)$ 和 $S(\xi_1, \xi_2, Z_L)$ 计算出 $\bar{T}^z(Z_L)$, $\bar{S}^z(Z_L)$, 插值求出 $T(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, $S(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, $\bar{T}^z(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, $\bar{S}^z(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, 并进一步得到 $\rho(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, $\bar{\rho}^z(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, 然后取 $\rho'(\xi_1, \xi_2, \sigma_k) = \rho(\xi_1, \xi_2, \sigma_k) - \bar{\rho}^z(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, 用式(13)计算斜压梯度力.

数值试验 2, 采用本文设计的改进差分方案 1 计算斜压梯度力和密度流.

数值试验 3, 采用本文设计的改进差分方案 2 计算斜压梯度力和密度流. 由 $T(\xi_1, \xi_2, Z_L)$ 和 $S(\xi_1, \xi_2, Z_L)$, 插值求出 $T(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, $S(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, 进一步计算出 $\rho(\xi_1, \xi_2, \sigma_k)$, 然后根据差分方案 2 计算斜压梯度力.

我们比较计算的斜压梯度力. 图 4 是 3 组数值试验计算的底层斜压梯度力(即为 $\left| \frac{1}{\rho} \nabla p' \right|$), 大戢山附近, 试验 1 最大值为 $147 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$, 试验 2 最大值为 $49 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$, 试验 3 最大值为 $41 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$. 我们进一步比较图 4 矩形区域斜压梯度力的差别. 这一段河流基本上都是淡水, 平均盐度差别小于 0.5, 温度的差别也很小, 实际的斜压梯度力非常小, 可以忽略不计. 但是, 试验 1 计算值明显偏大, 很多点在 $10 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$ 以上, 最大值达 $73 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$; 试验 3 计算值小很多, 一般在 $1 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$ 以下, 最大值仅 $4 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$; 试验 2 计算值更小, 一般在 $0.2 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$ 以下, 最大值仅 $1.3 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$. 不难看出, 本文设计的两个差分方案优于 ECOM 模型原差分方案, 差分方案 1 又优于差分方案 2.

从理论上来说, 除了计算本身的截断误差, 斜压梯度力的计算误差主要来源于两个方面, 一是温度、盐度的插值或计算带来的误差, 二是计算斜压梯度力的差分格式带来的误差. 当观测的温度、盐度在标准等 Z 面上时, 将温度、盐度和密度由标准深度面插值到等 σ 面, 不同的坐标转换, 存在插值系统误差. 采用 ECOM 模型原差分方案, 局部和整个计算域的水平平均密度有较大差别, 扣除整个计算域水平平均密度后, 仍存在由大项代数和求小项的情况, 插值所带来的系统误差会被进一步放大, 导致斜压梯度力计算误差很大. 采用本文设计的差分方案 2, 插值所带来的系统误差仍然存在, 但是扣除局域水平平均密度, 同时返回 Z 坐标系计算斜压梯度力, 不存在由大项代数和求小项的情况, 因而插值误差不会进一步放大. 采用本文设计的差分方案 1, 首先扣除局域水平平均密度, 再在 Z 坐标系计算斜压梯度力, 局域水平平均密度带来的插值误差被扣除掉, 同时又不存在由大项代数和求小项的问题, 计算结果就比较合理.

