

有限元法用于北方岩溶泉域 地下水动态预测的研究

王国利 陈天生

提 要 以岩溶大泉集中排泄是北方岩溶泉域地下水的一个重要特征。由于岩溶大泉具有的特性使有限元法用于泉域地下水动态预测遇到困难。本文总结了岩溶大泉的内在规律,分析了有限元计算的具体过程,在此基础上建立了泉水位和泉流量之间的随机模型,并将其作为水量矩阵的一部分偶合到有限元确定性模型中,从而得到确定——随机偶合模型。该模型在济南泉域地下水动态预测中得到了成功的应用。

关键词 有限元法 北方岩溶泉域 地下水动态预测

1 前 言

岩溶水约占北方地下水资源总量的 1/3,历来为人们所重视。岩溶水经过补给、径流后,以岩溶大泉集中排泄是北方泉域地下水的一个重要特征^[1]。因为泉水动态是区域地下水赋存状态的最直接表现,所以泉水的动态规律一直是泉域水文地质工作的重要内容。

一个时期以来,在岩溶水资源的利用上一直存在着诸如管理不善、利用效益不高等问题如泉水断流、供排矛盾、大型岩溶泉自流消耗等问题。其中最严重的是由于过量开采和不合理布局开采而导致的泉水枯竭,这个问题在北方泉域水文地质工作中均不同程度地存在着。它不仅影响城市的自然景观,同时还对城市的环境保护等产生不利影响,所以如何使岩溶水的利用朝着科学管理和人为控制的方向发展,越来越引起人们的重视。而定量、准确地预测泉水及区域地下水动态则是实现上述目标的前提。

2 问题的提出

北方岩溶水的径流以扩散流为主,服从达西定律,为使用各种解析法,数值法提供了前提。

作为一种随机模型的相关分析法和确定性模型的有限单元法,在北方岩溶泉域地下水动态预测中均得到了广泛的应用,但各自存在的问题也是显然的。

首先,由于地下水观测孔位的分布和动态资料的局限,相关分析法实际上很难反映区域地下水动态规律;其次,如何使岩溶大泉这一特定的水文地质问题在数值模拟和预测中得以真实的体现,尚未得到很好解决,这是因为经过三角剖分和数值离散得到的水头预报方程组的标准形式^[2](以承压水非稳定流混合边值条件为例)中:

$$\left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{\Delta t}D\right)H_{M,1} = F_M + \left(\frac{1}{\Delta t}D' - \frac{1}{2}A'\right)H_{N,0} - \left(\frac{1}{2}A^* - \frac{1}{\Delta t}D^*\right)H_I^*$$

式中 $A'、D'$ —— 由全程常量组成的 $N \times M$ 数字矩阵

$A、D$ —— 由全程常量组成的 M 阶对称方阵

$A^*、D^*$ —— 由全程常量组成的 $M \times (N-M)$ 数字矩阵

$H_{M,1}$ —— 由 M 个计算结点未知水头分量构成的 M 维列向量

$H_{N,0}$ —— 由全部 N 个结点初始水头分量构成的 N 维列向量

H_I^* —— 由 $N-M$ 个第一类边界结点水头分量构成的 $N-M$ 维列向量

F_M —— 由 M 个计算结点的所有侧向、重向的补给、排泄量分量构成的 M 维列向量

$N、M$ —— 分别为总结点数和计算结点数

方程组中, $A'、D'、A、D、A^*、D^*$ 均由常量组成,不随计算时段改变;对某一计算时段, $H_{N,0}$ 为已知, H_I^* 也有比较成熟的方法给出;这样只需给出对应时段的 F_M ,便可以通过解方程组求得 $H_{M,1}$ 。通常对 F_M 的给出,已有各种较有效的方法,但预测岩溶大泉时 F_M 的给出遇到困难,这是因为区别于其它地区,数值法用于预测泉域地下水动态时必须解决岩溶大泉这一特殊的水文地质问题,就是使岩溶大泉的功能在数值模拟和预测中得以真实的体现这个问题目前尚未得到很好解决。

在数值模拟和预测中,岩溶大泉具有如下特点:

a. 岩溶大泉的影响因素众多,可控、非可控因素并存,要确定其各自对泉的作用有很多困难。

b. 数值法在用于地下水位预测时,要求水量列向量 F_M 中的所有水量均为已知,所以,作为一种排泄量,泉流量必须预先给出,这在实际上难以实现,不仅是因为泉流量和泉水位受众多可控、非可控因素的影响,还因为二者之间相互制约,并且都随时间变化。

c. 在人为因素影响严重的情况下,泉流量可能发生根本性质的变化。当泉水位高于泉口标高时,有泉水流出;低于泉口标高时,流量为零,甚至发生倒灌,在数学上以负流量给出。

作为一种排泄量,泉流量是水量列向量 F_M 中的一部分,而泉水位则是计算水头列向量 $H_{M,1}$ 中的一部分,即泉水位和泉流量之间的关系满足水头预报方程组;同时,由于岩溶大泉本身具有的特点,泉水位和泉流量必须满足二者间相互制约的数量关系。正因为泉水位和泉流量必须同时满足上述两种数量关系,使数值法用于泉域地下水动态预测时遇到困难。如何解决这一问题便是本文所要探讨的中心内容。

3 问题的解决:确定——随机偶合模型的建立和运行

降雨量是泉流量的重要因素,但不是唯一因素,因为泉流量还受开采量、开采布局的影响,而相关分析法实质上又是一种集中参数模型,难以定量地反映开采量、尤其是开采布局对泉水动态的影响;同时又是一种分布参数模型的数值法可以解决上述问题,但又难于反映泉水位和泉流量在预测中的关系。

作者认为,虽然影响泉水位和泉流量的因素众多(如降水量、人工开采量),但其作用结果最终会反映到泉水位和泉流量间的相互制约的关系上。根据雅·贝尔有关理论,泉水瞬时流量取决于邻近泉口的含水层水面或测压水头的高程与泉口标高之差^[3]。当差值增大,泉流量增大;泉流量增大的结果反过来会促使泉水位降低,这就是泉水位和泉流量间的相互制约关系。

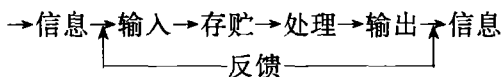
计算中如下两种情况是存在的:地下水位下降到泉口标高以下,泉水枯竭即流量为零,或发生倒灌,当降雨增大时,含水层厚度增大,泉流量增大,从而把泉口淹没,于是泉口的水位就成为泉流量的函数,二者满足一定的数量关系。所以,根据动态观测资料,建立泉水位和泉流量间的数量关系(即随机模型),兼顾地下水位低于泉口标高的情形,然后将其有机地结合到有限元确定性模型中,得到确定——随机偶合模型。用该模型预测北方岩溶泉域地下水动态,是用数值法解决岩溶大泉这一水文地质问题的可行途径。

设 Q 为泉水流量, H 为泉水位, $H_{\min}$ 为泉口标高,据长期动态观测资料建立二者间的随机模型:

$$\begin{cases} Q=f(H) & H > H_{\min} \\ Q=0 & H \leq H_{\min} \end{cases}$$

将 Q 作为水量列向量 F_M 中的一部分,并将 $\alpha=f(H)$ 偶合到有限元方程组中(考虑 $Q=0$ 的情形),便得到确定——随机偶合模型。

从信息的观点讲,偶合模型的建立和运转是信息的反馈、寻优过程,如图示:



其原理和具体过程是:根据降雨量和泉流量的长期观测资料,确定与降雨量相对应的泉流量初值 Q_0 ,一并输入,存贮到有限元确定性模型中,经计算处理得到输出信息 H_0 (泉水位初值)将 H_0 输入,存贮到随机模型中,经计算处理得到新的输出信息 Q'_0 ,比较 Q'_0 和 Q_0 ,若满足要求,即达到最优,则进入下一时段,否则,根据 Q'_0 与 Q_0 的关系调整 Q_0 ,得到再输入信息 Q_1 ,重复前述过程,分别得到对应的 H_1 、 Q'_1 ,比较 Q'_1 和 Q_1 ……直到输出信息 H_i 同时满足有限元确定性模型和随机模型,在二者间达到最优,即模型达到最优稳定状态,然后进入下一时段计算。