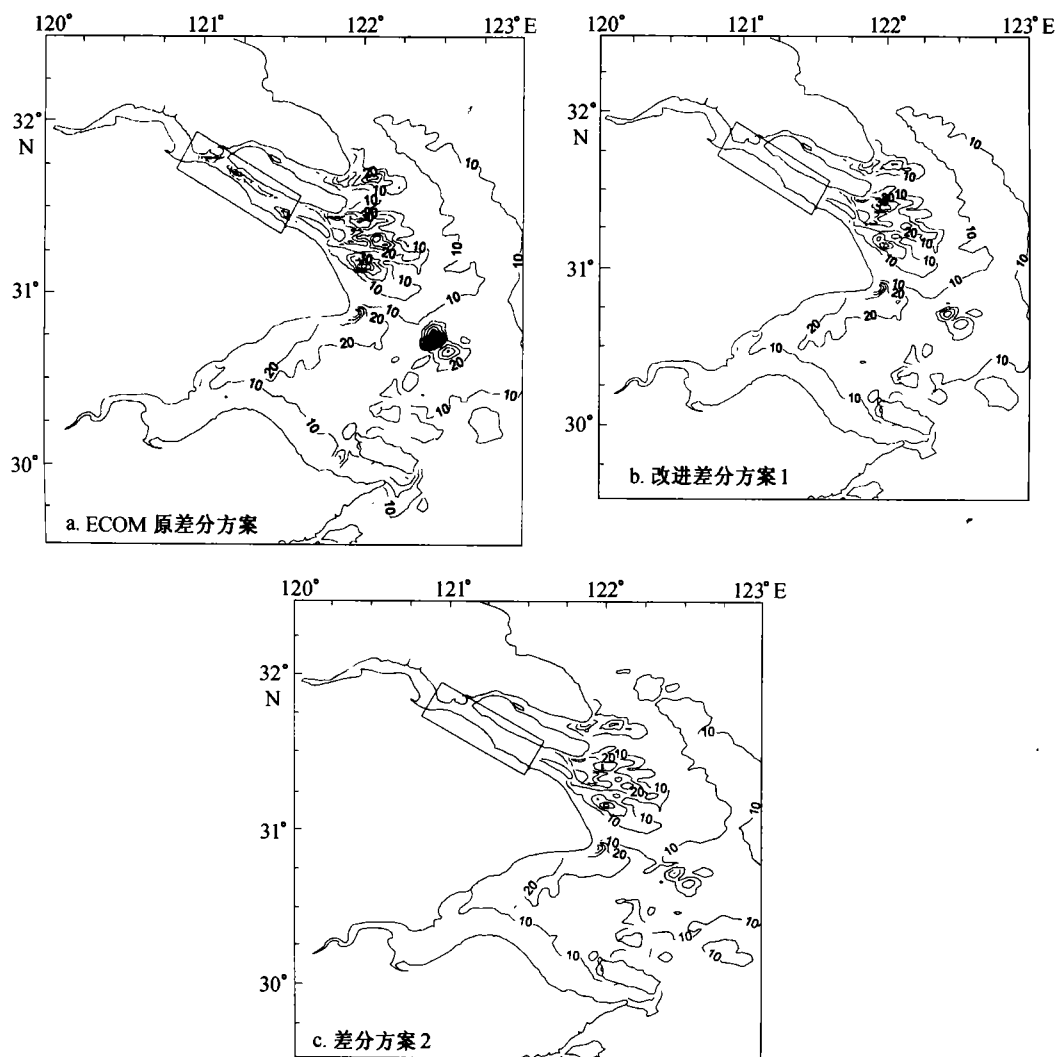


图4 夏季底层斜压梯度力 $\left| \frac{1}{\rho} \nabla P' \right|$ 模拟结果(单位: $\times 10^{-6} \text{ m/s}^2$)

综合上面的分析,如果温度、盐度资料是标准等 Z 面的,用差分方案1和差分方案2都可以计算斜压梯度力,但是差分方案1更合理;如果计算密度流的过程中温度和盐度也要计算,而且位于等 σ 面,用差分方案2比较合适。

我们给出数值试验2模拟的杭州湾、长江口表层和底层密度流图5,模拟结果基本上是合理的。长江口表层密度流指向口外,底层密度流指向口内。杭州湾底层密度流由高盐区指向低盐区;表层,水域比较开阔,科氏力起了很重要的作用,使表层水位梯度力作用下由低盐区指向高盐区的流向右偏转,本文给出的盐度场可能存在一定误差,模拟的密度流可能还有一些误差。

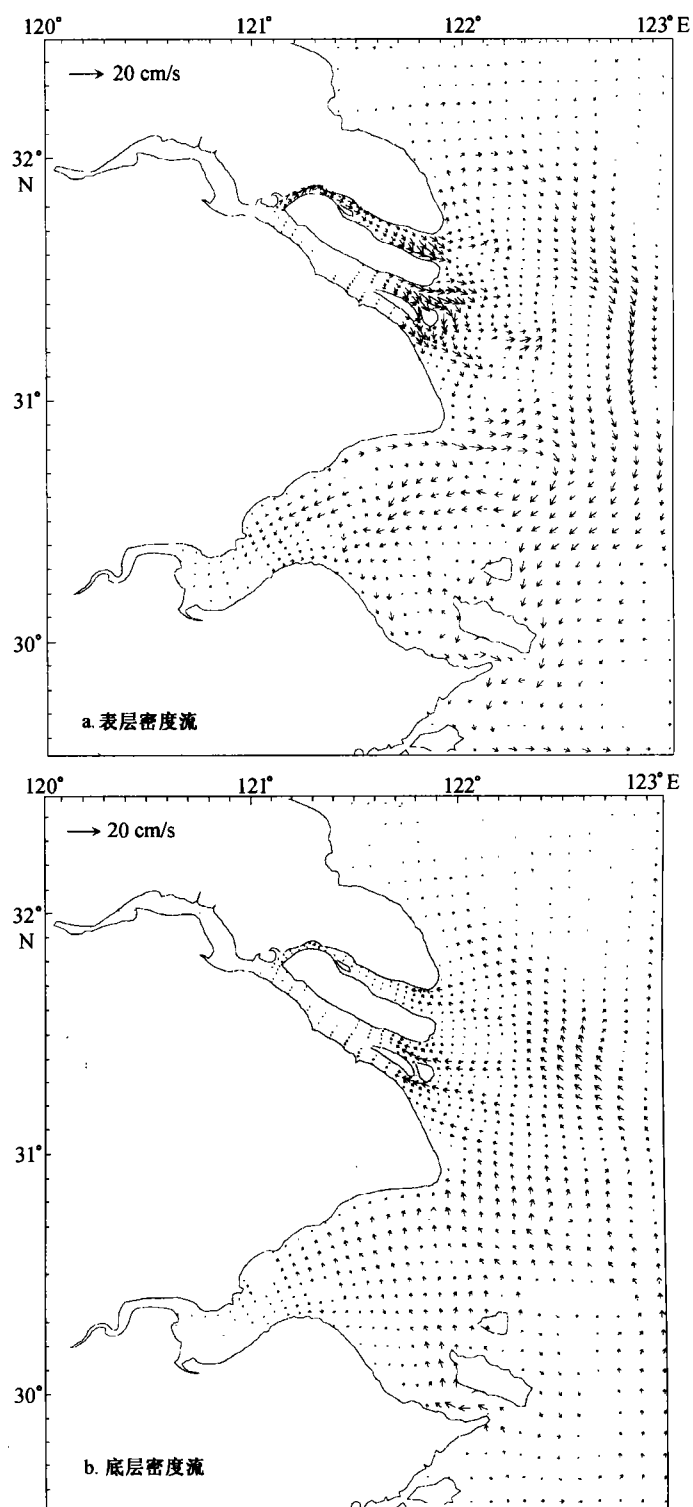


图 5 夏季密度流模拟结果

3.2 盐度模拟效果的比较

我们分别用 ECOM 模型原差分格式和迎风格式来模拟长江口、杭州湾冬季盐度. 长江径流取 $16\,000\text{ m}^3/\text{s}$ (相当于 12 月份平均值), 钱塘江径流取 $500\text{ m}^3/\text{s}$, 长江口外风为西北北风 $8.5\text{ m}^3/\text{s}$ (对应风应力为冬季典型值 0.1 N/m^2), 长江口内考虑到地形的摩擦作用, 风速取为口外的 $2/3$, 考虑 M_2, S_2, K_1, O_1 四个分潮, 由《渤海、黄海、东海海洋图集》、胡方西提供的盐度大面图^[17]和王康增等提供的杭州湾盐度锋面图^[19]给出冬季平均温盐场. 在这些因子的作用下模拟出杭州湾、长江口流场和余流场(其结果本文第二部分介绍), 然后计算盐度, 并对逐时变化的盐度模拟结果作平均, 求月平均盐度. 我们只给出两幅表层盐度场作比较.

从图 6 可以看出, 用 ECOM 模型原差分格式模拟长江口和杭州湾的盐度, 误差是非常大的, 较大范围出现盐度小于 0 的情况. 修改后的差分格式计算的盐度基本上合理的, 反映了杭州湾、长江口盐度分布的趋势.