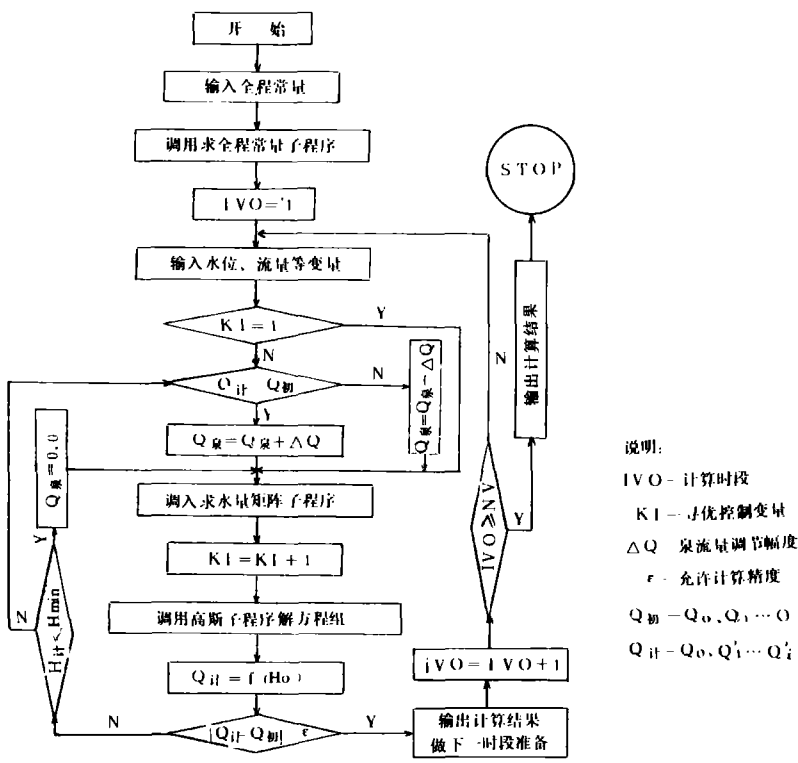


图 1 耦合模型运行框图

Fig. 1 The operating process of the definite-adjust combining model

4 实例

自七十年代后期以来,济南泉群相继出现断流,使举世闻名的“泉城”名存实亡。为保泉供水,有关单位和部门自一九八一年以来先后在泉域内做了大量的地质、水文地质工作,并于一九八四年起开始地下水数值模拟和预测工作。

分析大量的地质、水文地质资料,将寒武系岗山组以北的泉域部分作为计算区,并将计算区裂隙岩溶水系统概化为非均质,各向同性,具垂直补给和排泄,混合边界条件的承压水非稳定平面流。用数学模型描述为:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(T \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T \frac{\partial h}{\partial y}) = \mu^* \frac{\partial h}{\partial t} + f & (X, Y) \in G \quad t \geq 0 \\ h(x, y, t)|_{t=0} = h_0(x, y) & (X, Y) \in G \\ h(x, y, t)|_{r_1} = h_1(x, y, t) & (X, Y) \in r_1 \\ T \frac{\partial h}{\partial n}|_{r_2} = -q(x, y, t) & (X, Y) \in r_2 \quad t > 0 \end{cases}$$

式中 T ——含水层导水系数

μ^* ——含水层储水系数

f ——源汇项

r_1 ——第一类边界

r_2 ——第二类边界

q ——第二类边界的单宽流量

方程经过三角剖分和数值离散后,依据实际观测资料完成对得到的数值模型的识别和检验,并建立泉水位和泉流量间的数量关系:

$$\begin{cases} Q = 8.49H - 222.71 & H > H_{min} \\ Q = 0 & H \leq H_{min} \end{cases}$$

式中符号意义同前。将其耦合到有限元模型中便得到确定——随机耦合模型。在确定其它初边条件后,用该模型预测泉域地下水动态。

在多个预测方案中,仅选其中的一个,现有开采状态下的地下水动态预测。

根据地下水均衡计算结果,在现有的开采条件下,计算区裂隙岩溶水系统近乎于均衡状态,预测中边界条件维持现状。在此基础上,从1988年5月31日开始,将每个水文年分为枯水期、丰水期,共5年10时段,用耦合模型进行预测。