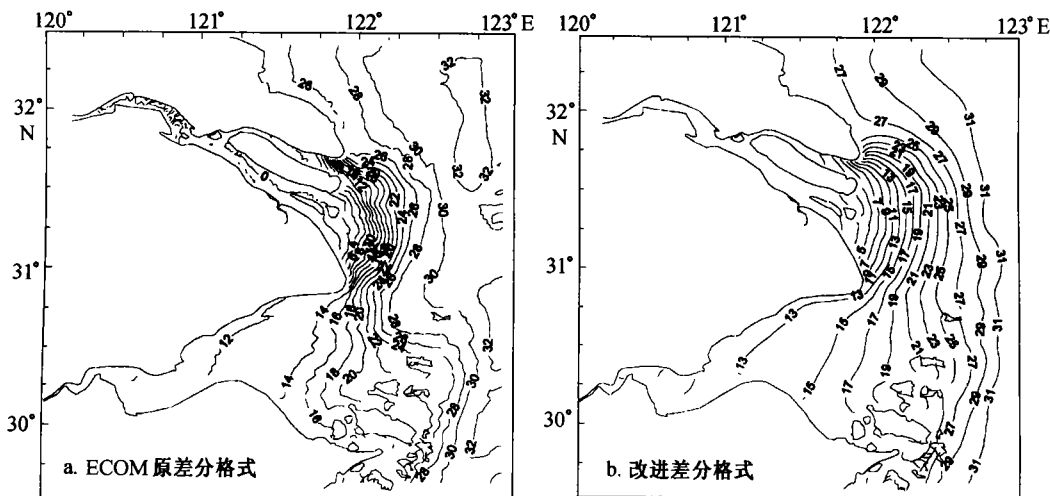


图 6 模拟的表层盐度

4 小结

本文根据杭州湾、长江口余流及其物质输运作用研究的需要, 引起正交曲线网格版本 ECOM 模型, 并对其斜压梯度力和盐度等物质输运的计算方案作了改进, 建立了杭州湾、长江口三维联合模型. 计算表明, 模型改进后, 密度流和盐度计算更为合理. 本文所建立的模型基本能满足杭州湾和长江口潮流、余流及其物质输运作用研究的需要, 关于潮流、潮致余流、各个季节余流及其物质输运作用、盐度场的模拟结果, 我们将在后续文章中详细介绍. 另外, POM 和 ECOM 模型目前在国内有不少用户, 对于它们在斜压梯度力和物质扩散计算中存在的问题, 本文的分析和改进也能提供一些借鉴.

参考文献

- 1 Su Jilan, Wang Kangshan. Changjiang River plume and suspended sediment transport in the Hangzhou Bay. C S R, 1989, 9

- (1): 93~111
- 2 曹沛奎. 杭州湾泥沙运移基本特征, 中国海岸发育过程和演变规律. 上海: 上海科学技术出版社, 1989. 108~119
 - 3 上海市海岸带和滩涂资源综合调查报告. 上海: 上海科学技术出版社, 1988. 15~26
 - 4 长江河口动力过程和地貌演变. 上海: 上海科学技术出版社, 1988. 73~102
 - 5 上海市海岛资源综合调查报告. 上海: 上海科学技术出版社, 1996. 22~28
 - 6 陈伟, 黄大吉, 杨昭庆. 杭州湾锋面区余流场结构及其动力分析. 中国海洋学文集, 第2集. 北京: 海洋出版社, 1992. 22~28
 - 7 李身铎, 胡辉. 杭州湾流场的研究. 海洋与湖沼, 1987, 18(1): 28~37
 - 8 朱建荣, 沈焕庭. 长江冲淡水扩展机制. 上海: 华东师范大学出版社, 1997. 8~17
 - 9 叶安乐, 梅丽明. 勃黄东海潮波数值模拟. 海洋与湖沼, 1995, 26(1): 63~69
 - 10 曹德明, 万国洪. 杭州湾潮汐潮流的数值计算. 海洋与湖沼, 1986, 17(29): 93~101
 - 11 李身铎, 孙卫阳. 杭州湾潮流余流数值研究. 海洋与湖沼, 1995, 26(3): 254~261
 - 12 赵士清. 长江口潮流的一种数值模式. 海洋与湖沼, 1985, 16(1): 18~27
 - 13 Blumberg A F, Mellor G L. A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. Three-dimensional Coastal Ocean Models. N Heaps American Geophysical Union, 1987. 1~16
 - 14 Guus S Stelling, Jan A TH M Van Kester. On the approximation of horizontal gradients in sigma coordinates for bathymetry with steep bottom slopes. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1994, 18: 951~935
 - 15 Mellor G L, Oey L Y, Ezer T. Sigma coordinate pressure gradient errors and the seamount problem. J Atmos Oceanic Technol, 1998, 15(5): 1122~1131
 - 16 钱永甫, 朱伯承, 王谦谦. σ 坐标系海洋模式中水平压力梯度的一种算法. 南京大学学报, 1998, 34(6): 691~700
 - 17 胡方西, 胡辉. 长江河口盐度锋. 海洋与湖沼, 1995, 26(5): 23~30
 - 18 朱首贤. 一个斜压浅海模式的改进[硕士论文]. 解放军理工大学气象学院, 1997. 25~27
 - 19 王康培, 苏纪兰. 杭州湾锋面的结构特征. 中国海洋学文集, 第2集. 北京: 海洋出版社, 1992. 13~21

Numerical study on residual current and its impact on mass transport in the Hangzhou Bay and the Changjiang Estuary

I. A 3-D joint model of the Hangzhou Bay and the Changjiang Estuary

Shi Fengyan,¹ Zhu Shouxian,^{1,2} Zhu Jianrong,¹ Ding Pingxing¹

1. State Key Laboratory of Estuarine and Coastal Research, East China Normal University, Shanghai 20062

2. Meteorology Institute of People's Liberation Army Science and Engineering University, Nanjing 211161

Abstract——A 3-D numerical model is set up in a large domain covering the Hangzhou Bay and Changjiang Estuary based on ECOM-si model in orthogonal curvilinear coordinates. The numerical schemes for the baroclinic gradient terms and convective terms are improved according to the characteristics of velocity field and mass transport in the area. The model is validated by simulating residual currents and salinity transport in the Hangzhou Bay and the Changjiang Estuary.

Key words 3-D numerical model, Hangzhou Bay and Changjiang Estuary, residual current, mass transport