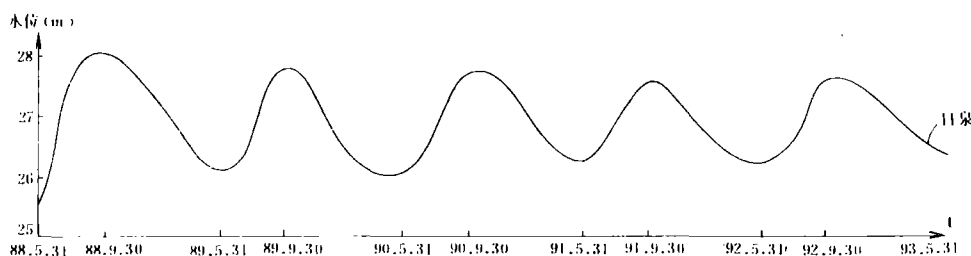


图2 泉水位预测动态曲线

Fig. 2 The forecasting development of water level of the springs

根据预测结果,泉群分布区的平均水位变化趋势见图2。

结果表明,泉水位在枯水期仅维持在26.00米左右,低于泉口标高;丰水期为27.00米以上,可保持一定流量。丰水期的泉流量见表1。

取第4.5时段(1990年枯、丰水期)的预测地下水位,描述对应时段末刻(5月31日和9月30日)的地下水场特征(图3.4)。

表1 丰水期的泉流量

Table. 1 The forecasting flow of the springs with the highest level

时间	1988. 9. 30	1989. 9. 30	1990. 9. 30	1991. 9. 30	1992. 9. 30
泉流量($LX_{10}^4 M^3/d$)	15. 41	14. 17	13. 40	11. 59	11. 65

结果表明,在均衡状态下泉水水位持续下降,泉流量相应地减少,进一步证明现有开采布局的不合理性。

5 结论与认识

a. 耦合模型的建立和运转,实现了对数值预测中岩溶大泉流量和水位的定量描述,在理论和实际上更合理,这样使数值法用于泉域地下水动态预测时更准确、有效。

b. 随机模型中只有一个自变量,在耦合模型的运行中,若输入信息 Q 选择适当,寻优过程合理,模型很快便可达到最优稳定状态,为实际应用带来方便。

c. 影响泉水动态的其他诸要素如降水量、人工开采量等对泉水的作用在数值模型中得到体现,实现了用确定性模型和随机模型共同反映泉域地下水动态的目的。

d. 将确定——随机耦合模型用于济南泉域地下水动态预测,收到理想效果。

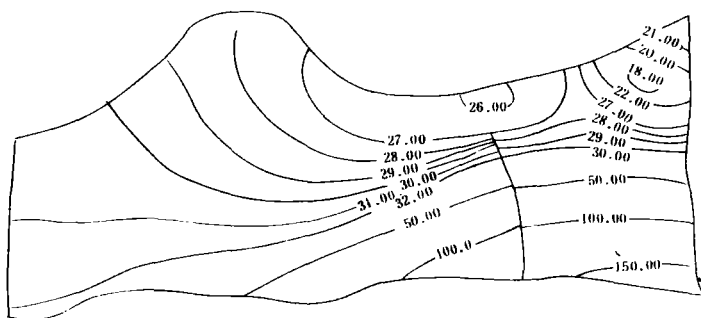


图3 计算区1990年枯水期(5. 31)预测等水位线图

Fig. 3 The forecasting equal-level line of the lowest ground water within the caculation area on May 31, 1990

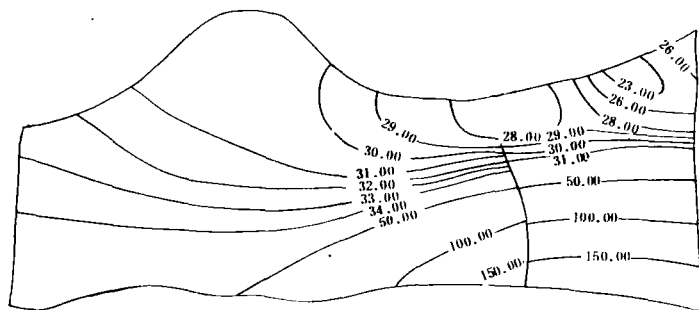


图4 计算区1990年丰水期(9. 30)预测等水位线图

Fig. 4 The forecasting equal-level line of the highest ground water within the caculation area on September 30, 1990

参考文献

- [1] 辛奎德, 北方岩溶和岩溶水学术讨论会总结, 《中国北方岩溶和岩溶水》, 地质出版社, 1982年
[2] 贝尔, 雅., 《地下水水力学》, 地质出版社, 1985年, 第42页
[3] 《水文地质工程地质》, 北京, 地质出版社, 1978年

THE STUDY OF FORCASTING DEVELOPMENT OF GROUND WATER IN THE NORIH CHINA KARST BASIN BY FEM

Chen Tiansheng Wang GuoLi

Abstract

Karst—spring's concentration drainage is an important feature of ground water within northern karst—spring basin. With the characteristics of the springs, to forecast the development of the spring—basin ground water is difficult by FEM. This paper has summarized the internal rule of the springs and analysed the concrete process of FEM and then established the adjusting model between water level and flow of the springs. Combining this adjusting model into the definite model (FEM), the definite—adjusting combining model has been established. This model has been successfully applied to forecast the development of groundwater within Jinan spring basin.